01;04

Отражение плазменных волн от границы с зеркально-аккомодационными граничными условиями

© Н.В. Грициенко, А.В. Латышев, А.А. Юшканов

Московский государственный областной университет
E-mail: natafmf@yandex.ru, avlatyshev@mail.ru, yushkanov@inbox.ru

Поступило в Редакцию 15 февраля 2010 г.

Решена линеаризованная задача об отражении плазменной волны от границы полупространства. Рассматриваются зеркально-аккомодационные условия отражения электронов от границы. Коэффициент отражения волны найден как функция параметров задачи, показана его зависимость от коэффициента аккомодации нормального импульса электронов. Анализируется длинноволновой предел.

Изучение плазмы и плазменных волн становится все более актуальным в наше время в связи с нанотехнологиями [1–4].

Настоящая работа является продолжением исследований [5–7].

Отметим, что в [5–7] рассматривались задачи отражения плазменных волн от границы с чисто диффузными граничными условиями.

Пусть вырожденная плазма занимает полупространство $x > 0$. Будем считать, что электрическое поле $\mathbf{E}$ внутри плазмы имеет одну x-компоненту и изменяется только вдоль оси x: $\mathbf{E} = \{E_x(x,t), 0, 0\}$.

Возьмем линеаризованную систему уравнений Власова–Максвелла (см. [5]), описывающих поведение плазмы:

$$\frac{\partial H}{\partial t_1} + \mu\frac{\partial H}{\partial x_1} + H(x_1,\mu,t_1) = \mu e_1(x_1,t_1) + \frac{1}{2}\int\limits_{-1}^{1} H(x_1,\mu',t_1)\,d\mu',$$

$$\frac{\partial e_1(x_1,t_1)}{\partial x_1} = \frac{3\omega_p^2}{2\nu^2}\int\limits_{-1}^{1} H(x_1,\mu',t_1)\,d\mu'.$$

Здесь функция H связана с функцией распределения f соотношением:

$$f = f_F(\mathcal{E}) + \mathcal{E}_F\delta(\mathcal{E}_F - \mathcal{E})H(x, \mu, t), \quad \mu = \frac{v_x}{v},$$

$e_1(x, t) = ev_F E_x(x, t)/(\nu\mathcal{E}_F)$ — безразмерная функция, $x_1 = x/l$ — безразмерная координата, $l = v_F\tau$ — длина свободного пробега электронов, $t_1 = \nu t$ — безразмерное время, ν — эффективная частота столкновений электронов, $\nu = 1/\tau$, $\delta(x)$ — дельта-функция Дирака, $\mathcal{E}$ — энергия электрона, $\mathcal{E}_F$ — энергия электрона на поверхности Ферми, считающейся сферической, $f_F(\mathcal{E})$ — распределение Ферми–Дирака, $\omega_p = 4\pi e^2 N/m$ — ленгмюровская (собственная) частота колебаний плазмы, N — числовая плотность (концентрация) электронов, m — масса электрона, e — его заряд.

Также введем величину $\omega_1 = \omega\tau = \omega/\nu$ и безразмерное волновое число $k_1 = kv_F/\omega_p$, тогда $kx = k_1x_1/\varepsilon$, где k — размерное волновое число, $\varepsilon = \nu/\omega_p$. Пусть на границу плазмы, лежащую в плоскости $x_1 = 0$, движется плазменная волна. Электрическое поле в ней меняется по закону

$$e_1^+(x_1, t_1) = E_1 \exp\left(-i\left(\frac{k_1x_1}{\varepsilon} + \omega_1 t_1\right)\right).$$

Амплитуда волны E_1 задана. На границе плазмы эта волна отражается и электрическое поле в отраженной волне имеет вид

$$e_1^-(x_1, t_1) = E_2 \exp\left(i\left(\frac{k_1x_1}{\varepsilon} - \omega_1 t_1\right)\right).$$

Амплитуда E_2 подлежит отысканию из решения задачи. Требуется определить, какая часть энергии волны поглощается при отражении волны, а какая часть — отражается, а также найти сдвиг фазы волны. Другими словами, требуется вычислить коэффициент отражения — квадрат модуля отношения амплитуд отраженной и падающей волн $R = |E_2/E_1|^2$ и найти аргумент отношения амплитуд $\phi = \arg(E_2/E_1) = \arg E_2 - \arg E_1$.

Выделяя временну́ю переменную, положим $H = e^{-i\omega_1 t_1}h(x_1, \mu)$, $e_1 = e^{-i\omega_1 t_1}e(x_1)$ и, переобозначая x_1, t_1 через x, t, перепишем систему Власова–Максвелла:

$$\mu\frac{\partial h}{\partial x} + z_0 h(x, \mu) = \mu e(x) + \frac{1}{2}\int\limits_{-1}^{1} h(x, \mu')d\mu', \quad z_0 = 1 - i\omega_1, \qquad (1)$$

$$e'(x) = \frac{3}{2\varepsilon^2} \int\limits_{-1}^{1} h(x, \mu') d\mu'. \tag{2}$$

Будем считать, что внешнее электрическое поле за пределами плазмы отсутствует. Это значит, что для поля внутри плазмы на ее границе выполняется условие

$$e(0) = 0. \tag{3}$$

Условие непротекания потока частиц через границу плазмы означает, что

$$\int\limits_{-1}^{1} \mu h(0, \mu) d\mu = 0. \tag{4}$$

В кинетической теории для описания свойств поверхности часто используются коэффициенты аккомодации. Коэффициент аккомодации нормального импульса определяется соотношением

$$\alpha_p = \frac{P_i - P_r}{P_i - P_s}, \quad 0 \leqslant \alpha_p \leqslant 1,$$

где P_i и P_r — потоки нормальных к поверхности импульсов падающих на границу и отраженных от нее электронов,

$$P_i = \int\limits_{-1}^{0} \mu^2 h(0, \mu) d\mu, \qquad P_r = \int\limits_{0}^{1} \mu^2 h(0, \mu) d\mu,$$

величина P_s — поток номального к поверхности импульса отраженных от границы таких электронов, которые находятся в термодинамическом равновесии со стенкой,

$$P_s = \int\limits_{0}^{1} \mu^2 h_s(\mu) d\mu, \quad \text{где} \quad h_s(\mu) = A_s, \quad 0 < \mu < 1.$$

Функция $h_s(\mu)$ является равновесной функцией распределения соответствующих электронов. Она должна удовлетворять условию, сходному с условием непротекания:

$$\int\limits_{-1}^{0} \mu h(0,\mu)d\mu + \int\limits_{0}^{1} \mu h_s(\mu)d\mu = 0. \qquad (5)$$

Зеркально-аккомодационные граничные условия на фунцию h записываются в виде

$$h(0,\mu) = h(0,-\mu) + A_0 + A_1\mu, \quad 0 < \mu < 1. \qquad (6)$$

Опуская решение задачи, приведем выражение для отношения амплитуд:

$$E_2 = -\frac{\alpha_p m(-\eta_0)A(\eta_0) + B(\eta_0)C(\alpha_p)}{\alpha_p m(\eta_0)A(\eta_0) + B(\eta_0)C(\alpha_p)} E_1. \qquad (7)$$

В (7) введены обозначения:

$$A(\eta_0) = \frac{2}{3}T(\eta_0) - \lambda_\infty\eta_0, \quad C(\alpha_p) = \frac{1-\alpha_p}{36} + \alpha_p Q_m,$$

$$B(\eta_0) = (\eta_1^2 - \eta_0^2)\lambda'(\eta_0), \quad \lambda_\infty = \frac{2\gamma + i\varepsilon + \gamma(\gamma + i\varepsilon)}{(1+\gamma+i\varepsilon)^2},$$

$$m(\pm\eta_0) = z_0\int\limits_0^1\left(\mu^2 - \frac{2}{3}\right)\Phi(\pm\eta_0,\mu)d\mu, \;\; T(z) = \frac{1}{c}\int\limits_{-1}^{1}\frac{\mu(\mu^2-\eta_1^2)\mathrm{sign}\mu}{\mu - z}d\mu,$$

$$Q_m = \int\limits_0^1 m(\eta)Q(\eta)d\eta, \qquad Q(\eta) = \frac{\frac{2}{3}\eta[T(\eta)+\lambda(\eta)] - \lambda_\infty\eta^2}{c\lambda^+(\eta)\lambda^-(\eta)}.$$

Из равенства (7) видно, что при $\alpha_p = 0$ имеем: $E_2 = -E_1$, т.е. при чисто зеркальном отражении электронов от границы коэффициент отражения равен единице $R = 1$, а сдвиг фаз падающей и отраженной волн равен $180°$, т.е. $\phi = \arg(E_2/E_1) = \pi$, откуда $\arg E_2 = \arg E_1 + \pi$.

Исследуем коэффициент отражения и сдвиг фазы волны в случае малых значений волнового числа k. Рассмотрим дисперсионное уравнение $k \to 0$:

$$\lambda\left(i\frac{\varepsilon z_0}{k}\right) = \lambda_\infty - \frac{\lambda_2 k^2}{\varepsilon^2 z_0^2} = 0. \qquad (8)$$

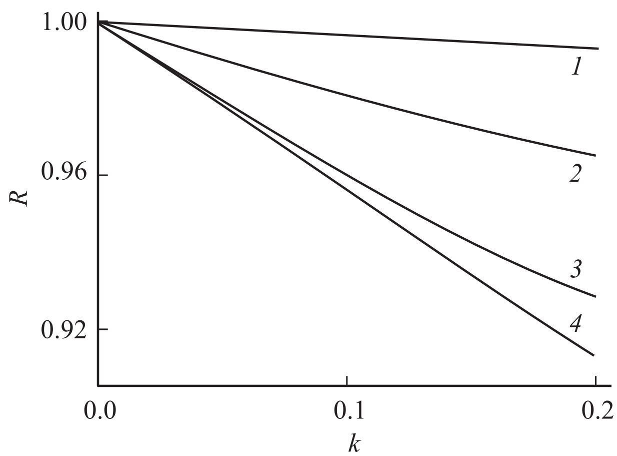

Рис. 1. Зависимость коэффициента R от k.

Будем считать частоту ω комплексной: $\omega = \omega_0 + i\omega_1$. Тогда величина γ также является комплексной: $\gamma = \gamma_0 + i\gamma_1$. Здесь $\gamma_0 = \omega_0/\omega_p - 1$, $\gamma_1 = \omega_1/\omega_p$. Из уравнения (8) находим, что при малых k $\gamma_0 = 0.3k^2$, $\gamma_1 = -0.5\varepsilon$ (знак минус здесь означает, что в объеме плазмы имеет место затухание Ландау). Выразим параметры задачи через k и ε:

$$\lambda_\infty = 0.6k^2(1 - i\varepsilon), \quad z_0 = \frac{1}{2} - \frac{1 + 0.3k^2}{\varepsilon},$$

$$\eta_1^2 = -i\frac{\varepsilon}{3}(1 + 0.3k^2), \quad \eta_0 = \frac{1 + 0.3k^2 + i0.5\varepsilon}{k}.$$

С помощью этих параметров проведем изучение коэффициента отражения и сдвига фаз в длинноволновом пределе(при малых k).

На рис. 1 изображена зависимость коэфициента отражения R от волнового числа k для случая $\varepsilon = 10^{-2}$. Кривые *1*, *2*, *3* отвечают значениям коэффициента аккомодации $\alpha_p = 0.1$, 0.5, 1.0. Кривая *4* отвечает диффузионным граничным условиям (см. [6,7]). Из графика видно, что при малых значениях k кривая *3* ($\alpha_p = 1$) практически сливается с кривой *4*. С учетом того, что при $\alpha_p = 0$ коэффициент отражения равен коэффициенту отражения для зеркальных граничных условий, можно сделать вывод: зеркально-аккомодационные граничные условия хорошо аппроксимируют зеркально-диффузные граничные условия.

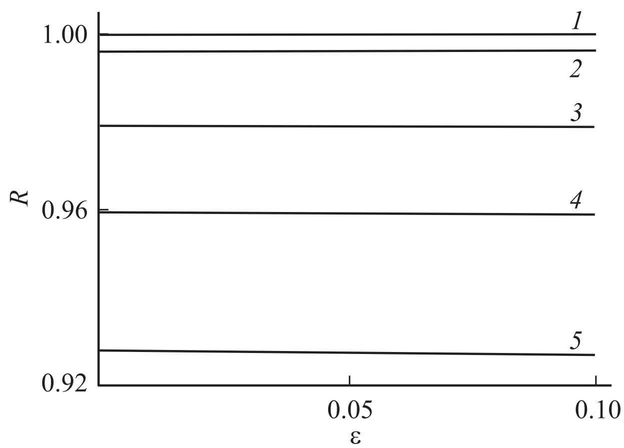

Рис. 2. Зависимость коэффициента R от ε; $\alpha_p = 1$.

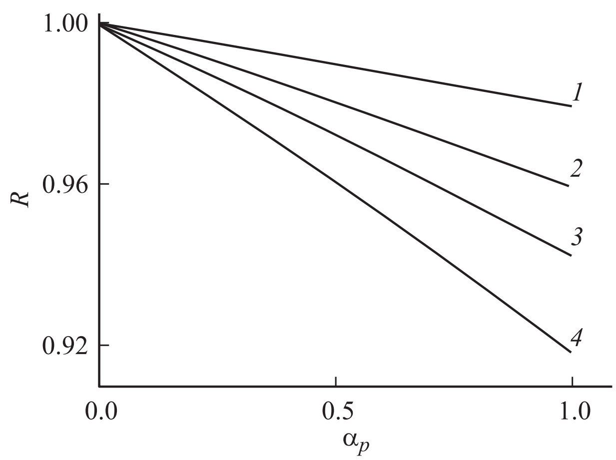

Рис. 3. Зависимость коэффициента R от α_p; $\varepsilon = 10^{-3}$.

На рис. 2 представлена зависимость коэффициента отражения R от величины ε для случая $\alpha_p = 1$. Кривые *1*, *2*, *3*, *4*, *5* отвечают значениям волнового числа $k = 0.001$, 0.01, 0.05, 0.1, 0.2. Более тонкий анализ показывает, что с ростом коэффициента аккомодации величина коэффициента отражения уменьшается.

На рис. 3 изображена зависимость коэффициента отражения R от величины коэффициента аккомодации α_p для случая $\varepsilon = 10^{-3}$. Кривые *1*, *2*, *3*, *4* отвечают значениям волнового числа $k = 0.05$, 0.1, 0.15, 0.25.

Анализ показывает, что значения угла ϕ слабо зависят как от волнового числа, так и от коэффициента аккомодации.

В данной работе предложены новые граничные условия для задач отражения плазменных волн от плоской границы. Эти граничные условия естественно называть зеркально-аккомодационными. Они являются наиболеее адекватными в задачах нормального распространения плазменных волн (перпендикулярно границе), ибо коэффициентом аккомодации в таких граничных условиях является коэффициент аккомодации нормального импульса электронов.

Получено аналитическое решение задачи об отражении плазменных волн от границы с аккомодацией нормального импульса электронов. Проведен анализ основных параметров задачи в длинноволновом пределе. Этот анализ показывает, что предлагаемые граничные условия являются промежуточными между чисто зеркальными и чисто диффузными граничными условиями. В самом деле, из рис. 3 видно, что все графики зависимости коэффициента отражения от волнового числа лежат между графиками, отвечающими зеркальным и диффузным граничным условиям.

Список литературы

[1] *Абрикосов А.А.* Основы теории металлов. М.: Наука, 1987. 520 с.
[2] *Dressel M., Grüner G.* Electrodynamics of Solids. Optical Properties of Electrons in Matter. Cambridge: Univ. Press, 2003. 487 p.
[3] *Boyd T.J.N., Sanderson J.J.* The Physics of Plasmas. Cambridge Univ. Press, 2003. 546 p.
[4] *Liboff R.L.* Kinetic theory: classical, quantum, and relativistic description. New York: Springer Verlag, 2003. 587 p.
[5] *Латышев А.В., Юшканов А.А.* // ЖВММФ. 2007. Т. 47. № 7. С. 1229.
[6] *Латышев А.В., Юшканов А.А.* // ТМФ. 2007. Т. 150. № 3. С. 425.
[7] *Латышев А.В., Юшканов А.А.* // ЖТФ. 2007. Т. 77. В. 3. С. 17.