03;09

Способ усиления СВЧ-излучения с помощью распыленных в газообразной среде удлиненных нанотрубок

© *Н.Р. Садыков, Н.А. Скоркин*

Снежинская государственная физико-техническая академия,
Снежинск, Челябинская обл.
E-mail: n.r.sadykov@rambler.ru, n.a.scorkin@rambler.ru

Поступило в Редакцию 9 апреля 2010 г.

Предлагается для СВЧ-излучения длиной волны $\lambda \sim 1\,\mathrm{cm}$ способ усиления в активной среде. Накачка среды производится воздействием нестационарного электрического поля на распыленные в воздухе удлиненные электропроводящие нанотрубки. Оценены при объемной доле нанотрубок $c_0 \approx 10^{-3}$ и атмосферном давлении в воздухе необходимое значение нестационарного электрического поля для накачки среды, в том числе за счет использования наноимпульсного источника напряжения большой мощности (плотность энергии $\sim 200\,\mathrm{J/m^3}$), и коэффициент усиления слабого сигнала ($\Gamma_0 = 0.055\,\mathrm{m^{-1}}$). Рассмотрен один из возможных механизмов усиления СВЧ-излучения в пространственном резонаторе.

В [1] было показано, что в воздушной среде с удлиненными наночастицами с объемной долей $c_0 \sim 10^{-3}$ возможен механизм усиления и самофокусировки (в волновом канале и пространственном резонаторе) СВЧ-излучения. Накачка нелинейной среды может быть произведена с помощью нестационарного электрического поля. В [1] наночастицы аппроксимировались гантелью с невесомым стержнем, обладающим конечным электрическим сопротивлением и коэффициентом упругости. В данной работе в отличие от [1] предлагается рассмотреть реальные наночастицы — нанотрубки, которые являются перспективными материалами для рассмотренной в работе [1] задачи. Существуют одно- и многослойные нанотрубки (с детальным обзором работ в этой области можно ознакомиться в [2–4]). Возможность изготавливать нанотрубки большой протяженности по сравнению с поперечными размерами позволит получить величину предварительной накачки при значительно меньших значениях нестационарных полей. Кроме того (например, в соответствии с приведенными в [5] результатами), модуль Юнга (или коэффициент упругости) однослойных и многослойных углеродных нанотрубок порядка $\sim 1\,\text{TPa}$, что в несколько раз больше модуля Юнга стали. Такие большие значения модуля Юнга приводят применительно к задаче, рассмотренной в [1], к величине резонансного колебания наночастицы порядка $\omega \sim 10^{11}-10^{12}\,\text{s}^{-1}$ (длина волны генерируемого излучения $\lambda \sim 0.1-1\,\text{cm}$), что позволяет рассмотреть сигналы в коротковолновой части СВЧ-излучения.

В работе на основе полученной системы материальных уравнений и уравнения излучения оценены коэффициент усиления, необходимая для этого объемная доля и массовая концентрация нанотрубок и величина накачиваемого поля. Рассматриваемая задача по сути является продолжением серии работ [1,6,7].

Рассмотренная в [8,9] модель является удобной для проведения теоретических выкладок, для рассмотрения сути физического явления, но в этом случае возникают проблемы с вычислением феноменологически введенных в системе материальных уравнений параметров T_1 и T_2. Поэтому рассмотрим наночастицы в форме вытянутых цилиндров, у которых радиусы R значительно меньше длины цилиндров $L/R \gg 1$ (одно- и многослойные нанотрубки). Сходство моделей на основе удлиненных нанотрубок и удлиненных гантелек состоит в том, что в обеих моделях значительное превышение продольных размеров по сравнению с поперечными приводит к большой деполяризации наночастиц, что, в свою очередь, приводит к большой величине запасенной потенциальной энергии в среде на основе наночастиц. В силу разной геометрии наночастиц в двух моделях уравнения для нелинейной поляризации качественно совпадут; количественное отличие будет только для коэффициентов при неизвестных. Получим уравнение для нелинейной поляризации, которое является одним из двух материальных уравнений.

Индуцированный на поверхности длинного цилиндра заряд, отнесенный к единице длины, запишется ([10], с. 35) в виде

$$\tilde{\tau}(x) = \frac{x \cdot G(t)}{2X\left(1 + \frac{1}{2X}\ln\left(1 - 4\frac{x^2}{L^2}\right)\right)}, \tag{1}$$

где $-L/2 \leqslant x \leqslant L/2$, $X = -1 + \ln(L/R)$, R и L — соответственно радиус и длина цилиндра, $G(t)$ — нестационарное электрическое поле.

Для линейной поляризации получим ([9], с. 35)

$$P_0(t) = n\int\limits_{-L/2}^{L/2} x\tilde{\tau}(x)dx \approx G(t)V\frac{1}{4\pi n_x}, \quad \frac{1}{n_x} = \frac{A(X)}{2X}\frac{L^2}{R^2}, \tag{2}$$

где n_x — коэффициент деполяризации ([6], с. 43), $V = \pi R^2 L$, $A(X)$ — безразмерная величина

$$A(X) = \int\limits_0^1 \frac{\xi^2 d\xi}{1 + \frac{1}{2X}\ln(1-\xi^2)}. \tag{3}$$

С учетом (2) для „инверсии населенностей“ [1,8] получим

$$N(t) = \frac{1}{2}nG(t)P_0(t) = \frac{c_0|G(t)|^2}{8\pi n_x}, \tag{4}$$

где $c_0 = nV$, n — концентрация наночастиц.

Наличие индуцированного заряда $\tilde{\tau}(x)$ позволяет записать уравнение колебаний для величины продольного смещения цилиндра в виде

$$u_{tt} = \frac{\tilde{W}}{\rho}u_{xx} + \frac{1}{\pi R^2\rho}\tilde{\tau}(x)E(t), \tag{5}$$

где $\tilde{W} = \tilde{E}(1-\sigma)/[(1+\sigma)(1-2\sigma)]$ — коэффициент упругости, $\tilde{E}$ — модуль Юнга, σ — коэффициент Пуассона, ρ — плотность материала наночастиц, $u_{tt} = \partial^2 u/\partial t^2$, $u_{xx} = \partial^2 u/\partial x^2$.

Для получения формального решения неоднородного уравнения гиперболического типа (5) воспользуемся общим вариантом метода Фурье ([11], с. 468), несколько видоизменив его применительно к нашей задаче. Решение разложим в ряд Фурье по собственным функциям и выделим единственную резонансную гармонику $u \sim \sin(\pi x/L)$ (акустическая ветвь). В результате из (5) получим ([11], с. 468)

$$u_{tt} + \tilde{\Omega}^2 u = \frac{1}{\pi R^2\rho}\frac{G(t)L}{2X}B(X)E(t)\sin(\pi x/L), \tag{6}$$

где $\tilde{\Omega}^2 = \pi^2\tilde{W}/(\rho L^2)$; $G(t)$ — медленно меняющаяся по сравнению с $E(t)$ $(|E(t)| \ll |G(t)|)$ функция. При выводе (6) в правой части (5) после разложения в ряд Фурье выделена интересующая нас составляющая

$$\tilde{\tau}(x) = \frac{GL}{2X} B(X)\sin(\pi x/L), \qquad B(X) = \int\limits_0^1 \frac{\xi\sin(\pi\xi/2)d\xi}{1+\frac{1}{2X}\ln(1-\xi^2)}. \tag{7}$$

Далее по аналогии со случаем гантелек [8,9] введем нелинейную поляризацию для наночастиц в форме вытянутых цилиндров

$$P_1 = \int\limits_{-L/2}^{L/2} n\tilde{\tau}(x)u(x)dx - \int\limits_{-L/2}^{L/2} n\tilde{\tau}_0(x)u_0(x)dx, \tag{8}$$

где $u_0(x)$ по аналогии с $x^{(0)}$ в [8,9] характеризует дополнительную деформацию за счет упругой и электрической сил предварительно распределенного заряда $\tau_0(x)$ на поверхности цилиндра (определяет величину начальной накачки) при наличии $E(t)$:

$$\tilde{\Omega}^2 u_0(x) = \frac{1}{\pi R^2\rho}\,\tilde{\tau}_0(x)E(t). \tag{9}$$

В (9) полагалось, что $u_0 \sim \sin(\pi x/L)$.

Умножим (6) на $n\tilde{\tau}(x)$, где плотность заряда $\tilde{\tau}(x)$ определена в (7), и проинтегрируем по x. С учетом (7), (8) и (9) получим приближенное уравнение для нелинейной поляризации

$$\frac{\partial^2 P_1}{\partial t^2} + \tilde{\Omega}^2 P_1 = \frac{n|G(t)|^2L^3}{8\pi R^2\rho X^2} B^2(X)E(t) - \frac{n|G(t=0)|^2L^3}{8\pi R^2\rho X^2} B^2(X)E(t). \tag{10}$$

В случае диссипативных процессов уравнение (10) с учетом (4) окончательно запишется в виде

$$\frac{\partial^2 P_1}{\partial t^2} + \frac{2}{T_2}\frac{\partial P_1}{\partial t} + \tilde{\Omega}^2 P_1 = \Lambda(N-N_0)E, \tag{11}$$

где $\Lambda = 2LB^2/(mXA)$, $m = \pi R^2 L\rho$, $1N = N(t)$, $N_0 = N(t=0)$. В случае нанотрубок величина m больше массы нанотрубки. Уравнение (11) аналогично одному из двух материальных уравнений, описывающих процесс усиления лазерного излучения [12]. В [8,9] аналог времени недиагональной релаксации T_2 был получен из предположения, что наночастица представляет собой цилиндр. Поэтому в соответствии с [8,9] положим, что $T_2 = \rho L/(4\tilde{\rho}\langle v_x \rangle)$ (при рассматриваемых значениях T_2, величины нестационарного поля и параметров нанотрубок время T_2 в соответствии с (16) не влияет на коэффициент усиления Γ).

Второе материальное уравнение может быть получено по аналогии с [8,9] из закона сохранения энергии

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{1}{T_1}(N - N_0) = -E\,\frac{\partial P_1}{\partial t}, \tag{12}$$

где в (12) предполагается, что будет иметь место соотношение $N - N_0 < 0$. Если $E \cdot \partial P_1/\partial t > 0$, то поле будет совершать положительную работу и энергия поля будет уменьшаться. Поэтому для увеличения энергии поля необходимо выполнение условия $E \cdot \partial P_1/\partial t < 0$ в (12). Поскольку при $N - N_0 < 0$ должно выполняться условие $\partial N/\partial t > 0$, то, исходя из закона сохранения энергии, получим уравнение (12). Для определения аналога времени продольной релаксации T_1 в „гантельной модели“ в [8,9] время T_1 определялось из условия „релаксации“ заряда конденсатора в форме гантели. Этот подход эквивалентен определению времени релаксации потенциальной энергии конденсатора. В случае реальных нанотрубок для определения T_1 воспользуемся вторым подходом. При отсутствии поля $E(t) = 0$ „потеря“ энергии наночастиц, содержащихся в единице объема, за счет диссипативных процессов

$$Q = \int\limits_{-L/2}^{L/2} n\pi R^2 j E_0 dz \approx c_0 |E_0|^2/\rho_0,$$

где $j = E_0/\rho_0$ — плотность тока, ρ_0 — удельное сопротивление. Диссипативные процессы приведут к уменьшению величины N в соответствии с законом сохранения энергии $dN/dt = -Q$:

$$\frac{dN}{dt} = -\frac{1}{T_1}(N - N_0), \quad T_1 = \frac{\rho_0}{8\pi n_x} = \frac{\varepsilon_0 \rho_0}{2n_x}. \tag{13}$$

При $L/R = 200$ величина $X \approx 4.3$. Величина A из (3) при $X \gg 1$ вычисляется аналитически (см. [10], с. 35) в соответствии с приближенной формулой

$$A \approx \frac{1}{3}\left[1 + \frac{1}{X}\left(\frac{4}{3} - \ln 2\right)\right]. \tag{14}$$

При $X \gg 1$ можно считать $A = 1/3$, т. е. в этом случае в (3) можно пренебречь величиной $\sim \ln(1 - \xi^2)$. При $X \approx 4.3$ величина A в соответствии с приближенной формулой (14) будет ≈ 0.38, т. е. наличие в (3) логарифма незначительно меняет величину A по сравнению с этой величиной при $X \gg 1$.

Из (13) с учетом (2) получим, что $T_1 \approx 884\varepsilon_0\rho_0$. В качестве материала, из которого изготовлена нанотрубка, рассмотрим материалы с удельными сопротивлениями кремния и германия. В этом случае для удельного электрического сопротивления кремния и германия $\rho_0^{\mathrm{Si}} = 2.3 \cdot 10^3\,\Omega \cdot \mathrm{m}$, $\rho_0^{\mathrm{Ge}} = 0.5\,\Omega \cdot \mathrm{m}$ соответственно. Следовательно, для времени накачки энергии для материалов с удельным сопротивлением кремния и германия получим $T_1^{\mathrm{Si}} \approx 1.8 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{s}$, $T_1^{\mathrm{Ge}} \approx 3.9 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{s}$ соответственно. Из вышеприведенных оценок видно, что время накачки и релаксации для германия составляет величину порядка нескольких десятков периодов колебаний излучения, т. е. материал с удельным сопротивлением германия можно использовать при накачке нестационарным электрическим полем длительностью $\Delta t \geqslant T_1^{\mathrm{Ge}}$. Это означает, что можно было бы воспользоваться импульсными генераторами большой мощности (нестационарные электрические поля) [13–15]. Время накачки и релаксации для кремния на пять порядков больше периода колебаний излучения, и это вещество можно использовать при накачке среды нестационарным полем длительностью $\Delta t \geqslant T_1^{\mathrm{Si}}$.

Теперь, исходя из системы материальных уравнений (11), (12) и уравнения для усиливаемого поля излучения [8,9]

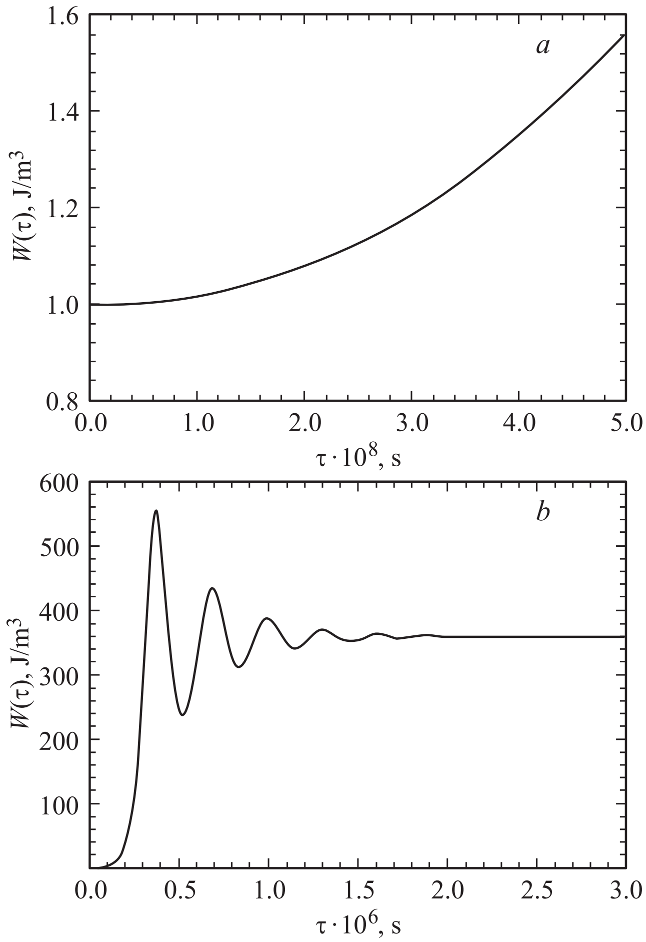
$$\Delta \mathbf{E} = \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{c^2 \partial t^2} + 4\pi \frac{\partial \mathbf{P}_1}{c^2 \partial t^2}, \tag{15}$$

оценим для резонатора величину коэффициента усиления СВЧ-излучения для среды с удлиненными нанотрубками при $\tilde{\Omega} = \omega$. В приближении медленно меняющейся амплитуды $E = \tilde{E}\exp(-i\omega t)$, $P_1 = \tilde{P}_1 \exp(-i\omega t)$ уравнения (11) и (15) запишутся в виде

$$\frac{\partial \tilde{E}}{\partial t} + \frac{1}{2\tau_1}\tilde{E} = i2\pi\omega\tilde{P}_1, \quad \frac{\partial \tilde{P}_1}{\partial t} + \frac{1}{T_2}\tilde{P}_1 = i\frac{\Lambda}{2\omega}(N - N_0)\tilde{E}, \tag{16}$$

где $\tau_1 \ll T_2$. При $N = 0$, $N_0 = \mathrm{const}$ из (16) при $\tilde{E} \sim \exp(\lambda t)$, $\tilde{P}_1 \sim$ $\sim \exp(\lambda t)$ получим

$$\lambda = -\frac{1}{2T_2} \pm \frac{1}{2}\left[\frac{1}{T_2} + \Lambda N_0\right]^{1/2}.$$



Зависимость плотности энергии $W(\tau)$ от переменной $\tau = z/c$ на промежутке: a — $0 < \tau < 8 \cdot 10^{-8}$ s; b — $0 < \tau < 3 \cdot 10^{-6}$ s.

Отсюда при $(1/T_2)^2 \ll \Lambda N_0$ коэффициент усиления будет равен $\Gamma = 2\lambda \approx (\Lambda N_0)^{1/2}$. Пусть $R = 5 \cdot 10^{-9}$ m, $L = 200R = 10^{-7}$ m, $\tilde{\rho} = 1.29$ kg/m^3, $\langle v_x \rangle \approx [RT/\mu]^{1/2} \approx 370$ m/s. Положим $\tilde{W} = E \approx 10^{12}$ J/m^3. Плотность кремния $\rho_{\mathrm{Si}} = 2.3 \cdot 10^3$ kg/m^3. Из уравнения (6) получим, что $\tilde{\Omega} \approx 5.7 \cdot 10^{10}\, s^{-1}$ (длина волны излучения равна $\lambda = 2\pi c/\tilde{\Omega} \approx 3.3$ cm),

$T_2 \approx 1.2 \cdot 10^{-7}$ s $(1/T_2 \approx 8.3 \cdot 10^6\,\mathrm{s}^{-1})$. В соответствии с (2) и (11) получим, что $1/n_x \approx 1660$, $\Lambda \approx 1.75 \cdot 10^{12}$ m/kg. При значениях стационарного электрического поля $G = 7 \cdot 10^6$ m/s $(G^2/8 \cdot \pi = 40\,\mathrm{J/m^3})$ в воздухе из (4) получим $N_0 \approx 357\,\mathrm{J/m^3}$. Такое значение N_0 при длительностях импульса $\Delta t \geqslant 5 \cdot 10^{-9}$ s можно достичь за счет увеличения давления в газовой среде. Полагая в (7) $B \approx A = 0.38$, из приведенных выше оценок с учетом (16) получим, что коэффициент усиления в резонаторе $\Gamma \approx 1.9 \cdot 10^7\,\mathrm{s}^{-1}$. Полученные результаты оценок по порядку величины совпадают с результатами расчетов для волноводного канала (см. рисунок).

В результате численного решения задачи установлено, что поляризация в лагранжевой системе координат в начальный момент времени имеет линейную зависимость, а величина W — параболическую зависимость от z (см. рисунок). Вследствие параболической зависимости значение $W(z)/W(z=0) = 1.5$ достигается только при $z \approx 13.5$ m. На интервале (рис. 2) $0 \leqslant \tau \leqslant 4 \cdot 10^{-7}$ s (где $\tau = z/c$) максимальный коэффициент усиления Γ_0 в волноводном канале $\Gamma_0 = \Gamma c^{-1} = 0.055\,\mathrm{m}^{-1}$, где c — скорость света.

Авторы благодарят М.И. Яландина за помощь в подборе параметров квазистационарного поля и В.Г. Елецкого за консультацию по нанотрубкам.

Работа выполнена при поддержке грантом проекта РФФИ № 10-02-96014-р_урал_а.

Список литературы

[1] *Садыков Н.Р., Скоркин Н.А.* // Письма в ЖТФ. 2009. Т. 35. В. 21. С. 42.
[2] *Елецкий А.В., Смирнов Б.М.* // УФН. 1995. Т. 165. № 9. С. 977.
[3] *Елецкий А.В.* // УФН. 2007. Т. 177. № 3. С. 233–274.
[4] *Елецкий А.В., Смирнов Б.М.* // УФН. 2009. Т. 179. С. 225–242.
[5] *Лозовик Ю.А., Попов А.М.* // УФН. 2007. Т. 177. № 7. С. 786–799.
[6] *Зацепин В.А., Садыков Н.Р., Садыкова М.О.* и др. // Оптика атмосферы и океана. 2007. Т. 20. № 4. С. 378.
[7] *Зацепин В.А., Смыслов В.П., Садыков Н.Р.* и др. // Оптика атмосферы и океана. 2004. Т. 17. № 2–3. С. 168.
[8] *Садыков Н.Р., Скоркин Н.А.* // Оптика атмосферы и океана. 2009. Т. 22. № 5. С. 445.

[9] *Садыков Н.Р., Скоркин Н.А.* // ЖТФ. 2009. Т. 79. В. 9. С. 83.
[10] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. Т. 8.
[11] *Владимиров В.С.* Уравнения математической физики. М.: Наука, 1981.
[12] *Пантел Р., Путхов Г.* Основы квантовой электроники. М.: Мир, 1972. 384 с.
[13] *Месяц Г.А., Яландин М.И.* // УФН. 2005. Т. 175. № 3. С. 225.
[14] *Месяц Г.А.* // УФН. 2006. Т. 176. № 10. С. 1070.
[15] *Яландин М.И., Шпак В.Г.* // Приборы и техника эксперимента. 2001. № 3. С. 5.