

08;12

Идентификация собственных мод объемных пьезоэлектрических резонаторов в акусторезонансной спектроскопии

© Д.В. Мясников, А.В. Коняшкин, О.А. Рябушкин

Московский физико-технический институт
(Государственный университет), Долгопрудный
ООО НТО „ИРЭ-Полюс“, Фрязино
Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
Фрязино
E-mail: danila-m@mail.ru

Поступило в Редакцию 4 февраля 2010 г.

Рассматриваются собственные акустические моды объемных пьезоэлектрических резонаторов, применяемых в акусторезонансной спектроскопии. Представлен новый метод идентификации собственных мод, основанный на измерении температурных сдвигов резонансных частот. На примере кристалла кварца показано хорошее согласование измеренного и рассчитанного спектров собственных мод. Данный метод, по сравнению с другими методами идентификации, прост в реализации и одновременно позволяет получать надежные результаты в задачах акусторезонансной спектроскопии.

В работах [1–3] на основе акусторезонансной спектроскопии (RUS) предложен новый метод исследования взаимодействия мощного лазерного излучения с нелинейно-оптическими кристаллами. Оказалось, что собственные частоты пьезоэлектрического резонанса чрезвычайно чувствительны даже к слабым интенсивностям лазерного излучения, проходящего через кристалл [3]. Температурные зависимости резонансных мод кристалла позволяют измерять распределение внутренней температуры в кристалле при воздействии на него мощного лазерного излучения. Поскольку лазерное излучение имеет четко выраженное пространственное распределение, оно по-разному воздействует на различные моды образца. Для определения температурного распределения необходимо знать пространственное распределение компонент смеще-

ния точек образца в каждой моде, что может быть достигнуто только расчетом всего спектра собственных мод. Кроме того, необходимо корректно идентифицировать рассчитанные моды с экспериментально измеренными. Существующие методы идентификации мод [4] посредством визуализации нормальной компоненты смещения на поверхности образца не дают информации о распределении смещения точек внутри образца. В настоящей работе предлагается метод, позволяющий идентифицировать экспериментально измеряемые резонансы и получить картину распределения смещения точек в объеме образца.

В основополагающих работах по RUS [5,6] предложен метод расчета резонансных мод образцов, имеющих форму прямоугольного параллелепипеда. Ниже кратко изложены основные результаты данного метода с учетом введения пьезоэлектрической поправки.

Собственные моды пьезоэлектрического резонанса находятся варьированием лагранжиана системы, который имеет вид [6]

$$L_0(u_i, u_t, \varphi) = \iiint \left(\frac{1}{4} c_{ijkl} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \left(\frac{\partial u_l}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \right) + 2e_{ijk} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \frac{\partial \varphi}{\partial x_k} - \varepsilon_{ij} \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} - \rho \omega^2 \sum u_i^2 \right) dV. \quad (1)$$

Здесь c_{ijkl} — тензор упругих констант образца, e_{ijk} — тензор пьезоэлектрических модулей, ε_{ij} — тензор диэлектрической проницаемости, ρ — плотность образца, ω — частота собственных колебаний образца, подлежащая определению. Для получения численного решения задачи поиска стационарной точки (1) неизвестные u_i, φ необходимо разложить по набору базисных функций $\{\psi_p\}$:

$$u_i = C_p^i \psi_p, \quad \varphi = C_p^\varphi \psi_p, \quad i = 1, 2, 3, \\ p = (p_x, p_y, p_z), \quad p_x + p_y + p_z \leq N, \quad (2)$$

где N — натуральное число, определяющее количество функций разложения, p_x, p_y, p_z — целые неотрицательные числа, C_p^i, C_p^φ — искомые коэффициенты разложения. После подстановки разложения (2) в (1) задача поиска стационарной точки (1) сводится к поиску экспериментального значения функции $L_0(C)$, для чего необходимо продифференцировать ее по всем компонентам C . В результате этой

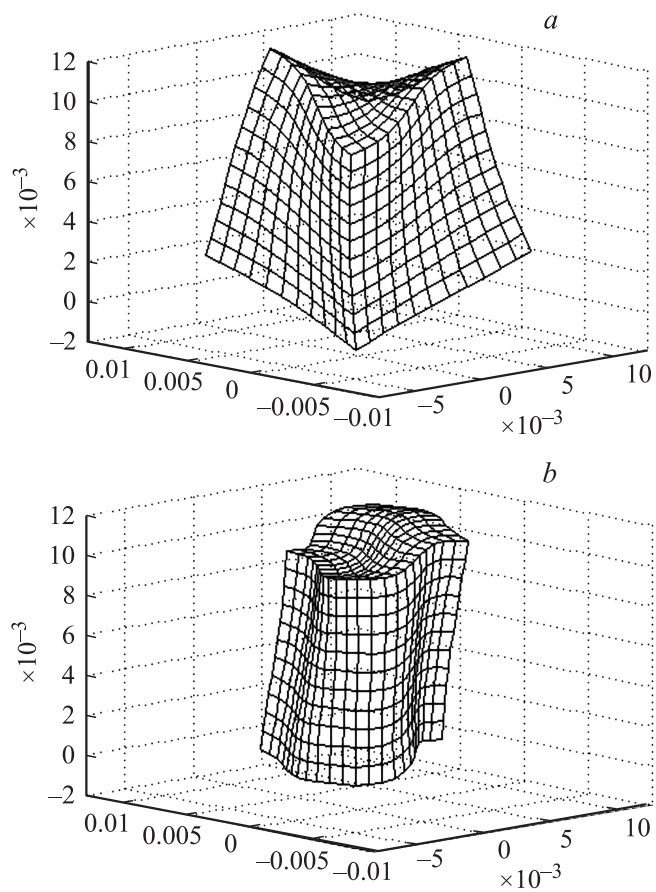


Рис. 1. Пространственное распределение механического смещения точек образца в двух собственных модах кубического кристалла кварца при температуре 298 К: *a* — 150.3 kHz, *b* — 181.5 kHz.

процедуры получается алгебраическая задача на собственные значения вида

$$\Gamma C = \rho \omega^2 I C, \quad (3)$$

в которой Γ , I — постоянные матрицы. Подробности вычислений можно найти в [2,6].

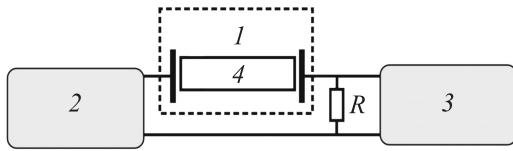


Рис. 2. Упрощенная схема экспериментальной установки для наблюдения пьезорезонансов в кристаллах: 1 — термоконтроллер, 2 — РЧ-генератор, 3 — синхронный детектор, 4 — кристалл.

На рис. 1 представлен пример расчета двух низших по частоте собственных пьезоэлектрических резонансов кристалла кварца кубической формы с ребром 1 см, кристаллографические оси которого совпадают с направлениями ребер. Материальные константы кварца взяты из [7]. В качестве системы базисных функций выбраны полиномы Лежандра.

Упрощенная схема экспериментальной установки для наблюдения пьезорезонансов в кристаллах представлена на рис. 2. Напряжение малой амплитуды ($|U_{gen}| = 80 \text{ mV}$) с радиочастотного генератора через малое нагрузочное сопротивление R подается на конденсатор, в котором расположен исследуемый кристалл. С нагрузочного сопротивления сигнал подается на измерительный вход синхронного детектора. Для каждого значения частоты f внешнего РЧ поля регистрируются амплитуда $|U_R|$ и фаза φ напряжения U_R на входе синхронного детектора, что позволяет определять ток в цепи и вычислять комплексный импеданс кристалла $Z(f)$ (подробнее см. [1]). Для определения зависимости частоты пьезоэлектрических резонансов от температуры исследуемый кристалл вместе с конденсатором помещается в термоконтроллер, температура внутри которого может регулироваться в диапазоне 290–390 К. Измерение электрического импеданса кристалла для различных значений температуры термоконтроллера позволяет определять пьезорезонансные термические коэффициенты $K_n^{prt} \equiv \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \omega_n}{\partial T}$ для n -го резонанса ($\omega_n = 2\pi f_n$). Ниже представлены результаты для кристалла кварца с размерами $L_x = 3$, $L_y = 3$, $L_z = 30 \text{ mm}$.

Преимущественный вклад в K^{prt} вносят упругие константы, а вклад от изменения пьезоэлектрических констант весьма мал. Изменение температуры (и других параметров задачи) можно рассматривать как малое возмущение к исходной задаче (3) при определении K^{prt} . Поэтому, если

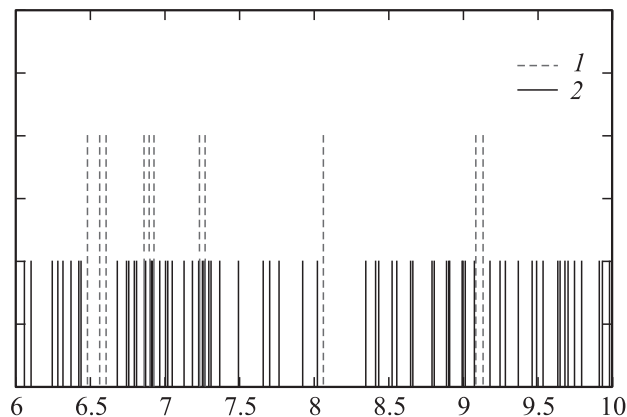


Рис. 3. Измеренный (1) и рассчитанный (2) спектры для кристалла кварца с размерами $3 \times 3 \times 30$ mm, при температуре 298 К. По горизонтальной оси отложена частота, $\times 10^5$ Hz.

обозначить матрицу системы через Γ , а изменяемый параметр через λ , то для производной частоты n -го резонанса будем иметь

$$\frac{\partial \omega_n}{\partial \lambda} = \frac{C_n^T (\partial \Gamma / \partial \lambda) C_n}{2\rho \omega_n C_n^T I C_n}. \quad (4)$$

Для решения задач о взаимодействии лазерного излучения с кристаллами методами RUS [8] необходимо сопоставлять измеренные спектры с рассчитанными. Для большинства исследуемых нами кристаллов упругие константы известны. Однако в силу того, что они варьируются от образца к образцу, а точность геометрической формы и размеров образца часто недостаточно высока (менее 0.1%), их уточнение необходимо производить для каждого образца. Но большой набор вычисленных мод в небольшом частотном диапазоне и малое количество измеренных не позволяют надежно их идентифицировать. Кроме того, экспериментально наблюдаемые моды сильно отличаются по амплитуде, а аналитические критерии для анализа амплитуд собственных мод до сих пор отсутствуют. На рис. 3 приведены рассчитанный и измеренный спектры (амплитуды экспериментальных резонансов показаны одинаковыми).

В качестве метода идентификации мод предлагается анализировать их K^{prt} . В первом приближении производные упругих констант по температуре берутся из литературы. Для каждого резонанса можно рассчитать его температурный сдвиг. Измерив спектр резонансов для нескольких значений температуры, можно определить K^{prt} , а затем связать каждый экспериментальный резонанс с тем рассчитанным, который имеет наиболее близкий температурный сдвиг. Такой алгоритм представляется разумным, поскольку температурный сдвиг той или иной моды напрямую связан с ее зависимостью от каждой упругой константы, а значит, и с пространственной конфигурацией смещения, т.е. со структурой моды. В качестве меры отличия расчетного и экспериментального спектров принимается величина [9]

$$F = \sum_{i=1}^{N_e} w_i (f_i^t - f_i^e)^2, \quad (5)$$

где N_e — количество экспериментальных резонансов, f_i^t — i -я расчетная частота, f_i^e — i -я экспериментальная частота, w_i — i -й весовой коэффициент.

Более подробно, алгоритм идентификации состоит из следующих шагов.

1. Обработка экспериментальных спектров. Выделение резонансов (частот и соответствующих амплитуд) для двух различных температур. Нахождение температурных сдвигов каждой моды.

2. Расчет спектра мод исходя из приближенных значений упругих констант. Расчет температурных сдвигов каждой моды по формуле (4).

3. Выбор экспериментального резонанса с наибольшей амплитудой. Поиск в выбранном частотном диапазоне (50–80 kHz) того рассчитанного резонанса, который имеет температурный сдвиг, во-первых, совпадающий по знаку с измеренным, во-вторых, наиболее близкий по абсолютной величине. Этот шаг повторяется для остальных экспериментальных резонансов в порядке уменьшения амплитуд.

4. Расчет погрешности аппроксимации по формуле (5), в которой в качестве весов выбираются амплитуды измеренных резонансов.

5. Вариация упругих констант, затем шаги 2–5 повторяются.

В таблице приведены результаты описанных процедур, т.е. привязка экспериментальных и рассчитанных резонансов, а также величины K^{prt} . В таблице экспериментальные амплитуды нормированы так, чтобы

Экспериментальные частоты, кГц	Экспериментальные амплитуды	Теоретические частоты, кГц	Погрешность, кГц	Теоретические K^{prt} , Hz/K	Экспериментальные K^{prt} , Hz/K
647.8	0.4925	642.1	5.7	-32.5	-30.0
660.9	0.0615	700.7	39.8	-31.1	-30.0
690.0	0.3758	706.8	16.8	-43.1	-43.3
726.9	0.0494	803.7	76.8	-39.8	-36.7
914.0	1	909.2	4.8	7.9	10.0
938.4	0.0579	948.3	9.9	-12.5	-13.3
983.2	0.1148	977.2	6	-56.6	-56.7
986.0	0.0466	988.5	2.5	-36.4	-36.7
992.6	0.0321	943.7	48.9	-44.2	-46.7
1032.2	0.4977	1047.9	15.7	-34.0	-33.3
1032.5	0.0405	1063.6	31.1	-15.9	-16.7
1035.7	0.0321	1018.3	17.4	6.6	0.0
1050.3	0.0701	1029.6	20.7	3.9	0.0

максимальная амплитуда равнялась 1. Как видно, в целом резонансы хорошо привязаны по сдвигам, привязка по самим величинам частот несколько хуже.

В заключение отметим, что в данной работе предложен новый метод идентификации собственных акустических мод образца пьезоэлектрического кристалла, основанный на сопоставлении температурных сдвигов различных резонансов. Достоинством метода являются простота экспериментальной реализации и возможность восстановления картины смещений точек в объеме образца.

Список литературы

- [1] Коняшкин А.В., Доронкин А.В., Тыртышный В.А., Рябушкин О.А. // ПТЭ. 2009. Т. 6. С. 60.
- [2] Myasnikov D.V., Doronkin A.V., Konyashkin A.V., Ryabushkin O.A. // 15th International conference on photoacoustic and photothermal phenomena. Leuven, Belgium, 2009. PO-T14-8.
- [3] Konyashkin A.V., Doronkin A.V., Tyrtyshnyy V.A., Myasnikov D.V., Ryabushkin O.A. // SPIE Optics+Photonics (Ninth International Conference on Solid State Lighting). San Diego, California, USA, 2009. P. 7422–7441.
- [4] Ogi H., Sato K., Asada T., Hirao M. // J. Acoust. Soc. Am. 2002. V. 112. P. 2553.

- [5] *Demarest H.* // J. Acoust. Soc. Am. 1971. V. 49. P. 768.
- [6] *Ohno I.* // Phys. Chem. Minerals. 1990. V. 17. P. 371.
- [7] *Ogi H., Ohmori T., Nakamura N., Hiraio M.* // J. Appl. Phys. 2006. V. 100. P. 053511.
- [8] *Yu C., McKenna M.J., White J.D., Maynard J.D.* // J. Acoust. Soc. Am. 1992. V. 91. P. 868.
- [9] *Zadler B.J., Le Rousseau J.H.L., Scales J.A., Smith M.L.* // Geophys. J. Int. 2004. V. 156. P. 154.