

01

Гигантское сечение резонансного рассеяния электромагнитных волн электроном в металлическом или полупроводниковом кластере

© О.В. Константинов, А.В. Матвеевцев

Физико-технический институт им. А.Ф.Иоффе РАН, Санкт-Петербург
ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова, Санкт-Петербург
E-mail: o.konst@mail.ioffe.ru

Поступило в Редакцию 12 июня 2010 г.

Получена новая формула для сечения рассеяния света, когда затухание колебаний электрона обусловлено единственно лишь спонтанным излучением квантов света. При этом сечение резонансного рассеяния света может стать макроскопическим, такое может быть лишь в нанокластере, когда энергия фонона больше энергии фотона.

1. Классическая теория. Задача о рассеянии света связанным электроном была поставлена и решена еще в 1906 г. М. Планком. Он получил следующую формулу для сечения рассеяния σ электромагнитной волны с частотой ω осциллятором с собственной частотой ω_0 :

$$\sigma = \frac{8\pi}{3} a_E^2 \frac{\omega^4}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2 \gamma^2}, \quad a_E = \frac{e^2}{mc^2}, \quad (1)$$

где $a_E = 2.8 \cdot 10^{-13}$ см — классический радиус электрона, m — масса свободного электрона, $c = 3 \cdot 10^{10}$ см/с — скорость света. При $\omega \gg \omega_0$ сечение будет константой, равной значению, полученному Томсоном, а при $\omega \ll \omega_0$ сечение стремится к нулю $\sim \omega^4$, как это дается законом Рэлея. При $\omega = \omega_0$ имеет место резонансное рассеяние света связанным электроном, сечение которого будет:

$$\sigma = \frac{8\pi}{3} a_E^2 \frac{\omega^2}{\gamma^2}, \quad (2)$$

$$\gamma = \frac{2}{3} ka_E \omega, \quad (3)$$

где γ — минимальное классическое затухание, обусловленное взаимодействием с электромагнитным полем. Все изложенное выше имеется во многих учебниках по классической электродинамике, например в [1–3]. Как будет обсуждаться ниже, формула (3) для параметра затухания γ — неправильная, поскольку она не учитывает квантовых эффектов. Однако прежде чем приводить правильную формулу для затухания, подставим γ согласно (3) в сечение σ (2) и проведем его упрощение. Тогда получится следующее выражение для сечения резонансного рассеяния:

$$\sigma_{classical} = \frac{3}{2\pi} \lambda^2. \quad (4)$$

Итак, сечение приблизительно равно половине квадрата длины волны. Если сечение рассеяния представить себе в виде круга с диаметром D , то

$$D = 0.78\lambda. \quad (5)$$

Если длина волны 10 см, то диаметр круга — 8 см. Формулу (4) нельзя считать верной, поскольку сечение не зависит ни от заряда электрона, ни от параметров осцилляторной ямы, в которой он связан.

2. Квантовая теория. В этом случае задача о нахождении сечения распадается на два этапа. Во-первых, следует предложить какой-то более реалистичский потенциал кластера, чем осцилляторная яма. Это нужно для расчета уровней электрона в кластере, прежде всего последнего заполненного уровня и первого пустого уровня. По вопросу об уровнях электронов в кластерах существует обширная библиография [4–6]. Амплитуда вероятности перехода электрона с заполненного уровня на пустой может быть найдена с помощью уравнения для матрицы плотности [7]. Его решение приводит к лоренцевой формуле для матрицы плотности, из которой получается сечение рассеяния света:

$$\sigma = \frac{8\pi}{3} a_E^2 \frac{\omega^2}{4(\omega - \omega_0)^2 + \gamma^2}. \quad (6)$$

В этой формуле γ рассматривается как феноменологический параметр. Во-вторых, квантовая теория [8] позволяет последовательно вычислить этот параметр:

$$\gamma = \frac{4}{3} \frac{e^2}{\hbar c} |k_0 X_{mn}|^2 \omega_0, \quad (7)$$

где X_{mn} — матричный элемент координаты, $\hbar\omega_0 = E_n - E_m$ — энергия фотона. В резонансе при $\omega = \omega_0$, $k_0 = \omega_0/c$ формула (4) для сечения

рассеяния изменяется:

$$\sigma = \sigma_{classical} q^2; \quad (8)$$

она приобретает безразмерный множитель q^2 , где

$$q = \frac{\lambda l_c}{4\pi |X_{mn}|^2} \quad (9)$$

— фактор, учитывающий квантовые эффекты. Величина $l_c = \hbar/mc = 0.4 \cdot 10^{-10}$ см — комптоновская длина волны. При этом диаметр поперечника рассеяния также приобретает квантовый множитель q :

$$D = 0.78\lambda q. \quad (10)$$

Оценим величину q для $\lambda = 1$ см и $\lambda = 10$ см, полагая $X_{mn} = 10^{-6}$ см. Тогда $q = 3.1$ при $\lambda = 1$ см и $q = 31$ при $\lambda = 10$ см, а диаметр поперечника рассеяния равен соответственно 2.4 см и 2.4 м. Таким образом, поперечник рассеяния превосходит размер кластера в 10^6 раз для длины волны $\lambda = 1$ см и в 10^8 раз для $\lambda = 10$ см.

3. Взаимодействие электрона с фононами в кластере. Квантовая теория рассеяния СВЧ-волн отличается от классической главным образом тем, что затухание в эффективном осцилляторе будет в десятки раз меньше. Физическая причина затухания, о которой упоминалось выше, состоит в переизлучении фотона. Особенность квантового кластера заключается в том, что излучающий свет электрон практически не взаимодействует с материльной средой из-за малых размеров кластера. Фононные колебания столь малого тела имеют большие частоты порядка терагерца и выше и не входят в резонанс с электронным переходом. Размеры кластера выбираются из того условия, чтобы частота перехода электрона была ниже частот фононного спектра. Выше рассматривался СВЧ-диапазон длин волн. Однако сильное рассеяние света возможно и в ИК-области спектра электромагнитных волн в случае кластеров меньших размеров [9,10].

Список литературы

- [1] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория Поля М.: Наука, 1948.
- [2] Измайлов С.В. Курс электродинамики. М.: ГИЗ, 1962.
- [3] Бредов М.М., Румянцев В.В., Топтыгин И.Н. Классическая электродинамика. М.: Наука, 1985. С. 346.

- [4] *Asryan L.V., Suris R.A.* // *Semicond. Sci. Technol.* 1996. V. 11. P. 554.
- [5] *Зегря Г.Г., Константинов О.В., Матвеевцев А.В.* // *ФТП.* 2003. Т. 37. В. 3. С. 334–338.
- [6] *Borovitskaya E., Shur M.S.* *Quantum Dots.* World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2002.
- [7] *Константинов О.В., Перель В.И.* // *ЖЭТФ.* 1960. Т. 39. С. 197.
- [8] *Блохинцев Д.И.* *Основы квантовой механики.* М.; Л.: ГИТТЛ, 1949.
- [9] *Хайруллина А.Я., Ольшанская Т.В., Явсин Д.А., Кожевин В.М., Гуревич С.А.* // *Опт. и спектр.* 2009. Т. 106. С. 848–854.
- [10] *Барун В.В., Хайруллина А.Я., Ольшанская Т.В., Бобкова Н.С., Явсин Д.А., Кожевин В.М., Гуревич С.А.* // *Опт. и спектр.* 2007. Т. 102. С. 340–345.