01

Динамические поправки к силе изображения

© В.И. Кесаев, И.Н. Малиев

Северо-Осетинский государственный университет им. К.Л. Хетагурова,
Владикавказ, Россия

E-mail: malieff@inbox.ru

(Поступила в Редакцию 30 июня 2010 г.
В окончательной редакции 2 ноября 2010 г.)

Исследовано электрическое взаимодействие нерелятивистской точечной частицы (заряда, диполя) с плоской поверхностью металла в случае латерального движения частицы в вакууме с постоянной скоростью. Получено новое представление сил притяжения и трения в модели сплошной среды для металла. Для быстрых частиц, движущихся достаточно близко к поверхности, в модели Друде обнаружен отталкивательный характер взаимодействия.

Работа поддержана Федеральным агентством по образованию в рамках тематического плана Северо-Осетинского госуниверситета (тема № 159).

1. Введение

Учет влияния конденсированной среды на пролетающую вблизи ее границы малую частицу важен во многих областях физики, особенно в модной сейчас нанотехнологии. В рамках этой проблемы исследование электромагнитного взаимодействия точечных заряда и диполя с поверхностью массивного образца металла имеет давнюю историю (см., например, прекрасно написанные обзоры [1,2]). В [1,2] дан не только критический анализ результатов предыдущих работ других авторов, но также обоснован ряд новых, принципиально важных результатов, полученных Дедковым и Кясовым. В частности, это формулы для сил трения и притяжения в случае латерального движения частицы с постоянной скоростью над поверхностью металла.

Не подвергая сомнению достоверность всех оригинальных вычислений и формул в [1,2], мы в настоящей работе предлагаем заинтересованному читателю иное, нетривиальным образом отличающееся по форме представление картины взаимодействия точечной частицы с плоской поверхностью металла в случае нерелятивистского латерального движения. Выражения, найденные нами для сил трения и притяжения, являются новыми. По-видимому, представленная форма выражений для электрических потенциала и поля точечной частицы ранее никем не устанавливалась и, на наш взгляд, являетя удобной для применения принципа суперпозиции в проблеме движения пучков частиц вблизи плоской поверхности металла.

2. Потенциал индуцированного поля

Пусть металл занимает полупространство $z \le 0$. Над его поверхностью (на расстоянии $z_0 > 0$) в вакууме движется с постоянной (параллельной поверхности) скоростью v точечная частица (ион, диполь, нейтральный атом). Нас будет интересовать отклик металла на электрическое поле частицы. Для этого нужно решить неоднородное волновое уравнение для скалярного потенциала φ с правой частью $-4\pi\rho(\mathbf{r}, t) = -4\pi q\delta(x - vt) \times\delta(y)\delta(z - z_0)$, где q — велчина заряда частицы, ось x направлена вдоль скорости частицы, т. е. невозмущенная траектория движения частицы есть $\mathbf{r}_0(t) = \{vt, 0, z_0\}$ в выбранной декартовой системе.

Используя преобразование Лапласа по координате z [3], можно показать, что отклик металла создает в вакууме ($z > 0$) электрическое поле, потенциал которого

$$\varphi_{\mathrm{met}}(\mathbf{r}, t) = \frac{q}{4\pi} \int_0^\infty dk \int_0^{2\pi} d\theta \gamma(\theta) e^{i\mathbf{kR}} e^{-k(z+z_0)/\gamma(\theta)} \Delta(kw\cos\theta). \tag{1}$$

Здесь $\gamma(\theta) = 1/\sqrt{1-\beta^2\cos^2\theta}$, $\beta = v/c$ (c — скорость света), векторы $\mathbf{r} = \{x, y, z\}$, $\mathbf{R} = \{x - vt, y\}$, $\mathbf{k} = \{k\cos\theta, k\sin\theta\}$. Свойства металлов в модели сплошной среды описываются функцией

$$\Delta(\omega) = \frac{1-\epsilon(\omega)}{1+\epsilon(\omega)}, \tag{2}$$

где $\epsilon(\omega)$ — диэлектрическая проницаемость металла в пространственно однородном случае.

Ясно, что φ из (1) существенно зависит от выбора зависимости $\epsilon(\omega)$. В частности, в статическом пределе $\omega \to 0$ имеем $|\epsilon(\omega)| \to \infty$ и, следовательно, $\Delta(\omega) \to -1$, что приводит к известной из учебников формуле для потенциала изображения (при $v = 0$). Обычно исследователи принимают две модели: высокочастотное приближение, для которого $\epsilon(\omega) = \epsilon_1 = 1 - \omega_p^2/\omega^2$ ($\omega_p \sim 10^{14}\,\mathrm{s}^{-1}$), и низкочастотное приближение — $\epsilon(\omega) = \epsilon_2 = 1 + i4\pi\sigma/\omega$ ($\sigma \sim 10^8\,\mathrm{s}^{-1}$) (все обозначения стандартны).

Далее мы вычисляем (1) для $\Delta(\omega)|_{\epsilon=\epsilon_{1,2}} \equiv \Delta_{1,2}$, причем нас будет интересовать значение φ_{met} вдоль невозмущенной траектории $\mathbf{r}_0(t)$ в нерелятивистском случае, т.е.

$$\varphi_{1,2}(x,0,z_0,t)=\frac{1}{4\pi}\int\limits_0^\infty dke^{-2z_0k}\int\limits_0^{2\pi} d\theta e^{ik(x-vt)\cos\theta}\Delta_{1,2}. \tag{3}$$

Отметим, что выражение (3) с точностью до обозначений совпадает с аналогичной формулой из [1].

3. Низкочастотное приближение. Сила трения (заряд)

В этом разделе найдем φ_{met} в низкочастотном приближении. Имеем из (3)

$$\varphi_2=-\frac{iq}{2\pi}\int\limits_0^\infty dke^{-2z_0k}\int\limits_0^{2\pi} d\theta e^{ik(x-vt)\cos\theta}/(i+k\lambda\cos\theta), \tag{4}$$

где $\lambda=v/2\pi\sigma$ — характерный масштаб (напомним, что σ — статическая удельная проводимость металла). Для анализа (4) как функции скорости частицы φ_2 обычно преобразуется к виду, содержащему функции Макдональда [1] (это достигается тем, что вначале в двойном интеграле вычисляется сумма по k). Покажем, что имеется альтернативный путь вычисления (4), который приводит к результату, имеющему другую форму. Это связано с изменением порядка интегрирования в (4) и явным вычислением суммы по углу θ.

Действительно, рассмотрим выражение

$$G(a,b)=-i\int\limits_0^{2\pi}\frac{e^{ia\cos\theta}}{i+b\cos\theta}\,d\theta \tag{5}$$

как функцию двух переменных (a,b). Идея вычисления (5) заключается в составлении для G дифференциального уравнения по переменной $a\in\mathscr{R}$ и его решения. Поскольку $G(0,b)=-2\pi/\sqrt{1+b^2}$, $G(a,0)=-2\pi J_0(a)$, где $J_0(x)$ — функция Бесселя нулевого порядка, несложно привести (5) к виду

$$G(a,b)=-2\pi e^{a/b}\left[\frac{1}{\sqrt{1+b^2}}\mp\int\limits_0^{\pm a/b}J_0(bx)e^{\mp x}dx\right], \tag{6}$$

где верхний знак справедлив для $a>0$, а нижний — для $a<0$. Учитывая представление (6), легко преобразовать (4) к виду

$$\varphi_2(x,0,z_0,t)=-\frac{q}{2z_0}\,e^{a/\lambda}\int\limits_{a/\lambda}^\infty\frac{e^{-u}du}{\sqrt{1+\tilde\lambda^2u^2}}. \tag{7}$$

Здесь $a=x-vt$, $\tilde\lambda=\lambda/2z_0$ — характерный параметр задачи. Формула (7) определяет значение потенциала электрического поля, создаваемого электронами проводимости в низкочастотном приближении, вдоль невозмущенной траектории движения источника первичного электрического поля. Формула (7), насколько нам известно, является новой.

Зависимость $\varphi_2(x)$ позволяет вычислить x-компоненту индуцированного электрического поля $\mathscr{E}_x=-(\boldsymbol{\nabla}\varphi)_x$ и соответственно силу трения $F_x=q\mathscr{E}_x$. Вычисления приводят к выражению

$$F_x(x=vt,0,z_0,t)=-\frac{q^2v}{2\pi\sigma(2z_0)^3}\int\limits_0^\infty\frac{ue^{-u}du}{\sqrt{1+\tilde\lambda^2u^2}^3}. \tag{8}$$

Аналогично можно было бы найти выражение для силы притяжения к поверхности металла $F_z=q\mathscr{E}_z$. Для этого надо оставить зависимость φ_2 от z, т.е. в формуле (4) заменить $2z_0$ в показателе экспоненты на $z+z_0$ (здесь мы эти вычисления проводить не будем).

Интеграл в (7) может быть выражен через функции Вебера и Неймана нулевого индекса от скорости частицы. Действительно, замечая, что

$$\int\limits_0^\infty e^{-u}du\Big/\sqrt{1+\tilde\lambda^2u^2}=\int\limits_0^\infty e^{(-\operatorname{sh}z)/\tilde\lambda}dz/\tilde\lambda$$
$$=-(\pi/2\tilde\lambda)[E_0(1/\tilde\lambda)+N_0(1/\tilde\lambda)], \tag{9}$$

где $E_0(x)$, $N_0(x)$ — функции Вебера и Неймана соответственно [4], можем прийти к точному выражению для силы трения

$$F_x=-\frac{q^2}{2z_0\lambda}\left\{\frac{\pi}{2\lambda}\,[E_0(1/\tilde\lambda)+N_0(1/\tilde\lambda)]-1\right\}. \tag{10}$$

Используя вид (10), несложно исследовать пределы малых скоростей и больших удалений от поверхности ($\tilde\lambda\ll 1$) и обратный — больших скоростей и малых удалений ($\tilde\lambda\gg 1$). В случае медленного движения с учетом [4]

$$E_0(z)+N_0(z)\approx-\frac{2}{\pi z}\left(1-\frac{2}{z^2}+\frac{9}{z^4}\right),\quad |z|\gg 1,$$

находим

$$F_x=-\frac{q^2}{2z_0}\,\frac{\tilde\lambda^2}{\lambda}+O(v^3)=-\frac{q}{16\pi\sigma z_0^3}\,v, \tag{11}$$

что в точности совпадает с формулой (40) из работы [5]. При больших скоростях движения источника, оставаясь в рамках нерелятивистского приближения, находим с учетом [4]

$$E_0(z)+N_0(z)\approx-\frac{2}{\pi}\left(z+\ln(2/\gamma z)\right),\quad |z|\ll 1$$

(γ — постоянная Эйлера), что сила трения

$$F_x=-\frac{q^2}{2z_0\lambda}\left(1+O(\lambda^{-1}\ln\tilde\lambda)\right)=-\frac{\pi q^2\sigma}{z_0v}. \tag{12}$$

4. Высокочастотное приближение. Сила притяжения (заряд)

Рассмотрим теперь вычисления в высокочастотном приближении. Имеем

$$\varphi_1(x,0,z,t) = +\frac{q}{4\pi}\int\limits_0^\infty e^{-(z+z_0)k}dk\int\limits_0^{2\pi} d\theta\,\frac{e^{i(x-vt)k\cos\theta}}{k^2\eta^2\cos^2\theta-1}, \tag{13}$$

где $\eta=\sqrt{2}v/\omega_p$ — характерный масштаб задачи (напомним, что ω_p — плазменная частота электронов проводимости). Формулу (13) можно привести к виду

$$\varphi_1 = \frac{q}{\pi}\,\mathrm{Re}\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta\int\limits_0^\infty \frac{e^{-(z+z_0)k}e^{i(x-vt)k\cos\theta}}{k^2\eta^2\cos^2\theta-1}\,dk. \tag{14}$$

Дифференцируя (14) по x и учитывая симметрию интеграла по θ, находим, что $\mathscr{E}_x=0$. Этот результат является вполне понятным, поскольку в отсутствии затухания плазменных колебаний электронов проводимости сила трения заряда о поверхность должна быть равна нулю.

Параллельная оси z компонента поля пропорциональна $\partial\varphi/\partial z$ и равна в месте нахождения заряда

$$\mathscr{E}_z(z_0) = \frac{q}{\pi}\,\mathrm{Re}\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta\int\limits_0^\infty \frac{e^{-2z_0k}kdk}{k^2\eta^2\cos^2\theta-1}. \tag{15}$$

Используя определения [4] интегральных показательных функций

$$\mathrm{Ei}(-x) = \int\limits_{-\infty}^{-x}\frac{e^u du}{u},\quad \mathrm{Ei}^*(x) = \int\limits_{-\infty}^{x}\frac{e^u du}{u},\quad x>0, \tag{16}$$

находим форму для (15) в виде

$$\mathscr{E}_z(z_0) = -\frac{q}{\pi}\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{d\theta}{\eta^2\cos^2\theta} \times \left\{e^{-\mu/\nu}\mathrm{Ei}^*(\mu/\nu)+e^{\mu/\nu}\mathrm{Ei}(-\mu/\nu)\right\}, \tag{17}$$

где $\mu=2z_0$, $\nu=\eta\cos\theta$. Формула (17), насколько нам известно, является новой.

Для силы притяжения, равной $F_z=q\mathscr{E}_z(z_0)$ в пределе малых скоростей и больших расстояний, т.е. при $\mu/\nu\gg 1$ (при этом $\sqrt{2}z_0\omega_p/v\gg 1$), используя асимптотику Ei^*, Ei [4]

$$\mathrm{Ei}(-x) = -\frac{e^{-x}}{x}\left(1-\frac{1}{x}+\frac{2!}{x^2}-\frac{3!}{x^3}+\ldots\right),$$

$$\mathrm{Ei}^*(x) = \frac{e^{x}}{x}\left(1+\frac{1}{x}+\frac{2!}{x^2}+\frac{3!}{x^3}+\ldots\right),$$

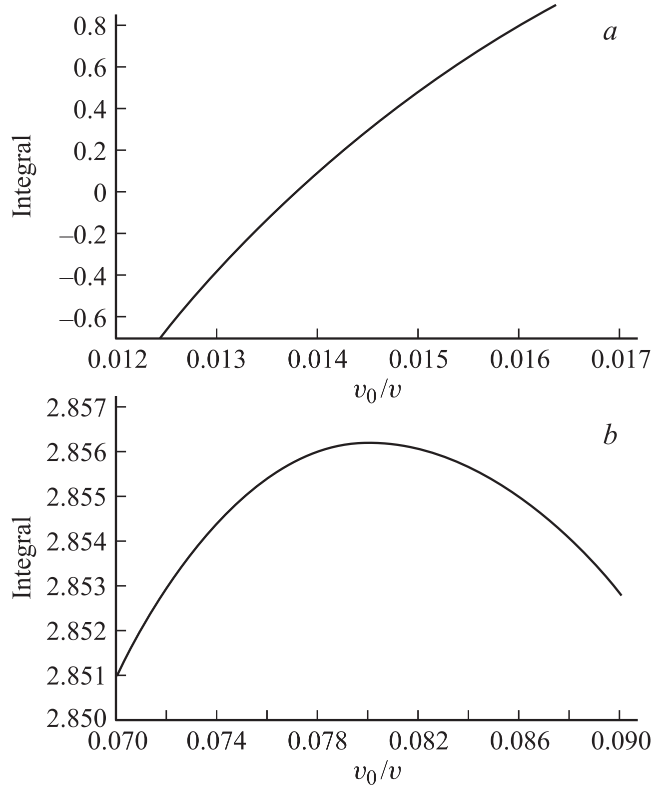

Рис. 1. Численный расчет значения интеграла в формуле (17) как функции параметра v_0/v, показывающий изменение знака поперечной к скорости компоненты E_z (*a*) и наличие максимума значения E_z (*b*).

находим

$$F_z(v\to 0) = -\frac{q^2}{(2z_0)^2}\left(1+3(\eta/2z_0)^2\right), \tag{18}$$

что совпадает с точностью до обозначений с формулой из [1]. В другом предельном случае $\sqrt{2}z_0\omega_p/v\ll 1$, оставаясь в рамках справедливости модели сплошной среды и нерелятивистского приближения, следует использовать асимптотику [4]

$$\mathrm{Ei}(-x) = \mathrm{Ei}^*(x)\approx \ln\gamma x.$$

Обозначая $\sqrt{2}z_0\omega_p=v_0$, находим, что при достаточно малых v_0/v основной вклад в интеграл по θ определяется областью вблизи нижнего предела, т.е.

$$F_z(v\to\infty)\approx -\frac{a^*q^2}{(2z_0)^2}\left(\frac{v_0}{v}\right)^3\ln\left(\gamma\,\frac{v_0}{v}\right), \tag{19}$$

при этом коэффициент a^* (по значению порядка 1) остается неопределенным. Хотя величина силы мала, важно другое: сила притяжения становится в этой области параметров силой отталкивания, поскольку $\ln\left(\gamma\,\frac{v_0}{v}\right)<0$! (численный расчет интеграла в (17) подтверждает наш качественный вывод, рис. 1, a). Видно, что при $\frac{v_0}{v} \lesssim 0.013$ взаимодействие движущегося с большой скоростью заряда с поверхностью металла становится отталкиванием. Это заключение, насколько нам известно, также ранее никем не было сделано.

Вычисления, проведенные в разделах 3 и 4, позволяют решить задачу для дипольного момента (который может быть перманентным, как у полярной молекулы, или спонтанным, как у нейтрального атома).

В разделах 5 и 6 это решение дано в сокращенном виде для низко- и высокочастотного приближения соответственно.

5. Низкочастотное приближение. Сила трения (диполь)

Пусть центр масс диполя имеет координаты $\mathbf{r}_0(t)$, причем величина дипольного момента $d = ql = \mathrm{const}$, $l \ll z_0$. Можно считать, что положительный и отрицательный заряды $\pm q$ диполя располагаются в точках $\mathbf{r}_\pm = \mathbf{r}_0 \pm \mathbf{l}/2$ соответственно.

Используя формулу (4) для φ_2 и принцип суперпозиции, после несложных, но довольно громоздких вычислений находим индуцированное поле в вакууме (отклик металла)

$$\mathscr{E}_x(a, b^*) = \frac{3e^{a/\lambda}}{b^{*5}} \int\limits_{a/\lambda}^{\infty} \big[\lambda b^* d_z f_4(\lambda^*, u) + d_x(b^{*2} - 2\lambda^2 u^2) f_3(\lambda^*, u)\big] du,$$

$$\mathscr{E}_z(a, b^*) = \frac{e^{a/\lambda}}{b^{*3}} \int\limits_{a/\lambda}^{\infty} \Big[d_z\big(3f_3(\lambda^*, u) - f_1(\lambda^*, u)\big) + \frac{b^* d_x}{\lambda} f_1(\lambda^*, u)\Big] du - \frac{d_x b^*}{\lambda\sqrt{b^{*2} + a^2}^3}, \quad (20)$$

где использованы обозначения $a = x - vt$, $b^* = z + z_0$ и принято допущение, что $\mathbf{d} = \{d_x, 0, d_z\}$. Функции f_1, f_2, f_3, f_4 определяются далее как

$$f_1(\lambda^*, u) = e^{-u}/\sqrt{1 + \lambda^{*2}u^2}^3,$$

$$f_2(\lambda^*, u) = u f_1(\lambda^*, u),$$

$$f_3(\lambda^*, u) = e^{-u}/\sqrt{1 + \lambda^{*2}u^2}^5,$$

$$f_4(\lambda^*, u) = u f_3(\lambda^*, u), \text{ где } \lambda^* = \frac{\lambda}{b^*}. \quad (21)$$

Имея в наличиии (20), несложно вычислить силы притяжения и трения. Найдем силу трения по формуле

$$F_x = -\boldsymbol{\nabla}_x U|_{\substack{x=vt \\ z=z_0}} = \boldsymbol{\nabla}_x(\mathbf{d}\mathscr{E}_{\mathrm{met}})|_{\substack{x=vt \\ z=z_0}}$$
$$= \frac{d_z^2}{\lambda(2z_0)^3}\left[-2 + \int\limits_0^{\infty}[3f_3(\tilde{\lambda}, u) - f_1(\tilde{\lambda}, u)]du\right] + \frac{d_x^2}{\lambda(2z_0)^3}\left[\int\limits_0^{\infty} f_2(\tilde{\lambda}, u)du - 1\right] + \frac{d_x d_z}{\lambda^2(2z_0)^2}$$
$$\times \left[\frac{3\lambda^2}{(3z_0)^2}\int\limits_0^{\infty} f_4(\tilde{\lambda}, u)du + \int\limits_0^{\infty} f_1(\tilde{\lambda}, u)du - 1\right]. \quad (22)$$

Следует отметить, что формулы (20) и (22) уже имеют приближенный характер, поскольку получены в дипольном приближении. В пределе малых скоростей (и больших расстояний) $\lambda \ll 1$ для (22) находим выражение

$$F_x(v \to 0) = -\frac{3\lambda}{16z_0^4}(3d_x^2 + 4d_z^2) - \frac{45 d_x d_z}{(2z_0)^4}\tilde{\lambda}^2$$
$$= -\frac{3v}{32\pi\sigma z_0^4}(3d_x^2 + 4d_z^2) + O(v^2), \quad (23)$$

которое совпадает с аналогичным пределом в работе [5].

Ясно, что в случае пролета над металлом нейтрального атома сила трения запишется как среднее по ориентациям проекций d_x и d_z, т. е. в (22) d_z^2 и d_x^2 надо заменить на $d^2/2$, а величину $d_x d_z$ положить равной нулю.

В другом предельном случае быстрого движения $\tilde{\lambda} \gg 1$ выражение (22) путем почленного интегрирования после разложения в ряд по обратным степеням $\tilde{\lambda}$ можно привести к виду

$$F_z(v \to \infty) = -\frac{d^2}{\lambda(2z_0)^3}\left(2 - \frac{1}{\tilde{\lambda}}\right) - \frac{d_x^2}{\lambda(2z_0)^3}$$
$$- \frac{5d_x d_z}{8(2z_0)}\frac{1}{\tilde{\lambda}^2} = -\frac{d_x^2 + 2d_z^2}{(2z_0)^3}\frac{2\pi\sigma}{v} + O(v^{-2}). \quad (24)$$

6. Высокочастотное приближение. Сила притяжения (диполь)

Рассмотрим теперь взаимодействие диполя с поверхностью металла в высокочастотном приближении. В отсутствии затухания плазменных колебаний сила трения F_x равна нулю. Поэтому нашей целью в данном разделе будет вычисление силы притяжения диполя к металлу, т. е.

$$F_x = -\boldsymbol{\nabla}_z U|_{\substack{x=vt \\ z=z_0}} = -\boldsymbol{\nabla}_z(\mathbf{d}\mathscr{E}_{\mathrm{met}})|_{\substack{x=vt, \\ z=z_0}} \quad (25)$$

где поле $\mathscr{E}_{\mathrm{met}}$ есть $-\boldsymbol{\nabla}^{\mathrm{tot}}$, $\varphi^{\mathrm{tot}} = \varphi^{(+)} + \varphi^{(-)}$, $\varphi^{\pm} = \varphi_1(x_\pm, 0, z_\pm, t)$ из (13). При этом $x_\pm = vt + l_x/2$, $z_\pm = z_0 \pm l_z/2$. Произведя дифференцирование в (13) по x и z и разлагая экспоненты в ряды по $l_x/4z_0$, $l_z/4z_0$, после несложных, но громоздких вычислений находим выражение для силы притяжения

$$F_z = \frac{dz^2}{\pi\mu^2\eta^2}\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{d\theta}{\cos^2\theta}\left[1-\frac{1}{2}\left(\frac{v_0}{v}\right)^2\frac{f_0(\mu/\nu)}{\cos^2\theta}\right]$$

$$+\frac{d_x^2}{2\mu^2\eta^2}\left[1-\frac{1}{\pi}\left(\frac{v_0}{v}\right)^2\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{d\theta}{\cos^2\theta}\,f_0(\mu/\nu)\right], \quad (26)$$

где символ $f_0(\mu/\nu)$ использован как обозначение для выражения в фигурной скобке в интеграле формулы (17). В пределе малых скоростей $\mu/\nu \to \infty$ и, используя асимптотику интегральных показательных функций при больших значениях аргумента, находим выражение

$$F_z(v\to 0) = -\frac{3}{32z_0^4}\left(d_x^2+2d_z^2\right)-\frac{45}{128}\frac{d_x^2}{(z_0)^4}\left(\frac{\eta^2}{z_0}\right)$$

$$-\frac{15}{32}\frac{d_z^2}{(z_0)^4}\left(\frac{\eta}{z_0}\right)^2. \quad (27)$$

Отметим, что в (26) нет расходящихся величин вблизи верхнего предела $\pi/2$, поскольку они взаимно уничтожаются вследствие справедливости указанной ранее асимптотики, т.е. $f_0(\mu/\nu) \approx \frac{2\eta^2}{\mu^2}\cos^2\theta\big(1+\frac{6\eta^2}{\mu^2}\cos^2\theta\big)$, $\cos\theta \to 0$.

В противоположном случае быстрого движения $(\mu/\nu \to 0)$ имеем из (26) для силы взаимодействия

$$F_z(v\to\infty) = \frac{1}{2(2z_0)^4}\left(\frac{v_0}{v}\right)^2\left(d_x^2+g\left(\frac{v_0}{v}\right)d_z^2\right). \quad (28)$$

Это выражение подтверждается численным счетом (рис. 2 и 3) (вид функции $g > 0$ остается неопределенным при аналитической оценке). Таким образом, мы находим, что и для диполя взаимодействие с металлом при достаточно малом отношении v_0/v становится отталкиванием.

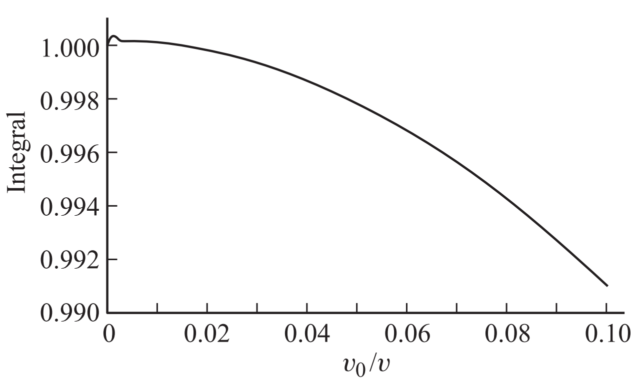

Рис. 2. Численный расчет значения множителя в квадратных скобках во втором слагаемом формулы (26) как функции параметра v_0/v (этот вклад связан с наличием d_x-компоненты диполя).

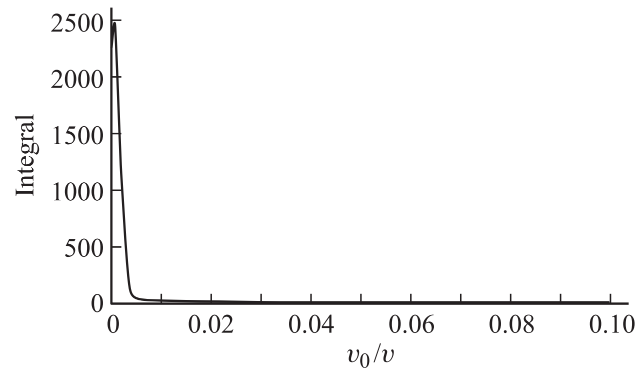

Рис. 3. Численный расчет значения интеграла в (26) как функции параметра v_0/v (этот вклад связан с наличием d_z-компоненты диполя).

Оценки показывают, что изложение выше может иметь место, например, для атома водорода с кинетической энергией $\sim 1\,\mathrm{MeV}$, если он пролетает над поверхностью на расстоянии $\sim 10\,\mathrm{nm}$.

7. Заключение

Нами получены новые выражения для скалярного потенциала, описывающие отклик металла на электрическое поле частицы, равномерно движущейся параллельно его плоской поверхности, в низкочастотном приближении и в модели Друде. Найденные на основе этого представления потенциала формулы для сил трения и притяжения не противоречат изестным ранее результатам. Оказалось, что в модели Друде частица должна отталкиваться от поверхности при достаточно быстром движении близко от поверхности (т.е. при $\sqrt{2}z_0\omega_p/v \lesssim 10^{-2}$). Отметим также свойство экстремальности (максимум) силы притяжения для иона в модели Друде, выявленное с помощью численного счета при значениях параметра $v_0/v \sim 10^{-1}$ (рис. 1, b).

Представленная картина описания взаимодействия частицы с металлом, по-видимому, должна быть удобной для применения в исследовании косвенного взаимодействия частиц в монохроматических пучках, обусловленного их движением вблизи металла (например, в металлических щелях коллиматоров различных устройств).

Список литературы

[1] Г.В. Дедков, А.А. Кясов. ФТТ **44**, 1729 (2002).
[2] Г.В. Дедков, А.А. Кясов. ФТТ **51**, 3 (2009).
[3] В.И. Кесаев, И.Н. Малиев. Владикавказ. мат. журн. **11**, 11 (2009).
[4] Е. Янке. Ф. Эмде, Ф. Леш. Специальные функции. Наука, М. (1977). 342 с.
[5] Г.В. Дедков, А.А. Кясов. ФТТ **43**, 169 (2001).