

Пространственно-модулированные антиферромагнитные структуры в легкоплоскостном мультиферроике

© Н.Е. Кулагин¹, А.Ф. Попков², А.К. Звездин³

¹ Государственный университет управления,
Москва, Россия

² Московский государственный институт электронной техники,
Москва, Россия

³ Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН,
Москва, Россия

E-mail: afpopkov@inbox.ru

(Поступила в Редакцию 29 сентября 2010 г.)

Проведено исследование возможных типов пространственно-модулированных периодических антиферромагнитных структур в одноосном ромбоэдрическом мультиферроике с симметрией кристалла BiFeO_3 в зависимости от соотношения параметров одноосной анизотропии и магнитоэлектрического взаимодействия. Показано, что наряду с симметричными циклоидными антиферромагнитными структурами с нулевой поперечной компонентой вектора антиферромагнетизма существуют периодические изменения направления вектора антиферромагнетизма как с правой, так и с левой ненулевой компонентой антиферромагнитного момента, которые ответвляются от высокосимметричного пространственно-модулированного распределения. Эти решения вырождаются в однородное состояние при критическом значении параметра нормированной легкоплоскостной анизотропии. Наличие найденных пространственно неоднородных антиферромагнитных состояний с несоразмерным периодом может приводить к дополнительным особенностям магнитоэлектрических свойств в мультиферроиках рассматриваемого типа вблизи магнитных фазовых переходов в электрическом и магнитном полях.

Работа поддержана грантами РФФИ (№ 09-02-00796), АВЦП Минобрнауки (проект № 2.1.1/5169).

1. Введение

В последнее время интенсивно изучаются магнитоэлектрические свойства магнитоупорядоченных ферроэлектриков–мультиферроиков [1–6]. Мультиферроики демонстрируют богатый набор явлений, обусловленных пьезо- и магнитоэлектрическими взаимодействиями между деформационными искажениями кристаллической решетки, спонтанной электрической поляризацией и упорядоченной спиновой подсистемой кристалла [7,8]. В связи с открывающейся возможностью контролируемого электрического переключения магнитного состояния кристалла, а также управления электрическими свойствами при помощи магнитного поля мультиферроики перспективны для практического применения в спинтронике и магнитоэлектронике. В этой связи актуально исследование механизмов возникновения и исчезновения магнитоупорядоченных структур, индуцированных спонтанной поляризацией кристалла, и фазовых переходов между ними.

Благодаря флексомагнитоэлектрическому взаимодействию в мультиферроиках могут возникать пространственно-модулированные спиновые структуры [9,10] и связанные с ними фазовые магнитные переходы [11], изучение которых, с одной стороны, важно для определения магнитных и магнитоэлектрических параметров взаимодействия, а с другой — дает понимание условий подавления этих структур, что необходимо для наблю-

дения явлений, возникающих только в отсутствие пространственно-модулированных структур. В частности, это касается возникновения спонтанной электрической поляризации при включении магнитного поля, возникновения спонтанной намагниченности в антиферромагнитном кристалле и др. Разновидностью мультиферроиков, в которых пространственно неоднородные магнитоэлектрические взаимодействия можно изучать вплоть до комнатной температуры, являются ромбоэдрические антиферромагнетики типа BiFeO_3 [11–13], кристаллическая структура которых описывается пространственной группой симметрии $R3c$. Особенностью симметрии этого материала является отсутствие пространственной инверсии в кристаллической ячейке и в антиферромагнитной структуре, что обуславливает большую спонтанную поляризацию при наличии антиферромагнетизма и создает ряд отличий магнитоэлектрических свойств этого класса материалов от других ромбоэдрических мультиферроиков близкой симметрии, таких, например, как Cr_2O_3 , MnCO_3 , FeVO_3 и т.п. [14].

В работе [15] на основе нейтронографических исследований в кристалле BiFeO_3 были обнаружены пространственно-модулированные антиферромагнитные структуры. Для объяснения возникновения пространственно-модулированных несоразмерных антиферромагнитных структур в этом классе материалов была предложена теория неоднородных магнитоэлектрических взаимодействий по аналогии с флексоэлектрическими вза-

имодельствиями в жидких кристаллах, которая основывалась на включении в термодинамический потенциал инвариантов Лифшица с учетом наличия спонтанной поляризации в мультиферроике [16]. В дальнейшем эта теория получила развитие и экспериментальное подтверждение в других работах [17,18].

В рамках развитой феноменологической модели одноосного мультиферроика проанализированы решения, описывающие циклоидные антиферромагнитные структуры, изучались фазовые переходы, связанные с рождением магнитных циклоид из доменных антиферромагнитных границ, переход из пространственно-модулированного в однородное антиферромагнитное состояние под действием сильных магнитных полей, перенормирующих одноосную анизотропию. Проводился целый ряд экспериментов по наблюдению этих и других фазовых переходов в электрических и сильных магнитных полях [19–21].

В настоящей работе показано, что детальное рассмотрение неоднородных магнитоэлектрических взаимодействий в одноосных мультиферроиках типа BiFeO_3 с группой симметрии $R3c$ выявляет наличие в них пространственно-модулированных антиферромагнитных структур, принципиально различающихся между собой по структуре, энергии и периодичности. Это обуславливает возможность появления дополнительных фазовых переходов между самими неоднородными состояниями и перехода в однородное состояние.

2. Флексомагнитоэлектрические взаимодействия и основные уравнения

При анализе неоднородных состояний одноосного мультиферроика, представляющего собой антиферромагнетик с флексомагнитоэлектрическим взаимодействием типа BiFeO_3 , будем исходить из свободной энергии $F(\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2) = F(\mathbf{m}, \mathbf{l})$, описывающей его в приближении малого слома подрешеток, когда полный магнитный момент мал, т.е. $|\mathbf{m}| = \frac{|\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2|}{2M} \ll 1$, и можно пренебречь пространственным изменением модуля антиферромагнитного момента, т.е. считать $|\mathbf{l}| = \frac{|\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2|}{2M} \approx 1$. Кроме того, будем рассматривать случай одноосной легкоплоскостной анизотропии и одномерную пространственную модуляцию (по оси X). Свободная энергия рассматриваемой системы в этом приближении согласно [17] имеет вид

$$F = F_{\text{exch}} + F_L + F_{\text{an}} = A \sum_i (\nabla_x l_i)^2 + \beta P_z (l_x \nabla_x l_z + l_y \nabla_y l_z - l_z \nabla_x l_x + l_z \nabla_y l_y) - K_u l_z^2, \quad (1)$$

где F_{exch} — обменная энергия, F_{an} — магнитная анизотропия, F_L — магнитоэлектрическое взаимодействие, A — параметр неоднородного обменного взаимодей-

ствия, β — параметр флексомагнитоэлектрического взаимодействия, K_u — энергия одноосной анизотропии, P_z — поляризация вдоль выделенной оси симметрии кристалла (ось Z).

Введем нормированную систему обозначений $\tilde{x} = \frac{\beta P_z}{2A} x$, $\kappa = \frac{4K_u A}{\beta^2 P_z^2}$, $E = F \frac{2A}{\beta^2 P_z^2}$. Тогда

$$E = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial l_x}{\partial \tilde{x}} \right)^2 + \left(\frac{\partial l_y}{\partial \tilde{x}} \right)^2 + \left(\frac{\partial l_z}{\partial \tilde{x}} \right)^2 \right] + \left(l_x \frac{\partial l_z}{\partial \tilde{x}} - l_z \frac{\partial l_x}{\partial \tilde{x}} \right) - \frac{1}{2} \kappa l_z^2. \quad (2)$$

В дальнейшем знак тильды над x будем опускать. Отметим здесь, что нормированный параметр одноосной анизотропии κ зависит также от величины поляризации кристалла.

Уравнение Эйлера–Лагранжа, минимизирующее (2) при условии сохранения модуля вектора \mathbf{l} , имеет вид уравнения Брауна

$$\left[\mathbf{l}, \frac{\delta E}{\delta \mathbf{l}} \right] = 0. \quad (3)$$

Если ввести кинетический момент $\boldsymbol{\mu} = \left[\mathbf{l}, \frac{\partial \mathbf{l}}{\partial x} \right]$, то уравнения (3) могут быть представлены в виде следующей системы:

$$\begin{cases} \frac{\partial l_x}{\partial x} = \mu_y l_z - \mu_z l_y, \\ \frac{\partial l_y}{\partial x} = -\mu_x l_z + \mu_z l_x, \\ \frac{\partial l_z}{\partial x} = \mu_x l_y - \mu_y l_x, \\ \frac{\partial \mu_x}{\partial x} = -2l_y (\mu_y l_z - \mu_z l_y) - \kappa l_y l_z, \\ \frac{\partial \mu_y}{\partial x} = 2l_y (l_z \mu_x - \mu_z l_x) + \kappa l_x l_z, \\ \frac{\partial \mu_z}{\partial x} = -2l_y (\mu_x l_y - \mu_x l_x). \end{cases} \quad (4)$$

Она имеет по крайней мере три интеграла движения

$$|\mathbf{l}| = 1, \quad (\mathbf{l}, \boldsymbol{\mu}) = 0, \quad H = \frac{1}{2} \boldsymbol{\mu}^2 + \frac{1}{2} \kappa l_z^2 = \text{const}. \quad (5)$$

При этом свободная энергия может быть представлена в виде

$$E = \frac{1}{2} \boldsymbol{\mu}^2 - \mu_y - \frac{1}{2} \kappa l_z^2. \quad (6)$$

В отсутствии флексомагнитоэлектрического взаимодействия, когда $P_z = 0$, легкоосному случаю $\kappa > 0$ соответствует выгодное однородное состояние $|l_z| = 1$, которое имеет энергию $E = -\frac{1}{2} \kappa$ для выбранной системы отсчета, а при $\kappa < 0$ — более выгодным является однородное состояние $l_z = 0$ с энергией $E = 0$. Наличие флексомагнитоэлектрического взаимодействия

делает предпочтительным выход намагниченности из легкой плоскости, благодаря чему однородное легкоплоскостное состояние становится неустойчивым при малой величине легкоплоскостной анизотропии, а именно в области $-4 < \kappa < 0$. Это следует из анализа спектра спиновых волн в однородном состоянии для легкоплоскостного случая. Покажем это.

3. Анализ устойчивости однородного легкоплоскостного состояния

Для описания антиферромагнитных колебаний можно использовать уравнения движения вектора антиферромагнетизма, вывод которых сделан ранее в целом ряде работ [22–24]. В предположении малости слома подрешеток и малой амплитуды колебаний вектора антиферромагнетизма эти уравнения в нормированных переменных можно представить в следующем виде:

$$-\mathbf{l} \times \dot{\mathbf{l}} = \left[\mathbf{l}, \frac{\delta E}{\delta \mathbf{l}} \right]. \quad (7)$$

В (7) время нормировано на $[t]^{-1} = \gamma \sqrt{\lambda \frac{\beta^2 P_z^2}{2A}}$, где γ — магнитомеханическое отношение. Рассчитаем спектр спиновых волн для однородного состояния $\mathbf{l} = (l_x, 1, l_z)$ в направлении распространения по оси x . Анализ спектра спиновых волн для близкого случая в общем виде сделан в работе [25,26]. Исходя из приведенных уравнений динамики, имеем

$$\begin{cases} -\ddot{l}_x = \frac{\delta E}{\delta l_x} = -\frac{\partial^2 l_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial l_z}{\partial x}, \\ -\ddot{l}_z = \frac{\delta E}{\delta l_z} = -\frac{\partial^2 l_z}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial l_x}{\partial x} - \kappa l_z. \end{cases} \quad (8)$$

Для гармонических колебаний в линейном приближении $l_{x,z} \sim \exp[-i(\omega t + kx)]$ получим

$$\begin{cases} -2ikl_z + (\omega^2 - k^2)l_x = 0, \\ (-\omega^2 + k^2 - \kappa)l_z - 2ikl_x = 0. \end{cases} \quad (9)$$

Эта система имеет две частотные ветви спектра колебаний

$$\omega^2 = k^2 - \frac{\kappa}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\kappa}{2}\right)^2 + 4k^2}. \quad (10)$$

На рис. 1 показан пример полученных зависимостей $\omega^2(k)$ в области $-4 < \kappa < 0$. В этой области одна из ветвей наряду с трансляционной модой Голдстоуна с $k = 0$ всегда содержит мягкую моду $\mathbf{l} = (a \cos k_0 x, 0, -\frac{ak_0}{2} \sin k_0 x)$ нулевой частоты $\omega = 0$ с конечным значением волнового числа $k_0 = \sqrt{4 + \kappa}$. В области $|k| < k_0$ частоты являются комплексными, что означает неустойчивость рассматриваемого легкоплоскостного состояния $l_y = \pm 1$ с инвариантом Лифшица в области отрицательных значений параметра нормированной анизотропии $-4 < \kappa < 0$. Очевидно, что

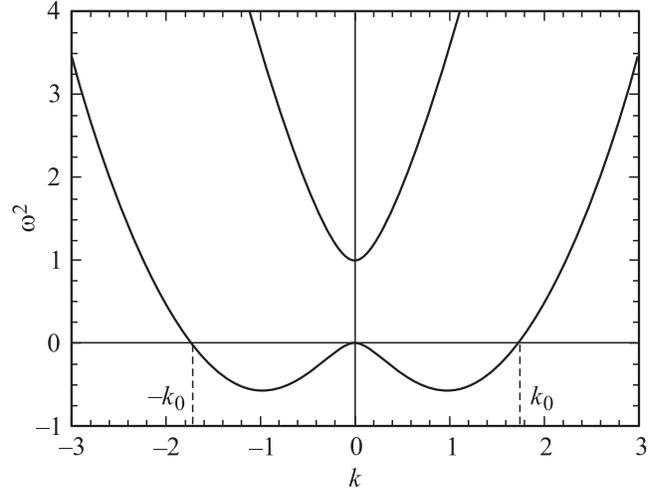


Рис. 1. Две ветви спектра антиферромагнитных колебаний в одноосном мультиферроике в перпендикулярном вектору антиферромагнетизма направлении, рассчитанные для легкоплоскостной области значений параметра нормированной анизотропии ($-4 < \kappa < 0$).

рассмотрение справедливо для любого равновесного направления вектора $\mathbf{l} = (l_x, l_y, l_z)$ в легкой плоскости, если ввести новую систему координат, повернув подходящим образом оси x и y . Поэтому любое однородное состояние в легкой плоскости одноосного мультиферроика неустойчиво относительно спиновых волн в направлении, перпендикулярном направлению вектора антиферромагнетизма, при $-4 < \kappa < 0$.

4. Периодические пространственно-модулированные распределения спинов в антиферромагнитном мультиферроике

В отсутствие анизотропии при $\kappa \rightarrow 0$ имеется одномерное периодическое решение уравнений Эйлера–Лагранжа (3), минимизирующее функционал энергии (2), в виде циклоиды $l(x) = (l_x(x), 0, l_z(x))$ с фиксированной плоскостью разворота $l_y = 0$ [16]. В общем случае система имеет множество периодических решений, описывающих возможные пространственно-модулированные периодические антиферромагнитные структуры в рассматриваемом магнитоферроэлектрике, поиск которых не тривиален. Далее мы приведем примеры решений, отличающихся друг от друга пространственной структурой и интервалами устойчивости при изменении параметра одноосной анизотропии.

4.1. ZX-решения. Рассмотрим высокосимметричные периодические решения, выделяемые условием $l_y \equiv 0$. Этот класс решений существует в диапазоне $-\kappa_1 < \kappa < \kappa_1$, где $\kappa_1 \approx 2.467$, и представляет собой антиферромагнитную периодически модулирован-

ную структуру с нулевой проекцией антиферромагнитного момента \mathbf{l} на ось Y , описываемую циклоидой при $\kappa = 0$ [16]. Период структуры несоизмерим с параметром решетки кристалла. В дальнейшем этот тип решения для краткости будем называть ZX-решением. В общем случае оно может быть выражено в эллиптических функциях Якоби, а именно

$$l_z(x) = \text{cn}(k, x\sqrt{2H + |\kappa|}),$$

$$l_x(x) = \text{sn}(k, x\sqrt{2H + |\kappa|}), \quad l_y = 0, \quad (11)$$

где $k^2 = \frac{|\kappa|}{2H + |\kappa|}$.

Решение однозначно определяется парой (κ, H) в определенном диапазоне изменения этих параметров. Для его численного нахождения задаем начальные условия $\mathbf{l}(0) = (0, 0, 1)$, $\dot{\mathbf{l}}(0) = (l_x, 0, 0)$ или $\boldsymbol{\mu}(0) = (0, l_x, 0)$, где $l_x = \pm\sqrt{2H - \kappa}$. Эти условия гарантируют, что $l_x(x) \equiv 0$ (движение с одной степенью свободы). При этом верхний знак (+) отвечает решению с меньшей энергией. Далее интегрируем систему уравнений до обращения в нуль $l_x = 0$. Значение координаты в этой точке определяет полупериод решения $x(l_x = 0) = T(H, \kappa)$.

В ZX-решении с минимальной энергией постоянная H является функцией параметра анизотропии κ , т.е. $H = H(\kappa)$, так как должна соответствовать минимальной средней энергии $\langle E^0(x) \rangle = T^{-1} \int_0^T E^0(x) dx$. На границах существования этих решений их период обращается в бесконечность, т.е. $T(H(\kappa), \kappa) \rightarrow \infty$, при $\kappa \rightarrow \pm\kappa_1$.

Примеры ZX-решений для трех различных значений параметра одноосной анизотропии представлены на рис. 2.

Усредненная по периоду нормированная энергия ZX-решения $E(\kappa) = T^{-1} \int_0^T (\boldsymbol{\mu}^2/2 - \mu_y - \kappa l_z^2/2) dx$ ведет себя монотонно, уменьшаясь в указанном интервале $-\kappa_1 < \kappa < \kappa_1$ значений нормированного параметра анизотропии κ с его ростом.

Проведем анализ устойчивости приведенного здесь ZX-решения и покажем, что в некотором интервале значений параметра легкоплоскостной анизотропии оно теряет устойчивость в точке ветвления, где рождаются два других решения, описывающих новое модулированное состояние антиферромагнетика. Для этого сначала рассмотрим зависимость частоты малых антиферромагнитных колебаний в пространственно-модулированном ZX-состоянии $\mathbf{l}^0(x) = (l_x^0, 0, l_z^0)$ от величины параметра легкоплоскостной анизотропии κ . Колебания вектора антиферромагнетизма $\delta\mathbf{l}(x, t) = (l_x, l_y, l_z)$ вблизи пространственно-модулированного ZX-состояния $\mathbf{l}^0(x) = (l_x^0, 0, l_z^0)$ находятся из линейризованного уравнения антиферромагнитной динамики, анализ которых показывает, что имеются две моды — голстоуновская трансляционная $\delta\mathbf{l}(x) = (d\mathbf{l}^0(x)/dx)\delta x_0$ и конусообразная $d\mathbf{l} = (0, l_y, 0)$.

Рассмотрим колебательную моду $d\mathbf{l} = (0, l_y, 0)$, полагая $\mathbf{l} = (l_x^0, l_y, l_z^0)$, где $\mathbf{l}^0(x) = (l_x^0, 0, l_z^0)$ — ZX-решение.

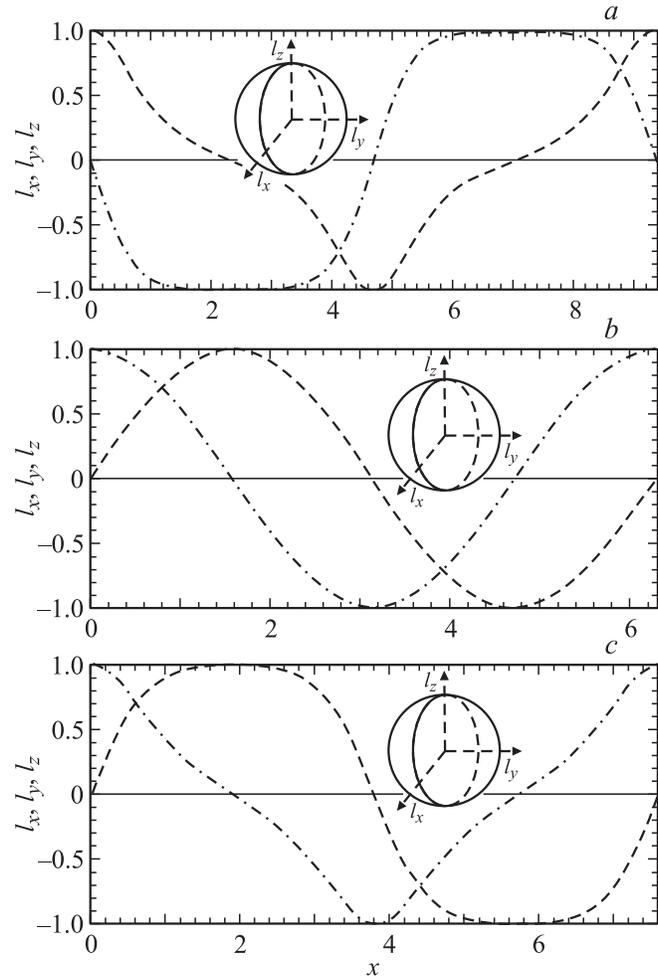


Рис. 2. Примеры траекторий ZX-решения, рассчитанные для значений параметра нормированной анизотропии $\kappa = 2.345$ (a), 0 (b) и -2.00 (c). Показана покомпонентная развёртка траекторий ZX-решения $\mathbf{l}(x)$: штриховая линия — $l_x(x)$, сплошная — $l_y(x)$, штрихпунктирная — $l_z(x)$. На вставках показаны траектории ZX-решения на сферической фазовой поверхности $|\mathbf{l}(x)| = 1$.

Тогда из линейризованных уравнений антиферромагнитной динамики

$$-\mathbf{l}^0 \times \ddot{\mathbf{l}} = \left[\mathbf{l}^0 \times \frac{\delta E}{\delta \mathbf{l}} \right] + \left[\mathbf{l} \times \frac{\delta E^0}{\delta \mathbf{l}} \right] \quad (12)$$

для пространственно-модулированных колебаний вида $l_y = a(x) \exp(-i\omega t)$ получим уравнение на собственные значения для частот колебаний типа уравнений Шредингера

$$\frac{d^2 l_y}{dx^2} + \left(\varepsilon + 2|\kappa| \text{cn}^2(k, x\sqrt{2H + |\kappa|}) - 2\sqrt{2H + |\kappa| \text{cn}^2(k, x\sqrt{2H + |\kappa|}) + 2H} \right) l_y = 0, \quad (13)$$

где $\varepsilon = \omega^2$. Численный анализ этого уравнения показывает, что собственное значение $\varepsilon = \omega^2$ обращает-

ся в нуль (меняет знак) при критическом значении $\kappa_2 \approx 2.015$. В этой точке ZX -решение теряет устойчивость относительно конусообразных возмущений.

С точки зрения нелинейных динамических систем в указанной точке происходит ветвление решений ZX -типа [27,28]. Для определения точки ветвления этих решений фиксируем значения (κ, H) . Рассмотрим траекторию решения с начальными условиями

$$\begin{aligned} l_x &= 0, & l_y &= \cos \xi, & l_z &= \sin \xi, \\ \mu_x &= 0, & \mu_y &= k \sin \xi, & \mu_z &= -k \cos \xi, \end{aligned} \quad (14)$$

где $k = \pm \sqrt{2H - \kappa \sin^2 \xi}$, $0 \leq \xi \leq 2\pi$, которую продолжаем до n -го обращения в нуль координаты $l_x(x)$. Пусть это происходит при $x = x^*$. Обозначим $\chi_n(\xi) = \mu_x(\xi, x^*)$. Теперь для того чтобы найти периодическое решение, нужно решить уравнение

$$\chi_n(\xi) = 0. \quad (15)$$

Ветвления, которые мы сейчас рассмотрим, соответствуют $n = 1$. Очевидно, что $\chi_1(\xi = \pi/2) = 0$, так как это уравнение соответствует ZX -решению. Тогда уравнение ветвления для рассматриваемого случая имеет вид

$$\frac{d}{d\xi} \chi_1(\xi = \pi/2) = 0. \quad (16)$$

Это есть условие перегиба зависимости $x_n(\xi)$, которое выполняется только для определенной пары значений (κ, H) . Зафиксируем параметр κ . Тогда мы можем найти решение уравнения ветвления только при соответствующем значении H . Меняя параметр κ , получаем зависимость $H = H(\kappa)$, на которой происходит ветвление ZX -решений. При этом важно отметить, что ответвляется пара решений с симметрией $l_x = \mu_x = 0$.

Ветвление решений с минимальной энергией происходит при $\kappa \approx -2.015$. При данном значении параметра анизотропии κ в точке ветвления энергия, период и структура ZX - и ответвившихся решений совпадают. Изменение уровня гамильтониана H приводит к изменению периода и энергии каждого типа антиферромагнитной модулированной структуры. При этом периоды каждого типа решения с минимальной энергией становятся различными. Критическая точка ветвления решений с минимальной энергией соответствует пересечению зависимости $H_1(\kappa)$ для точек ветвления всех периодических ZX -решений заданного класса с линией $H_2(\kappa)$ для решений этого же класса, но имеющих минимальную энергию. Далее на рисунках эта точка отмечена кружком. Проведенный численный анализ показывает, что критическое значение параметра равно $\kappa = -\kappa_2 \approx -2.015$, что совпадает с результатами анализа спектра антиферромагнитных колебаний для неоднородного ZX -состояния.

4.2. Y -решения. Таким образом, при уменьшении параметра анизотропии κ в сторону отрицательных значений, т.е. в сторону возрастания энергии плоскостной

анизотропии, ZX -решения начинают ветвиться и возникают новые решения, описывающие пространственно неоднородное антиферромагнитное состояние с периодической модуляцией направления антиферромагнитного момента с ненулевой средней величиной поперечной проекции вектора l на ось Y (назовем их Y -решениями).

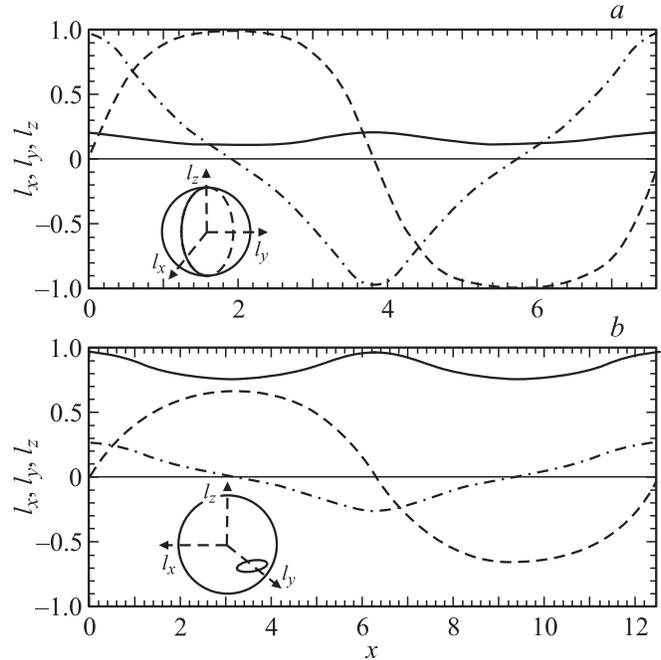


Рис. 3. Примеры Y -решений правой симметрии с минимальной энергией. *a* — вблизи точки ветвления при $\kappa = -2.03$, *b* — вдали от точки ветвления при $\kappa = -3.0$. Компоненты антиферромагнитного вектора: штриховая линия — $l_x(x)$, сплошная — $l_y(x)$, штрихпунктирная — $l_z(x)$.

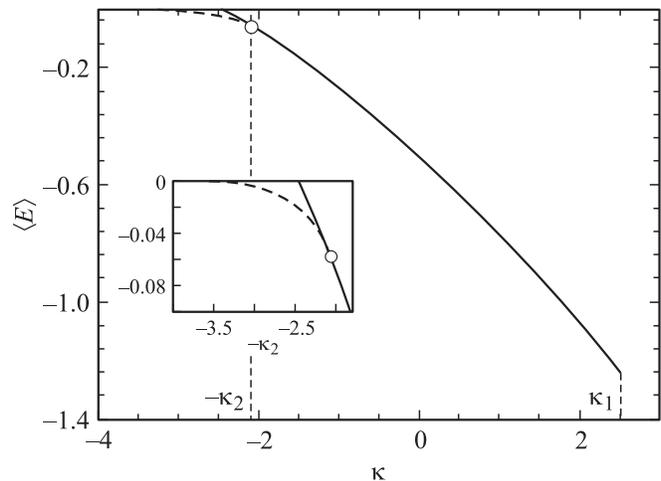


Рис. 4. Минимальная свободная энергия E , усредненная по периоду структуры $T(\kappa)$, в зависимости от параметра анизотропии κ . Сплошная линия — для ZX -решения, штриховая — для Y -решения. Кружком показана область ветвления ZX -решений. На вставке — зависимость $E(\kappa)$ вблизи точки ветвления в увеличенном масштабе.

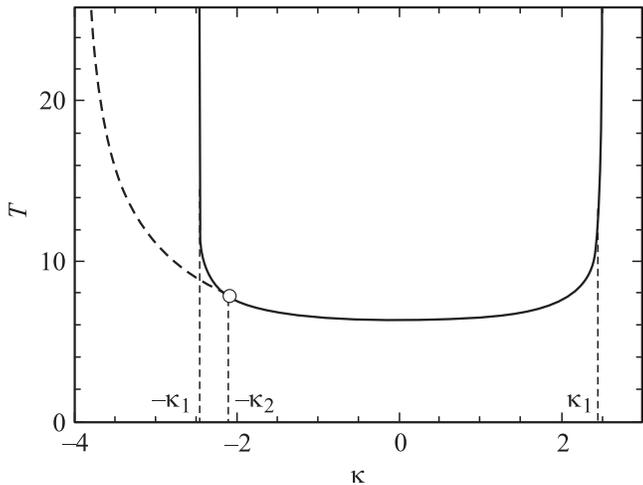


Рис. 5. Зависимость периода T пространственно-модулированных состояний от нормированного параметра анизотропии κ . Сплошная линия — ZX-решения, штриховая — для Y-решения.

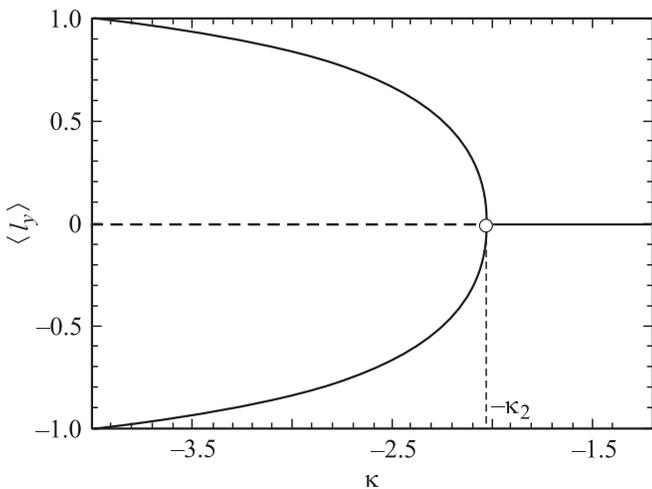


Рис. 6. Зависимость средней величины проекции антиферромагнитного момента $\langle l_y \rangle$ от параметра легкоплоскостной анизотропии κ для Y-решений правой и левой симметрии.

Для их нахождения используем численный метод интегрирования уравнений (2). Такие решения периодически проходят через плоскость симметрии

$$l_x = \mu_x = 0. \tag{17}$$

Начальные условия интегрирования уравнений (2) для этих решений имеют вид (14), а метод нахождения этого типа решений с точностью до вида граничных условий аналогичен описанному выше численному методу нахождения ZX-решения. На рис. 3 приведены примеры Y-решения с правой симметрией $l_y > 0$. Зависимости усредненной по периоду антиферромагнитной модулированной структуры энергии ZX-решения (сплошная линия) и Y-решения (штриховая линия) от параметра одноосной анизотропии, полученные численным инте-

грированием, приведены на рис. 4. На рис. 5 показаны зависимости периода ZX-решения и Y-решения от того же параметра. Видно, что если зависимость энергии ZX-решения близка к линейной, то для Y-решения она имеет ярко выраженную степенную зависимость при отходе от точки перехода в однородное состояние.

Имеется также дополнительный тип Y-решений с левой симметрией $l_y < 0$. Зависимость усредненной по периоду структуры $T(\kappa)$ величины компоненты $\langle l_y(\kappa) \rangle = T^{-1}(\kappa) \int_0^T l_y(x) dx$ от параметра легкоплоскостной анизотропии κ показана на рис. 6.

5. Заключение

Таким образом, из проведенного анализа уравнений, описывающих антиферромагнитную систему с неоднородным флексомагнитоэлектрическим взаимодействием ромбоэдрического кристалла типа BiFeO_3 , следует, что уравнения допускают существование множества периодических решений, описывающих различные периодические антиферромагнитные структуры. Среди них можно выделить по крайней мере два типа решений, которые имеют минимальную энергию в неперекрывающихся интервалах изменения нормированной одноосной анизотропии. Один из описываемых типов решений, а именно ZX-решение, является материнским по отношению к семейству, которое включает два менее симметричных Y-решения, описывающих правую и левую пространственно-модулированные периодические антиферромагнитные структуры с ненулевой поперечной компонентой антиферромагнитного момента различного знака. ZX-решения существуют в интервале как положительных, так и отрицательных значений энергии одноосной анизотропии. В области легкоосного значения магнитной анизотропии на границе интервала существования этих решений при $\kappa = \kappa_1 \approx 2.467$ ZX-решения переходят в доменные границы между антиферромагнитными состояниями $l_z = \pm 1$. В области легкоплоскостной анизотропии при критическом значении $\kappa = -\kappa_2 = -2.015$ они теряют устойчивость. В этой точке происходит ветвление решений с нулевой проекцией антиферромагнитного момента в перпендикулярном плоскости разворота направлении и рождение двух новых состояний с конусообразным распределением антиферромагнитного вектора в модулированной структуре (Y-решения). В точке ветвления $\kappa = -\kappa_2 = -2.015$ энергия и период ZX- и Y-решения совпадают. Энергия ZX-решений меньше энергии однородного состояния в области их устойчивости $-2.015 < \kappa < 2.467$, а Y-решения обладают наименьшей энергией в области $-4 < \kappa < -2.015$. Однородное состояние легкоплоскостного намагничивания в данном случае неустойчиво в области $-4 < \kappa < 0$ благодаря флексомагнитоэлектрическому взаимодействию, которое способствует выходу намагниченности из легкоплоскостного состояния.

При больших (по модулю) значениях параметра легкоплоскостной анизотропии энергетически выгодные Y -решения перестают существовать. При этом вблизи границы их существования ($\kappa = -4$) период модуляции стремится к бесконечности, и реализуется мягкий сценарий рождения (исчезновения) пространственного цикла, описывающего Y -решения на сфере $|I| = 1$. С точки зрения динамических систем в этой точке реализуется бифуркация Пуанкаре–Андронов–Хопфа [29]. Вблизи точки $\kappa = -4.0$ амплитуда модулированной структуры Y -типа стремится к нулю, а период — к бесконечности.

В заключение отметим, что при анализе возможных фазовых переходов между различными типами неоднородного антиферромагнитного упорядочения следует учитывать также возможность возникновения более сложных структур, связанных с образованием субдоменов Y -типа с различающейся по знаку проекцией антиферромагнитного момента на поперечное к плоскости разворота момента направление. Такая субдоменная структура будет нивелировать наличие спонтанного антиферромагнитного момента в Y -структуре. Кроме того, на особенности ветвления, энергетическую устойчивость ветвящихся решений и критические значения параметров магнитных фазовых переходов в ромбоэдрической магнетике могут оказывать влияние также плоскостное магнитное поле и базисная анизотропия. Плоскостное поле будет подавлять пространственную модуляцию. На это указывает анализ особенностей спектра спиновых волн в одноосном мультиферроике с флексомагнитоэлектрическим взаимодействием в присутствии плоскостного поля, проведенный в работе [25].

Заметим также, что фазовые переходы, определяемые нормированным параметром анизотропии, могут происходить по температуре, электрическому и магнитному полю, так как эффективный параметр анизотропии зависит не только от величины магнитокристаллической анизотропии, но и от величины спонтанной поляризации, неоднородного обмена и приложенного магнитного поля. В случае магнитного поля, параллельного оси симметрии ромбоэдрического кристалла, происходит перенормировка легкоплоскостной анизотропии, которая зависит от магнитной восприимчивости не только поперечного, но и продольного намагничивания антиферромагнетика. Это следует учитывать при проведении количественного сопоставления теории и эксперимента, особенно при исследовании фазовых магнитных переходов в мультиферроиках с пространственно неоднородной антиферромагнитной структурой в сильных магнитных полях.

Список литературы

- [1] Г.А. Смоленский, И.Е. Чупис. УФН **137**, 415 (1982).
- [2] А.К. Звездин, А.П. Пятаков. УФН **174**, 465 (2004).
- [3] M. Fiebig. J. Phys. D **38**, R123 (2005).
- [4] A.M. Kadomtseva, Yu.F. Popov, A.P. Pyatakov, G.P. Vorob'ev, A.K. Zvezdin, D. Viehland. Phase Trans. **79**, 1019 (2006).

- [5] W. Eerenstein, N.D. Mathur, J.F. Scott. Nature **442**, 759 (2006).
- [6] W.G. Catalan, J.F. Scott. Adv. Mater. **21**, 2463 (2009).
- [7] T. Kimura, T. Goto, H. Shintani, K. Ishizaka, T. Arima, Y. Tokura. Nature **426**, 55 (2003).
- [8] A. Pimenov, A.A. Mukhin, V.Yu. Ivanov, V.D. Travkin, A.M. Balbashov, A. Loidl. Nat. Phys. **2**, 97 (2006).
- [9] A. Sparavigna, A. Strigazzi, A. Zvezdin. Phys. Rev. B **50**, 2953 (1994).
- [10] A.P. Pyatakov, A.K. Zvezdin. Eur. Phys. J. B **71**, 419 (2009).
- [11] А.М. Кадомцева, А.К. Звездин, Ю.Ф. Попов, А.П. Пятаков, Г.П. Воробьев. Письма в ЖЭТФ **79**, 705 (2004).
- [12] Г.А. Смоленский, В.А. Исупов, А.И. Аграновская, Н.Н. Крайник. ФТТ **2**, 11, 2982 (1960).
- [13] P. Fischer, M. Polomska, I. Sosnowska, M. Szymanski. J. Phys. C. **13**, 1931 (1980).
- [14] Е.А. Туров, А.В. Колчанов, В.В. Меньшенин, И.Ф. Мирсаев, В.В. Николаев. Симметрия и физические свойства антиферромагнетиков. Физматлит, М. (2001). 560 с.
- [15] I. Sosnovska, T. Peterlin-Neumaier, E. Steichele. J. Phys. C **15**, 4835 (1982).
- [16] I. Sosnovska, A. Zvezdin. J. Magn. Magn. Mater. **167**, 140 (1995).
- [17] Ю.Ф. Попов, А.К. Звездин, Г.В. Воробьев, А.М. Кадомцева, В.А. Мурашев, Д.Н. Раков. Письма в ЖЭТФ **57**, 65 (1993).
- [18] B. Ruetter, S. Zvyagin, A.P. Pyatakov, A. Bussh, J.F. Li, V.I. Belotelov, A.K. Zvezdin, D. Viehland. Phys. Rev. B **69**, 064114 (2004).
- [19] M. Tokunaga, M. Azuma, Y. Shimakawa. J. Phys. Soc. Jpn. **79**, 064713 (2010).
- [20] D. Lebeugle, D. Colson, A. Forget, M. Viret, A.M. Bataille, A. Gukasov. Phys. Rev. Lett. **100**, 227602 (2008).
- [21] S. Lee, W. Ratcliff, S.-W. Cheong, V. Kiryukhin. Appl. Phys. Lett. **92**, 192906 (2008).
- [22] А.Ф. Андреев, В.И. Марченко. УФН **130**, 39 (1980).
- [23] А.К. Звездин. Письма в ЖЭТФ **29**, 605 (1979).
- [24] В.Г. Барьяхтар, Б.А. Иванов. ФНТ **5**, 759 (1979).
- [25] А.К. Звездин, А.А. Мухин. Письма в ЖЭТФ **89**, 385 (2009).
- [26] R. Sousa, J.E. Moore. Appl. Phys. Lett. **92**, 022514 (2008).
- [27] J.B. Keller, S. Antman. Bifurcation theory and nonlinear eigenvalue problems. Benjamin, N.Y. (1969). [Дж.Б. Келлер, С. Антман. Теория ветвления и нелинейные задачи на собственные значения. Мир, М. (1974). 256 с.]
- [28] М.М. Вайнберг, В.А. Треногин. Теория ветвления решений нелинейных уравнений. Наука, М. (1969). 568 с.
- [29] В.И. Арнольд. Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Наука, М. (1978). 590 с.