

01;05.2

## Особенности формирования ударной волны в сверхсильном магнитном поле

© С.И. Кривошеев, В.С. Помазов, Г.А. Шнеерсон

Санкт-Петербургский государственный технический университет

E-mail: gashneerson@mail.ru

Поступило в Редакцию 20 февраля 2011 г.

Современные средства численного эксперимента позволяют описать процесс электрического взрыва проводника при экстремально высокой линейной плотности тока. Изучение этого процесса актуально в связи с созданием установок, в токоведущих частях которых эта величина может достигать значений порядка  $10^8$ – $10^9$  А/м. Взрыв поверхностного слоя, происходящий в таких условиях, представляет собой сочетание процесса нелинейной диффузии поля в среду с резко изменяющимися свойствами и гидродинамического течения за фронтом ударной волны, инициированной магнитным давлением сверхсильного поля. Уделено внимание описанию процесса формирования ударной волны в линейно нарастающем магнитном поле на основе анализа результатов компьютерного моделирования и аналитических оценок.

При резко выраженном скин-эффекте указанным выше значениям линейной плотности тока соответствует индукция внешнего поля.  $B_e$  масштаба 100–1000 Т. Простая модель, описывающая распространение в среде ударной волны, инициированной магнитным полем, исходит из предположения об идеальной проводимости материала. В таком случае глубина проникновения магнитного поля (и толщина токового слоя) бесконечно мала, и можно считать, что воздействие электромагнитных сил на среду подобно действию идеального непроницаемого магнитного поршня.

Условие Ренкина–Гюгонио и эмпирическое соотношение для скорости фронта ударной волны  $D = c_1 + \lambda u_f$  позволяют вывести связь скорости среды за фронтом и магнитной индукции при стационарном течении [1,4]:

$$p_f = \rho_0 D \left( \frac{D - c_1}{\lambda} \right), \quad \frac{B^2}{2\mu_0} = \rho_0 u_f D; \quad (1)$$

где  $\rho_0$  — начальная плотность среды,  $u_f$  — скорость среды за фронтом ударной волны,  $D$  — скорость фронта ударной волны,  $c_1$ ,  $\lambda$  — эмпи-

рические параметры среды ( $c_1$  приблизительно равно скорости звука,  $\lambda = 1.53$  — для меди).

Из формулы (1) вытекают выражения для  $u_f$  и  $D$ :

$$u_f = \frac{c_1}{2\lambda} \left( \sqrt{1 + \frac{B^2}{B^2}} - 1 \right), \quad D = \frac{c_1}{2} \left( \sqrt{1 + \frac{B^2}{B^2}} + 1 \right), \quad (2)$$

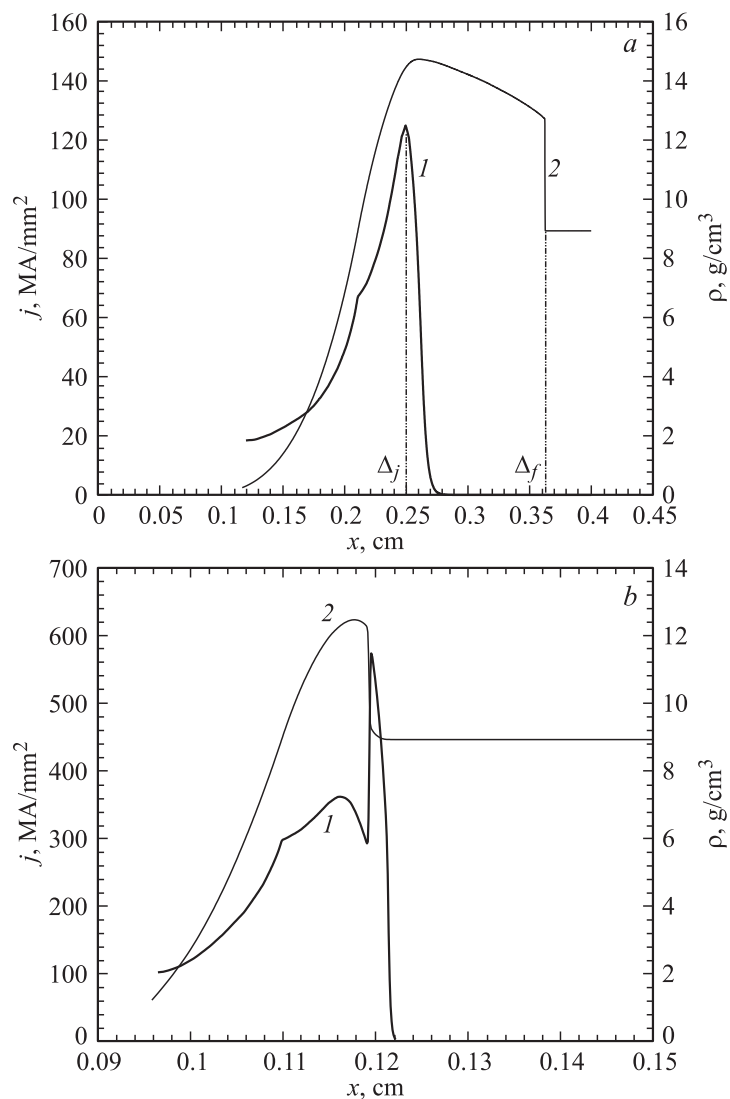
где  $\bar{B} = c_1 \sqrt{\mu_0 \rho_0 / 2\lambda}$  — характерная индукция среды (для меди  $\bar{B} = 250$  Т). Если  $B \ll \bar{B}$ , выражение (2) приобретает следующий простой вид:  $u_f \approx B^2 / (2\mu_0 \rho_0 c_1)$ . В другом крайнем случае  $B \gg \bar{B}$ :  $u_f \approx B / \sqrt{2\lambda \mu_0 \rho_0} = u_a / \sqrt{2\lambda}$ , где  $u_a$  — альфеновская скорость. В диапазоне  $0 < B \leq 4\bar{B}$  (т. е. в полях до 1000 Т) удобна аппроксимация Ширера (для меди  $a_0 = 0.15$  [1]):

$$u_f \approx a_0 B^{3/2}. \quad (3)$$

Дальше на основании численных расчетов показано, что эти формулы справедливы не только в режиме установившегося течения, но и на фронте импульса внешнего поля.

В рассматриваемой модели токовый слой бесконечно малой толщины всегда отстает от фронта ударной волны. Ситуация может измениться в случае, когда токовый слой имеет конечную толщину [2]. При этом формируется своеобразное течение с распределенным полем объемных сил, примыкающих к фронту ударной волны. Часть тока может оказаться перед фронтом ударной волны в области, где проводимость холодного металла выше, чем проводимость нагретого металла в поверхностном слое. Есть основания ожидать, что это приведет к появлению специфического распределения магнитного поля вблизи фронта ударной волны с образованием двух максимумов на пространственной кривой плотности тока.

Можно оценить условие появления этого эффекта при линейно нарастающем магнитном поле. Для описания процесса нелинейной диффузии магнитного поля в проводник при аналитических оценках используем модель среды, в которой зависимость проводимости от объемной тепловой энергии имеет вид:  $\sigma = \sigma_0 / (1 + 2\mu_0 \delta q' / B_0^2)$ , где  $\sigma$  — удельная проводимость,  $\Delta q'$  — объемная тепловая энергия, а  $B_0$  — характерная индукция (для меди  $B_0 = 42$  Т) [3–5].



**Рис. 1.** Пространственное распределение плотности тока  $I$  и плотности среды  $\rho$ , сформированное нелинейной диффузией сверхсильного поля — по закону  $B = B't$ , для различных  $B'$  и моментов времени:  $a$  —  $B' = 2 \cdot 10^{10}$  T/s,  $t = 450$  ns;  $b$  —  $B' = 2 \cdot 10^{10}$  T/s,  $t = 30$  ns.

При условии  $B \gg B_0$  формируется специфическое немонотонное распределение плотности тока с характерным максимумом (рис. 1, *a*). Его координату

$$\Delta_j = \frac{B}{B_0} \sqrt{\frac{t}{\mu_0 \sigma_0}} \quad (4)$$

можно при оценках считать координатой „магнитного поршня“, создающего давление  $B^2/(2\mu_0)$ .

Условие, при котором часть тока будет сосредоточена перед фронтом ударной волны, можно представить следующим образом:

$$\Delta_j \geq \Delta_f, \quad (5)$$

где  $\Delta_f \approx \int_0^t D dt$  — расстояние, пройденное фронтом ударной волны. Из формулы (1) с учетом аппроксимации Ширера (3) скорость фронта ударной волны определяется следующей функциональной зависимостью:  $= \sqrt{B}/(2\mu_0 a_0 \rho_0)$ .

Если поле нарастает линейно —  $B = B't$ , путь, пройденный фронтом УВ, можно оценить по формуле:

$$\Delta_f = \int_0^t D dt = \frac{1}{3a_0 \mu_0 \rho_0} \sqrt{B'} t^{3/2}. \quad (6)$$

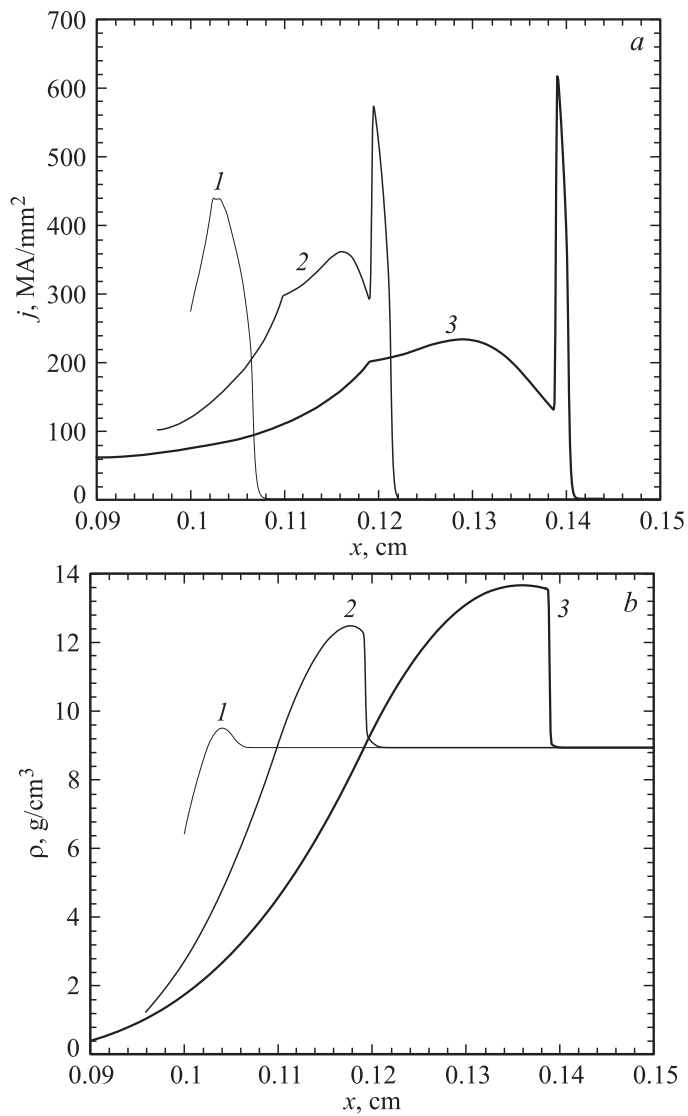
С учетом (4) и (6) неравенство (5) приходит к виду

$$\frac{\sqrt{B'} t^{3/2}}{3a_0 \mu_0 \rho_0} \geq \frac{B't}{B_0} \sqrt{\frac{t}{\mu_0 \sigma_0}}. \quad (7)$$

Отсюда получаем оценку порогового значения скорости нарастания индукции, при которой возможно ожидать появления второго максимума на распределении плотности тока (рис. 1, *b*):

$$B' \geq B'_1 = \frac{1}{9} \frac{B_0^2 \sigma_0}{\mu_0 a_0^2 \rho_0^2}. \quad (8)$$

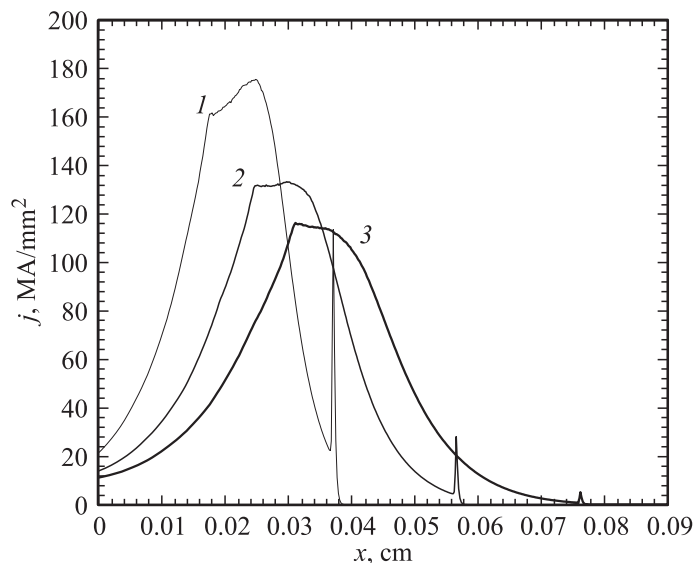
Для меди  $B_0 = 42$  Т,  $\rho_0 = 8.9 \cdot 10^3$  кг · м<sup>-3</sup>,  $\sigma_0 = 5.7 \cdot 10^7$  (Ω · м)<sup>-1</sup>, откуда  $B'_1 = 5 \cdot 10^9$  Т/с.



**Рис. 2.** Распределение плотности тока (*a*) и плотности среды (*b*) в пространстве в различные моменты времени.  $B' = 2 \cdot 10^{10}$  T/s. 1 —  $t = 10$  ns ( $B = 200$  T); 2 —  $t = 30$  ns ( $B = 600$  T); 3 —  $t = 50$  ns ( $B = 1000$  T).

Для подтверждения высказанных предположений проведена серия численных расчетов с использованием программы МАГ [6,7]. Рассматриваются процесс диффузии магнитного поля и формирование гидродинамического течения в меди, описываемой уравнением состояния Гаранина [8,9] и ее проводимостью, определенной моделью Бакулина [10]. Нулевой координате соответствует начальное положение границы раздела „вакуум–проводник“. Ниже приведены некоторые результаты расчета диффузии магнитного поля с линейным нарастанием  $B' = 10^9$  и  $B' = 10^{10}$  Т/с и выходом на стационарное значение  $B = 500$  Т после 50 ns. Графики рис. 1 подтверждают, что при относительно небольшой скорости нарастания тока его распределение имеет максимум, координата которого отлична от фронта ударной волны. Ранее этот эффект был отмечен в работах [11,12], где изучался процесс, в котором значение поля на границе принимало постоянное значение. Существенно иная картина процесса имеет место в режиме с большой скоростью нарастания. Как видно из рис. 2, структура токораспределения становится совершенно другой и характеризуется наличием двух максимумов. Как и в случае медленно нарастающего поля, основная часть тока сосредоточена за фронтом ударной волны, другая — в холодной области с высокой проводимостью перед фронтом ударной волны.

Очевидно, что на практике режим с постоянным нарастанием внешнего поля нереализуем. Поэтому можно рассмотреть модельную задачу, в которой внешнее поле нарастает до предельного значения, а затем остается постоянным. В такой постановке для „медленного“ режима  $B' < B'_1$  токовый фронт отстает от фронта ударной волны в процессе нарастания поля, и после выхода индукции на постоянное значение это отставание сохранится. Для „быстрого“ режима  $B' > B'_1$ , до момента прекращения роста внешнего поля (точка остановки) формируется характерное для быстрого режима распределение плотности тока с двумя максимумами. После точки остановки начинается деформация формы кривой плотности тока, приводящая к вырождению второго максимума (рис. 3). Это можно объяснить тем, что в постоянном поле в системе координат, связанной со средой, происходит рост толщины скин-слоя в соответствии с зависимостью  $\Delta_j \approx B/B_0 \sqrt{\gamma_0 t / \mu_0} \sim \sqrt{t}$ . При этом скорость проникновения поля падает  $\partial \Delta_j / \partial t \sim 1/\sqrt{t}$ , тогда как фронт ударной волны имеет постоянную скорость. Поэтому токовый фронт отстает от фронта ударной волны в „медленном“ режиме. При „быстром“ же нарастании внешнего поля в системе координат,



**Рис. 3.** Распределение плотности тока в пространстве в различные моменты времени после выхода внешнего поля на стационарное значение  $B = 500$  Т через 50 ns (скорость нарастания поля  $B' = 10^{10}$  Т/с): 1 —  $t = 75$  ns; 2 —  $t = 100$  ns; 3 —  $t = 125$  ns.

связанной с фронтом ударной волны имеет место диффузия тока, сосредоточенного в области второго максимума (перед фронтом ударной волны), через плоскость фронта. В итоге второй максимум тока уменьшается.

Таким образом, на основе анализа результатов численного моделирования и расчетов по аналитическим моделям взаимодействия сверхсильных импульсных магнитных полей с проводником выявлена возможность существования двух различных режимов магнитогидродинамического течения. Первый из них реализуется при скорости нарастания индукции на границе с медным проводником  $B' \leq 5 \cdot 10^9$  Т/с, в этом режиме ударная волна в среде всегда распространяется со скоростью, превышающей скорость диффузии магнитного поля в проводник. При  $B' \geq 7 \cdot 10^9$  Т/с скорость диффузии магнитного поля в начальной фазе превышает скорость ударной волны, что приводит к формированию

токового распределения, имеющего два максимума, один из которых находится перед фронтом ударной волны.

Работа проведена по заданию Министерства образования и науки Российской Федерации: проект № 2.1.2/5669 в рамках АВЦП „Развитие научного потенциала высшей школы“; договор 11.G34.31.0001 с СПбГПУ и ведущим ученым Г.Г. Павловым.

## Список литературы

- [1] *Shearer J.W.* // J. Appl. Phys. 1969. V. 40. P. 4490–4497.
- [2] *Spielman R.B., Chantrenne S., H. McDaniel D.* // Proc. XI International Conf. on Megagauss Magnetic Field Generation and Related Topics. London, 10–14 September 2000 (2007).
- [3] *Bryant A.R.* // Proc. Conf. on Megagauss Magnetic Field Generation by Explosives and Related Experiments. 1965. P. 183.
- [4] *Кнопфель Г.* Сверхсильные импульсные магнитные поля. М.: Мир, 1972. 392 с.
- [5] *Shneerson G.A.* // J. Tech. Phys. 1973. V. 43. N 2. P. 419–427.
- [6] *Chabourov M., Roudenko V., Tchekounov E.* // Proc. International Conf. „Physics Education beyond 2000“. Barcelona, 2000.
- [7] *Boriskov G.V., Dolotenko M.I., Rudenko V.V., Shaburov M.V.* // Proc. VIII International Conf. on Megagauss Magnetic Field Generation and Related Topics. 1998.
- [8] *Garanin S.F., Matyshev V.I.* // AMTPh. 1990. N 1. P. 30–37.
- [9] *Buyko A.M., Garanin S.F., Demidov V.A. et al.* // Magagauss field in pulsed power systems (MG-V). 1989. P. 743.
- [10] *Bakulin J.D., Kuropatenko V.F., Luchinsky A.V.* // JTPH. 1976. V. 46. N 9. P. 1963.
- [11] *Колгатин С.Н., Полищук А.Я., Шнеерсон Г.А.* // ТВТ. 1993. Т. 31. № 6. С. 890–896.
- [12] *Krivoshayev S.I., Shneerson G.A., Karykhanov N.G.* // Magagauss field in pulsed power systems (MG-IX). 2000. P. 529.