01;03

О влиянии дисперсной фазы на неустойчивость в системах с горением

© О.В. Шарыпов, И.С. Ануфриев

Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск
Новосибирский государственный университет
E-mail: sharypov@itp.nsc.ru

Поступило в Редакцию 24 мая 2011 г.

Теоретически исследована динамика слабых возмущений конечной амплитуды в двухфазной гомогенной среде (газ и твердые частицы) с неравновесной химической реакцией в газовой фазе. С помощью асимптотического подхода обоснована слабонелинейная модель эволюции одномерных возмущений, учитывающая кинетико-волновое взаимодействие и диссипативные свойства, включая межфазный обмен теплом и импульсом. Проанализированы условия потери устойчивости однородного состояния системы. Получены численные решения эволюционного уравнения в виде установившихся автоколебаний. Описано стабилизирующее влияние инертной дисперсной фазы.

Эффект усиления длинноволновых возмущений в зоне горения [1] оказывает влияние на оценку безопасности технологий сжигания различных видов топлива. Работа посвящена исследованию кинетико-волнового взаимодействия в газовзвеси (газ + твердые частицы) с неравновесной химической реакцией в газовой фазе. Ставится задача разработки модели динамики плоских волновых возмущений малой, но конечной амплитуды под действием тепловыделения реакции и диссипативных эффектов в двухфазной среде. В работе [2] получено уравнение, описывающее эволюцию возмущений в однофазной активно-диссипативной системе. В пределах длинных волн оно сводится к уравнению типа уравнения Бюргерса с „отрицательной вязкостью“, которая физически соответствовала усилению возмущений за счет тепловыделения. В развитие результатов работы [2] в данной работе исследовано влияние межфазного обмена энергией и импульсом на динамику и структуру возмущений в системе при наличии химически инертных твердых частиц.

Слабые возмущения (с относительной амплитудой порядка $O(\varepsilon)$, ε — малый параметр) распространяются в неограниченном объеме реагирующей газовзвеси, содержащей в единице объема m частиц с радиусом $r_1 = \text{const}$ и плотностью $\rho_1 = \text{const}$. В отсутствие возмущений скорость каждой из фаз равна нулю. Относительный объем конденсированной фазы мал $(\overline{V}_1 = 4\pi r_1^3 m/3 = O(\varepsilon))$, поэтому взаимодействием частиц пренебрегается. Предполагается, что длина волны возмущения намного превосходит среднее расстояние между частицами, что позволяет использовать однородную модель двухкомпонентной неравновесной смеси (учитывая различия скоростей и температур фаз). При этом массовая скорость u, плотность ρ, давление p, температура T и удельная энтропия S газа являются величинами, осредненными по объему, содержащему достаточно большое количество частиц. Неравновесная химическая реакция в газовой фазе (реагенты предварительно перемешаны) характеризуется объемной скоростью образования продуктов реакции ω и удельным тепловыделением Q. Представим реакцию в виде одноступенчатого превращения с кинетической зависимотью общего вида: $\omega(p, S, Y) = \rho(p, S, Y)dY/dt$, где Y — массовая доля продуктов реакции. Уравнение состояния газовой фазы задается в общей форме: $\rho = \rho(p, S, Y)$. При рассмотрении двухфазной среды исходные уравнения, представленные в работе [2], должны быть дополнены уравнениями неразрывности: $m_t + u_1 m_x + m u_{1x} = 0$ и сохранения импульса $\rho_1 \overline{V}_1(u_{1t} + u_1 u_{1x}) - f = 0$ для облака не взаимодействующих частиц (индексы t и x обозначают частные производные по времени и по координате, индекс 1 обозначает твердую фазу, f — сила сопротивления облака частиц в единице объема). Величина f войдет также в уравнение сохранения импульса для газа: $\rho(1 - \overline{V}_1)(u_t + u u_x) + p_x - \nu\rho u_{xx} + f = 0$. Выражение для f в общем случае учитывает силу Стокса, силу Бассэ и эффект нестационарности [3]. Ограничивая рассмотрение случаем низкочастотных возмущений скорости газа (характерное время которых существенно превышает величину $\tau_\nu = 2\rho_1 r_1^2/9\rho\nu$), можно записать: $f = \overline{V}_1\rho_1(u - u_1)/\tau_\nu$, где ν — кинематическая вязкость газа. Закон сохранения энергии с учетом термодинамических соотношений позволяет записать уравнение для производства энтропии: $\rho T dS/dt = Q\omega - q + \rho c_p \chi T_{xx} + (u - u_1) f + \sigma$, где σ учитывает производство энтропии за счет вязкости, оно пропорционально $\nu(u_x)^2$, c_p — удельная теплоемкость газа при $p = \text{const}$,

χ — температуропроводность газа, $q = 4\pi r_1^2 m q_1$ — тепловая мощность, отводимая от газа к облаку частиц в единице объема. Поток тепла на поверхности частицы $q_1 = \rho_1 c_1 \chi_1 (\partial T_1/\partial r)_{r=r_1}$ определяется из решения задачи о центральносимметричном распределении температуры $T_1(t, r)$ в шаре при температуре поверхности $T_1(t, r_1)$:

$$T_1 = \frac{2}{r r_1} \sum_{n=1}^{\infty} \exp(-a_n t) \sin \frac{n\pi r}{r_1} \left\{ \int_0^{r_1} T_0 r' \sin \frac{n\pi r'}{r_1} \, dr' \right.$$
$$\left. - n\pi\chi_1(-1)^n \int_0^t T_1(\xi, r_1) \exp(a_n \xi) d\xi \right\}, \tag{1}$$

где $a_n = n^2\pi^2\chi_1/r_1^2$, $T_0 = T_1(0, r)$, χ_1 — температуропроводность, c_1 — удельная теплоемкость [4]. Учет неоднородности распределения температуры в частице особенно важен при описании процессов, кинетика которых сильно зависит от температуры [5]. Поскольку применимость гомогенной модели ограничена в области коротковолновых возмущений, то правомерно предположить, что характерное время изменения температуры газа намного превосходит величину $\tau_q = r_1^2/\chi_1$ (характерное время температурной релаксации частицы) и $a_n t \gg 1$. Тогда, раскладывая в выражении (1) слабоменяющуюся (по сравнению с экспонентой) функцию $T_1(\xi, r_1)$ в ряд по малому запаздыванию $(\xi - t)$ в окрестности $\xi = t$ и полагая, что изменение температуры поверхности частицы соответствует изменению температуры окружающего газа, получим: $q = \overline{V}_1 \rho_1 c_1 (T_t - \tau_q T_{tt}/15)$. В итоге имеем замкнутую систему уравнений для описания динамики возмущений.

Следуя асимптотическому подходу [2], рассмотрим случай возмущений, распространяющихся в одном направлении. Предположим, что в сопровождающей системе координат профиль возмущения изменяется медленно, т. е. отклонение от равновесия в системе является малым, и все воздействия на динамику возмущений в газе, связанные с тепловыделением реакции и диссипацией, считываются слабыми и учитываются в слагаемых второго порядка малости. В первом порядке процесс распространения бесконечно малых возмущений можно считать адиабатическим. Тогда с принятой точностью можем записать эволюционное уравнение

$$[1-\partial/\partial y](h_z - M_1 h_y - M_2 h_{yy} - M_3 h h_y) + M_4 h_y = o(\varepsilon^2),$$

где h — относительное возмущению скорости, плотности, давления или температуры газа, z и y — безразмерные время и координата в сопровождающей системе отсчета, движущейся со скоростью $C_{f0} = [(\partial p/\partial\rho)_{S,Y}]_0^{1/2}$ — адиабатическая (замороженная) скорость звука в газе, $y = (x - C_{f0}t)/C_{f0}\tau_0$, $z = t/\tau_0$, τ — характерное время реакции, индекс 0 обозначает невозмущенное состояние среды. В отличие от работы [2], коэффициенты в полученном эволюционном уравнении учитывают дисперсионные и диссипативные эффекты в газовзвеси: $M_1 = \overline{V}_{10}\overline{\rho}_1\big(1 + (\gamma_0 - 1)\overline{c}_1 - 1/\overline{\rho}_1\big)/2$, $M_2 = (\gamma_0 - 1)(15\overline{\chi} + \overline{V}_1\overline{\tau}_q\overline{c}_1\overline{\rho}_1)/30 + \overline{\nu}(1+K)/2$, $M_3 = -(3+\gamma_0)/4$, $M_4 = D_0/2$. Здесь γ — показатель адиабаты газа, $\overline{\nu} = (\nu/\tau C_f^2)_0 = O(\varepsilon)$, $\overline{\chi} = (\chi/\tau C_f^2)_0 = O(\varepsilon)$, $\overline{\rho}_1 = \rho_1/\rho_0$, $K = 6\pi r_1 m_0 \tau_{\nu 0}^2 C_{f0}^2$, $\overline{\tau_q} = \tau_q/\tau_0$, $\overline{c_1} = c_1/c_{p0}$. Параметры τ и D определяются кинетической зависимостью реакции, аналогично [2,6]:

$$\tau = -A\left(\left(\frac{\partial A}{\partial Y}\right)_{p,S}\frac{dY}{dt}\right)^{-1}, \quad D = \tau C_f^2\left(\frac{\partial A}{\partial p}\right)_{S,Y} = O(\varepsilon),$$

где

$$A = -\left(\left(\frac{\partial\rho}{dY}\right)_{p,S} + \frac{Q}{c_p}\left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_{p,Y}\right)\frac{dY}{dt}.$$

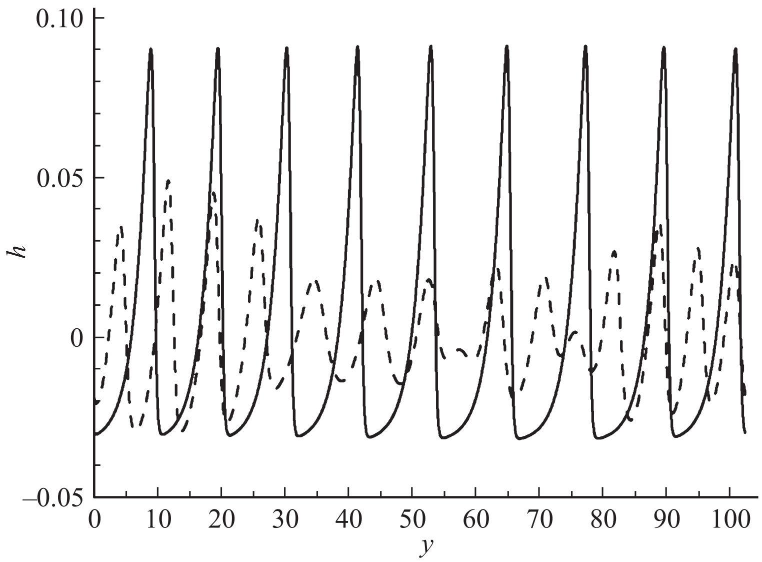
Решение уравнения (2) для случая бесконечно малых возмущений можно представить в виде суперпозиции гармоник

$$h_j(z,y) = \sum_{j=0}^{\infty}\tilde{h}_j \exp(\Omega_j z + i\kappa_j y)$$

и получить дисперсионное соотношение, связывающее инкремент возмущения Ω с волновым числом κ:

$$\Omega = \kappa^2\left(\frac{M_4}{1+\kappa^2} - M_2\right) + i\kappa\left(M_1 - \frac{M_4}{1+\kappa^2}\right).$$

При $\mathrm{Re}(\Omega_j) > 0$ возмущения длиной волны $\lambda_j = 2\pi/\kappa_j$ неустойчивы. $\mathrm{Im}(\Omega_j)$ определяет дисперсию скорости звука в среде. Для высокочастотных (по сравнению с характерным временем реакции τ_0)



Решение уравнения (2) в разные моменты времени при $M_1 = 0.006$, $M_2 = 0.016$, $M_3 = -1.1$, $M_4 = 0.05$ (начальные амплитуды гармоник $\tilde{h}_j = 10^{-5}$): пунктирная линия — решение в момент времени 8 ms; сплошная линия — установившееся решение в момент времени 1 s.

возмущений из соотношения (3) получим: $\Omega = -M_2\kappa^2 + i\kappa M_1$. В этом предельном случае химическая реакция не оказывает влияния на динамику возмущений: коротковолновые возмущения затухают благодаря диссипативным свойствам двухфазной среды, дисперсия отсутствует и скорость возмущений равна $C_{f0}(1 - M_1)$, что согласуется с известными результатами для двухфазных сред [3]. В случае низкочастотных возмущений ($\kappa^2 = O(\varepsilon)$) дисперсионное соотношение учитывает эффекты, связанные с химической реакцией: $\Omega = (M_4 - M_2)\kappa^2 + i\kappa(M_1 - M_4)$. Действительная и мнимая части инкремента могут изменять знаки в зависимости от соотношения различных механизмов. При выполнении критерия $M_4 > M_2$ бесконечно малые длинноволновые возмущения будут нарастать за счет тепловыделения реакции, превышающего диссипативные потери энергии. Скорость низкочастотных возмущений отличается от скорости звука в высокочастотном пределе на величину

M_4, при $M_4 > M_1$ возмущения распространяются со скоростью, превышающей C_{f0}. Соотношение (3) определяет волновое число наиболее быстро нарастающего возмущения $\kappa_*^2 = \sqrt{M_4/M_2} - 1$, а также критическое волнове число, разделяющее устойчивые и неустойчивые гармоники $\kappa_C^2 = M_4/M_2 - 1$. По мере повышения амплитуды неустойчивых возмущений возрастает роль нелинейных слагаемых в уравнении (2). Благодаря нелинейности энергия низкочастотных возмущений переносится в высокочастотную часть спектра. Линейная часть уравнения обеспечивает противоположный эффект: накачку длинноволновых и затухание коротковолновых возмущений. Установление решения происходит при достижении динамического баланса этих механизмов. Пример динамики решения с выходом на установившийся автоколебательный режим приведен на рисунке. Уравнение (2) было аппроксимировано конечными разностями (погрешность второго порядка по пространству и первого — по времени), использовалась неявная схема с периодическими граничными условиями. Сходимость контролировалась с помощью вариации шагов по пространству и времени [7]. В качестве начального условия задавался слабый случайный сигнал („шум“), описываемый суперпозицией гаромнических возмущений с одинаковой амплитудой $\tilde{h}_j$ и случайными фазами. Заданы следующие значения параметров: $\rho_0 = 1.3\,\text{kg/m}^3$, $C_{f0} = 330\,\text{m/s}$, $\gamma_0 = 1.4$, $c_{p0} = 10^3\,\text{J/kg}\cdot\text{K}$, $\chi_0 = 2\cdot 10^{-5}\,\text{m}^2\text{/s}$, $\nu_0 = 1.3\cdot 10^{-5}\,\text{m}^2\text{/s}$, $r_1 = 10^{-6}\,\text{m}$, $m_0 = 10^{12}\,\text{m}^{-3}$, $\rho_1 = 2.7\cdot 10^3\,\text{kg/m}^3$, $\chi_1 = 0.9\cdot 10^{-5}\,\text{m}^2\text{/s}$, $c_1 = 880\,\text{J/kg}\cdot\text{K}$, $\tau_0 = 10^{-5}\,\text{s}$, $D_0 = 0.1$.

Важно отметить, что наличие инертной дисперсной фазы, занимающей миллионную долю объема, обеспечивает тысячекратное повышение диссипации (при $m_0 = 0$ M_2 уменьшается до 10^{-5}), т.е. в конкретных условиях незначительное количество дисперсной фазы способно резко повысить устойчивость процесса, исключив возможность появления автоколебаний. Это означает, что использование газовзвесей позволяет значительно расширять пределы существования однородных режимов протекания реакции, предотвращая развитие нежелательных волновых (в том числе детонационных) режимов.

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ (АВЦП, проекты № 2.2.1.1/1269, 2.1.2/1270, ФЦП „Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России“) и РФФИ (проект № 10-08-01093-а).

Список литературы

[1] *Когарко С.М.* // ЖФТ. 1960. Т. 30. В. 1. С. 110–120.
[2] *Borisov A.A., Sharypov O.V.* // J. Fluid Mech. 1993. V. 257. P. 451–461.
[3] *Нигматулин Р.И.* Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1978. 336 с.
[4] *Карслоу Г., Егер Д.* Теплопроводность твердых тел. М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1964. 487 с.
[5] *Avdeev K.A., Frolov F.S., Frolov S.M.* // Pulsed and continuous detonation. P. 72.
[6] *Вильямс Ф.* Теория горения. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1971. 615 с.
[7] *Sahypov O.V., Anufriev I.S.* // Proc. 14th Workshop on Transport Phenomena in Two-Phase Flow. Bansko Resort, Bulgaria, July 21–26, 2010. P. 127.