

07

## Определение ускорения при микро- и наносмещениях по автодинному сигналу полупроводникового лазера на квантово-размерных структурах

© Д.А. Усанов, Ан.В. Скрипаль, С.Ю. Добдин

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского  
E-mail: usanovda@info.sgu.ru

Поступило в Редакцию 9 марта 2010 г.

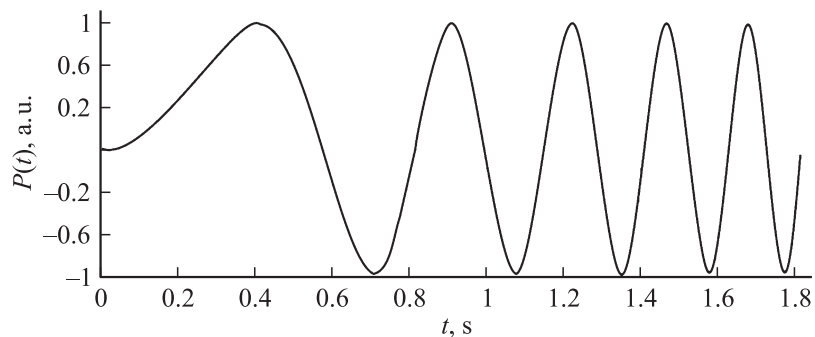
Исследована возможность применения полупроводникового лазера для измерения постоянного ускорения (ПУ) внешнего отражателя при микро- и наносмещениях. Показана возможность расширения диапазона измеряемых ускорений в область малых значений ускорений. Минимальное измеренное значение ПУ составило  $20 \text{ nm/s}^2$ . Предлагаемая методика позволяет определять ПУ на различных участках движения и следить за изменением этого параметра во времени.

Ранее было показано, что для определения параметров вибраций и перемещений могут быть использованы полупроводниковые лазерные автодины на квантово-размерных структурах [1–4]. Возможность использования полупроводникового лазера, работающего в автодинном режиме, для измерения ускорения при микро- и наносмещениях объекта ранее не исследовалась. Проведение исследований такой возможности составляло цель настоящей работы.

Нами было проведено компьютерное моделирование автодинного сигнала полупроводникового лазера в предположении равноускоренного движения внешнего отражателя. Переменная составляющая автодинного сигнала в используемой модели записывается в виде [5]:

$$P(t) = \cos\left(\theta + \frac{4\pi}{\lambda_0}\left(V_0 t + \frac{at^2}{2}\right)\right), \quad (1)$$

где  $\theta$  — набег фазы автодинного сигнала,  $\lambda_0$  — длина волны лазерного излучения,  $a$  — линейное ускорение внешнего отражателя,  $V_0$  —



**Рис. 1.** Вид функции автодинного сигнала при равноускоренном движении внешнего отражателя, взятый из предложенной математической модели.

начальная скорость движущегося объекта,  $t$  — интервал времени наблюдаемого автодинного сигнала.

Вид функции автодинного сигнала  $P(t)$  при значениях  $a = 10^{-6} \text{ m/s}^2$  показан на рис. 1. При  $t = 0$   $V_0$  полагаем равным нулю.

Неизвестные параметры  $\theta$  и  $a$  определяются из решения обратной задачи. В данном случае решение задачи заключается в определении минимума функционала (2), получаемого при суммировании квадратов отклонений экспериментальных  $P_{exp}$  и  $P_{th}$  величин автодинного сигнала (1) для различных временных интервалов:

$$S(\theta, a) = \sum_i (P_{exp}(t_i) - P_{th}(t_i, \theta, a))^2. \quad (2)$$

При нахождении минимума функционала (2) возникает проблема определения глобального минимума при наличии нескольких локальных минимумов. Для поиска и анализа интересующего нас минимума можно воспользоваться численными методами безусловной оптимизации [6,7]. Для нахождения глобального минимума (2) нами определялись тип и количество локальных минимумов в заданном диапазоне искомых значений. Затем определялась область глобального минимума, точное значение которого находилось методом спуска по искомым параметрам  $\theta$  и  $a$ .

Алгоритм поиска экстремума функции нескольких переменных методом спуска включает в себя: построение графика исследуемой

функции (2), выбор и определение области глобального минимума, для которого будут определены значения неизвестных параметров  $\theta$  и  $a$ .

После того как найден глобальный минимум функции (2) по  $\theta$  и  $a$  и выбрано произвольное начальное приближение  $(\theta_0, a_0)$ , требуется найти точку минимума  $(\theta', a')$  и минимум  $S(\theta', a')$ . Последовательность точек  $(\theta^k, a^k)$  — приближение к точке  $(\theta', a')$  минимума функции  $S(\theta', a')$  — получают по следующим формулам:

$$\begin{aligned}\theta^{k+1} &= \theta^k - \alpha_\theta \frac{\partial S(\theta^k, a^k)}{\partial \theta}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \\ a^{k+1} &= a^k - \alpha_a \frac{\partial S(\theta^k, a^k)}{\partial a},\end{aligned}\quad (3)$$

где  $\alpha_\theta, \alpha_a$  — параметрические шаги, которые выбираются из условия

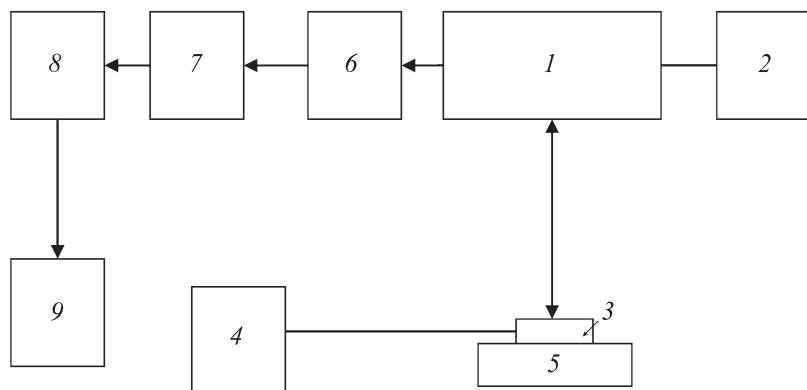
$$S(\theta^{k+1}, a^{k+1}) < S(\theta^k, a^k), \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (4)$$

Окончание процесса спуска устанавливается при выполнении неравенств

$$\begin{aligned}\left| \frac{\partial S(\theta^k, a^k)}{\partial \theta} \right| &\leq \varepsilon_\theta, \\ \left| \frac{\partial S(\theta^k, a^k)}{\partial a} \right| &\leq \varepsilon_a,\end{aligned}\quad (5)$$

где  $\varepsilon_\theta, \varepsilon_a$  — заданная точность по  $\theta$  и по  $a$  соответственно. Если условие (4) не выполняется, то  $\alpha_\theta, \alpha_a$  уменьшают вдвое и алгоритм (3) повторяется и т.д. При выполнении условия (5) полагают, что  $(\theta', a') \approx (\theta^k, a^k)$  и  $S(\theta', a') \approx S(\theta^k, a^k)$ .

Нами для визуализации поверхности, описываемой функцией (2), задавалось число узлов координатной сетки  $N = 100$  и диапазон изменяемых параметров  $\theta$  и  $a$ . При этом минимальное и максимальное значения ускорения были выбраны:  $a_{\min} = 10^{-12} \text{ m/s}^2$  и  $a_{\max} = 100 \text{ m/s}^2$ . Минимальное и максимальное значения набегавшего автодинного сигнала:  $\theta_{\min} = -\pi/2$  и  $\theta_{\max} = \pi/2$ . Значения исследуемой функции в узлах сетки находились в результате подстановки  $\theta$  и  $a$  в выражение (2). По вычисленным значениям проводили построение поверхности. Полученная поверхность позволила определить область глобального минимума, в котором находились значения искомым параметров  $\theta$  и  $a$ . В качестве начального приближения выбиралась точка с параметрами  $(0, 0)$ . При



**Рис. 2.** Схема автодинной регистрации параметров движения объекта.

этом минимум функции  $S(\theta, a)$  определялся по формулам (3) с заданной точностью  $\varepsilon_\theta = 1\%$  и  $\varepsilon_a = 1\%$ . Таким образом, определялись значения неизвестных параметров  $\theta$  и  $a$ .

Кроме того, было исследовано влияние случайного отклонения автодинного сигнала от теоретического сигнала, рассчитанного по формуле (1). Для этого к переменной составляющей автодинного сигнала добавлялась случайная величина, полученная в математическом пакете MathCad с помощью генерации случайных чисел. При 5% случайном отклонении значения автодинного сигнала от вычисленного теоретически погрешность нахождения параметров  $\theta$  и  $a$  была не более 5%.

Исследования проводились на установке, схема которой приведена на рис. 2. В качестве объекта исследований было выбрано коммутационное электромагнитное реле типа 904.3747. Излучение полупроводникового лазера 1, стабилизированного источником тока 2, направлялось на электромагнитное реле 3, которое подключалось к генератору сигналов 4. Фиксация объекта исследования обеспечивалась механизмом 5. Часть излучения, отраженного от объекта, возвращалась в резонатор полупроводникового лазера, изменение выходной мощности которого регистрировалось фотодетектором 6. Сигнал с фотодетектора поступал через усилитель 7 на аналого-цифровой преобразователь 8.

Цифровой сигнал с АЦП для последующей обработки сохраняли в памяти ЭВМ 9.

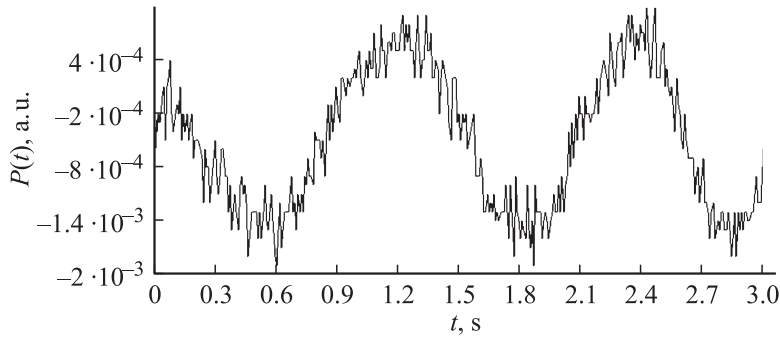
Экспериментальные исследования были проведены с использованием лазерного диода RLD-650 на квантово-размерных структурах с дифракционно-ограниченной одиночной пространственной модой и характеристиками: мощность излучения 5 mW, длина волны 654 nm.

Для придания якорю электромагнитного реле ускорения на реле подавался несимметричный одиночный импульс амплитудой  $U = 2 \text{ V}$  и длительностью 10 s, форма которого задавалась с помощью встроенного в учебную лабораторную станцию виртуальных приборов NI ELVIS генератора импульсов, обеспечивающего нарастание и спад импульса по параболическому закону. Подобная форма импульса, подаваемого на реле, позволила реализовать равноускоренное движение объекта.

При измерениях на движущийся якорь реле направлялось лазерное излучение. Отраженное излучение регистрировалось встроенным фотодетектором. Пролетевший сигнал через АЦП поступал в цифровом виде на компьютер, где и сохранялся для последующего анализа в математическом пакете MathCad.

Вид измеренного автодинного сигнала при равноускоренном движении объекта приведен на рис. 3.

Для исключения высокочастотных составляющих проводилось сглаживание экспериментальной кривой с использованием встроенной функции математического пакета MathCad supsmooth. Данная функция



**Рис. 3.** Измеренный автодинный сигнал при равноускоренном движении внешнего отражателя.

позволяет проводить сглаживание адаптивным алгоритмом, основанным на анализе ближайших соседей каждой пары данных.

Кривая на рис. 3 использовалась для сравнения с теоретической зависимостью в выражении (2). Для этого весь интервал наблюдения разбивался на несколько временных окон. Необходимо было проверить постоянство параметров  $\theta$  и  $a$  на всем интервале наблюдения, т.е. убедиться в том, что объект исследований совершал равноускоренное движение. В таблице, показанной ниже, приведены значения параметров  $\theta$  и  $a$ , найденные при решении обратной задачи.

№ окна	$\alpha \cdot 10^{-7}, \text{m/s}^2$	$\theta, \text{rad}$	$\alpha_{average} \cdot 10^{-7}, \text{m/s}^2$
1	0.215	1.12	0.215
2	0.212	1.13	
3	0.218	1.12	

Из таблицы видно, что для разных временных окон значение рассчитанного ускорения не более чем на 1.4% отличалось от среднего значения ускорения для всех временных окон. Данный результат позволяет сделать вывод о том, что исследуемый объект совершал равноускоренное движение.

Вычисленное в результате решения обратной задачи среднее значение ускорения составило  $a = 0.215 \cdot 10^{-7} \text{ m/s}^2$ . Величина пройденного пути за время наблюдения, равное 3 с, составила  $l = 96 \text{ nm}$ .

Необходимо отметить, что при помощи систем для измерения ускорений на основе полупроводникового лазерного автодина допустимо измерение сверхмалых значений ускорений. Для сравнения: современные механические датчики ускорения, например датчика компании „Брюль и Кьер“, принцип действия которых основан на использовании пьезоэлектрического эффекта, имеют нижнюю границу измерения малых ускорений  $a = 2 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}^2$ , т.е. нами была продемонстрирована возможность измерения на три порядка меньших значений ускорений.

Таким образом, использование полупроводникового лазера на квантово-размерных структурах позволяет определять ускорения при микро- и наноперемещениях объекта. Показано, что восстановление функции автодинного сигнала при решении обратной задачи позволяет значительно расширить существующий диапазон измеряемых ускорений в

области малых значений. Предлагаемая методика позволяет определять ускорение на различных участках движения и проследить за изменением этого параметра во времени.

## Список литературы

- [1] *Shinohara S., Mochizuki A., Yoshida H., Sumi M.* // Appl. Opt. 1986. P. 1417–1419.
- [2] *Усанов Д.А., Скрипаль А.В., Камышанский А.С.* // Письма в ЖТФ. 2006. Т. 32. В. 17. С. 42–49.
- [3] *Усанов Д.А., Скрипаль А.В., Камышанский А.С.* // Письма в ЖТФ. 2004. В. 7. С. 77–82.
- [4] *Скрипаль А.В., Чанилов О.И., Усанов Д.А., Камышанский А.С.* // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2005. № 1. С. 79–87.
- [5] *Усанов Д.А., Скрипаль Ал.В., Скрипаль Ан.В.* Физика полупроводниковых радиочастотных и оптических автодинов. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 2003. 312 с.
- [6] *Поринев С.В., Беленкова И.В.* Численные методы на базе MathCad. СПб.: Изд-во БВХ-Петербург, 2005. 464 с.
- [7] *Сухарев А.Г., Тимохов А.В., Федоров В.В.* Курс методов оптимизации. М.: Физматлит, 2005. 368 с.