

05.4

## **Потенциальная энергия системы сверхпроводящих колец, захвативших магнитные потоки, в поле силы тяжести**

© А.М. Бишаев, А.А. Буш, М.Б. Гавриков, К.Е. Каменцев,  
М.В. Козинцева, В.В. Савельев, А.С. Сигов

Московский государственный технический университет радиотехники,  
электроники и автоматики

E-mail: kozintseva@mirea.ru

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва

Поступило в Редакцию 3 мая 2012 г.

Исследуется возможность создания магнитной системы плазменной ловушки с левитирующими магнитными катушками. С этой целью в однородном поле силы тяжести в приближении тонких колец получена аналитическая зависимость потенциальной энергии системы и нескольких захвативших заданные потоки сверхпроводящих колец (причем одно из колец закреплено) от координат свободных колец. С помощью расчетов в системе Mathcad показано, что при определенных значениях параметров равновесные состояния такой системы существуют. В положениях, соответствующих рассчитанным значениям, экспериментально наблюдались устойчивые левитирующие состояния сверхпроводящего кольца в поле другого сверхпроводящего кольца. Полученные результаты свидетельствуют о возможности создания магнитной системы на основе левитирующего квадруполь.

В ловушках-галатеех [1,2], которые исследовались до настоящего времени, катушки, погруженные в плазму (так называемые „миксины“), конструктивно закреплены с помощью державок. В термоядерном реакторе миксины должны левитировать. Самой простой магнитной системой, обеспечивающей характерную для ловушек-галатей область нулевого магнитного поля, является квадруполь.

Для того чтобы обосновать возможность осуществления левитирующего квадруполь при использовании сверхпроводников [3], теоретически была рассмотрена задача о равновесии системы сверхпроводящих колец в однородном поле силы тяжести. Предполагалось, что радиус

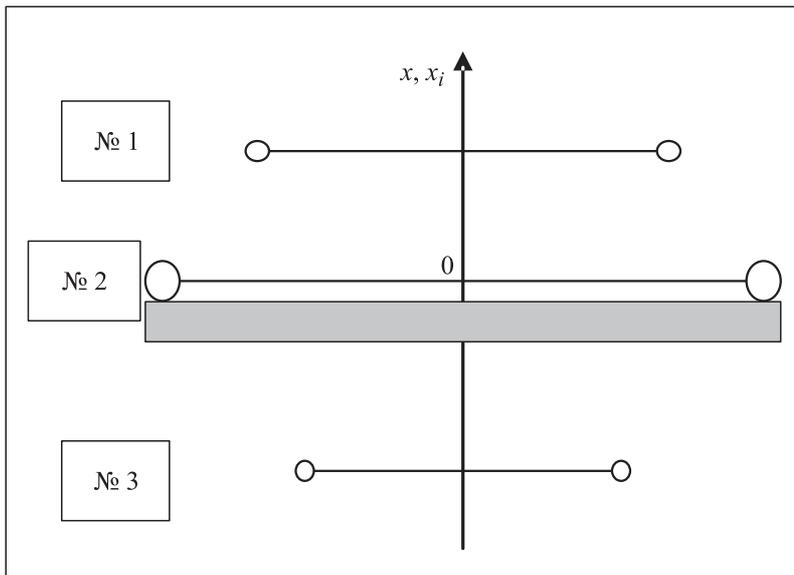


Рис. 1. Расположение сверхпроводящих колец.

сечения каждого из колец ( $a_k$ ) много меньше среднего радиуса соответствующего кольца ( $R_k$ ).

Пусть система состоит из двух или трех коаксиальных колец, лежащих в параллельных горизонтальных плоскостях, одно из которых закреплено (рис. 1). Координаты отсчитываются от закрепленного кольца. Кольца нумеруются сверху вниз.

Полагая, что потоки, захваченные сверхпроводящими кольцами, остаются постоянными, имеем [4]:

$$\sum_k L_{ik} J_k = \Phi_i = \text{const}, \quad L_{ik} = L_{ki}, \quad (1)$$

где  $\Phi_i$  — магнитный поток, захваченный  $i$ -м кольцом;  $L_{ik}$  — коэффициенты индукции;  $J_k$  — токи в кольцах. Используя формулы для коэффициентов самоиндукции и взаимной индукции колец (при  $a_k \ll R_k$ ) [4,5] и решив систему (1) относительно токов, мы получаем для них

выражения  $J_k(x)$  как функции координаты  $x$  свободного кольца (либо координат свободных колец). Тогда выражение для потенциальной энергии  $U(x)$  для двух сверхпроводящих колец, захвативших  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  соответственно, причем первое кольцо закреплено, а второе — свободно, в однородном поле силы тяжести примет вид [4]:

$$U(x) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^2 \Phi_k J_k(x) + m_2 g x, \quad (2)$$

где  $m_2$  — масса второго кольца.

Для трех сверхпроводящих колец, захвативших потоки  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$  и  $\Phi_3$  соответственно, причем первое кольцо закреплено, а второе и третье — свободны, формула для потенциальной энергии  $U(x_2, x_3)$  запишется в виде:

$$U(x_2, x_3) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 \Phi_k J_k(x_2, x_3) + m_2 g x_2 + m_3 g x_3, \quad (3)$$

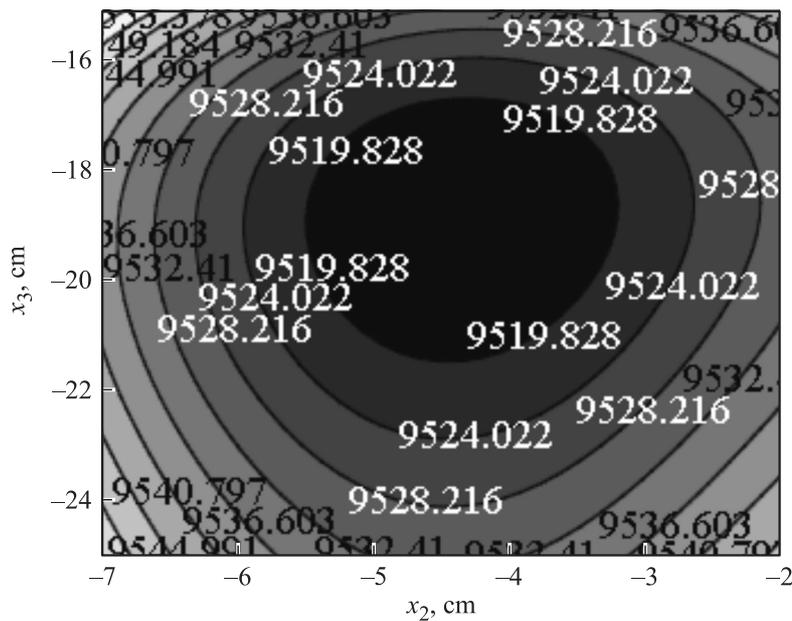
где  $m_2$  и  $m_3$  — масса второго и третьего кольца, а  $x_2, x_3$  — их координаты соответственно.

Аналогично запишутся выражения для  $U(x_i, k_k)$  для других вариантов конфигураций из двух или трех сверхпроводящих колец, захвативших заданные магнитные потоки.

Потенциальная энергия  $U$  данной конфигурации зависит от многих параметров, поэтому в предварительных исследованиях важно было ответить на вопрос о том, существует ли при каких-то значениях этих параметров локальный минимум потенциальной энергии.

Вычисления, выполненные в системе Mathcad на нескольких конкретных примерах, показали, что и для системы двух колец, одно из которых закреплено, а второе — свободно (для совпадающих и противоположных по знаку захваченных ими потоков), и для системы трех колец, одно из которых закреплено, а два других — свободны (для различных знаков захваченных ими потоков), существует равновесное состояние, устойчивое по отношению к вертикальным смещениям. В качестве примера на рис. 2 приводится имеющее локальный минимум распределение потенциальной энергии системы трех сверхпроводящих колец, захвативших магнитные потоки одного знака, от координат свободных колец.

В реальном эксперименте важно обеспечить устойчивость левитирующего состояния кольца по отношению к его смещениям в



**Рис. 2.** Зависимость потенциальной энергии системы трех сверхпроводящих колец в поле силы тяжести от координат свободных колец:  $R_1 = 15$  см,  $R_2 = 8$  см,  $R_3 = 15$  см,  $a_1 = 1$  см,  $a_2 = 1$  см,  $a_3 = 1$  см,  $\Phi_1 = 1 \cdot 10^{-1}$  Wb,  $\Phi_2 = 1.5 \cdot 10^{-2}$  Wb,  $\Phi_3 = 1 \cdot 10^{-2}$  Wb,  $m_2 = 0.5$  kg,  $m_3 = 0.1$  kg, верхнее кольцо (№ 1) закреплено.

горизонтальной плоскости и к его повороту вокруг произвольной горизонтальной оси. Поэтому в дополнение к расчетам, выполненным по формулам (1)–(3), необходимо экспериментально исследовать найденные по ним равновесные состояния на устойчивость указанного типа.

Для экспериментов по левитации были использованы образцы ВТСП<sup>1</sup> в форме колец, изготовленные из предварительно синтезированного порошка ВТСП фазы  $YBa_2Cu_3O_y$  с помощью метода MTG (melt textured growth). В таких образцах достижимы высокие критические токи с плотностью до  $j_c = (10^3 - 10^4)$  A/cm<sup>2</sup> при температуре  $T = 77$  К [6–8]. Внешние диаметры колец ВТСП были равны 31 и

<sup>1</sup> Высокотемпературная сверхпроводимость.

35 mm, внутренние — 15 и 16 mm, а их толщина составляла 3 и 8 mm соответственно.

Поиск левитирующих состояний колец ВТСП по соотношениям (1)–(3) предполагает, что известны значения магнитных потоков, которые способны захватить эти кольца. Захват потока кольцом ВТСП осуществлялся путем его охлаждения в магнитном поле соленоида до температуры жидкого азота. Затем поле выключалось, а захватившее магнитный поток кольцо перемещалось в экспериментальную ячейку для измерения магнитной индукции.

По значениям магнитной индукции, измеренным на высоте 1 mm от поверхности колец, были рассчитаны магнитные потоки, захваченные кольцами ВТСП при различных токах в витках намагничивающего соленоида. Магнитный поток, захваченный кольцом ВТСП  $\varnothing 35$  mm, возрастает пропорционально увеличению силы тока в витках соленоида и достигает максимального значения  $6.55 \cdot 10^{-5}$  Wb при токе 50 A в его витках. Аналогично магнитный поток, захваченный кольцом ВТСП  $\varnothing 31$  mm, возрастает пропорционально увеличению силы тока в витках соленоида и достигает максимального значения<sup>2</sup>  $3.18 \cdot 10^{-5}$  Wb при токе 50 A в его витках.

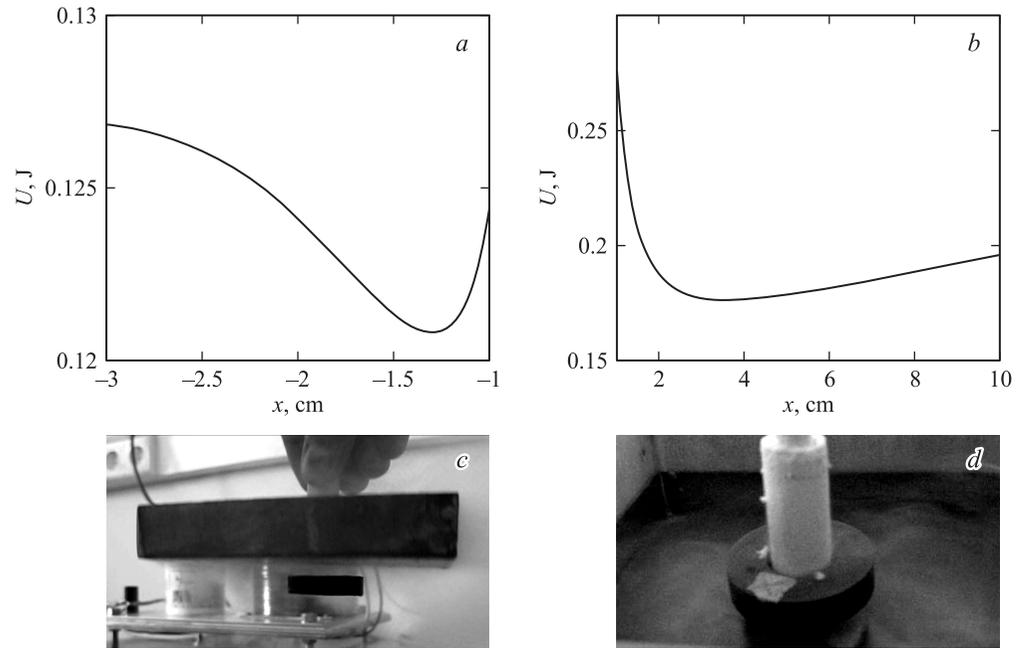
Для колец ВТСП, отобранных для проведения эксперимента, с помощью расчетов потенциальной энергии их магнитного взаимодействия в однородном поле силы тяжести были найдены значения захваченных ими потоков в пределах экспериментально измеренного интервала их значений, при которых одно кольцо левитирует в поле другого, и для захваченных потоков одного знака (рис. 3, *a*), и для захваченных потоков разного знака (рис. 3, *b*).

Заметим, что размеры реальных колец ВТСП, использованных при проведении экспериментов, не удовлетворяли предположению, сделанному при выводе формул для коэффициентов самоиндукции колец: радиус сечения каждого из колец ( $a_k$ ) был лишь в несколько раз меньше среднего радиуса соответствующего кольца ( $R_k$ ), а не много меньше, как предполагалось. Поэтому найденные из расчетов координаты их равновесных состояний могут отличаться от тех, которые реализуются экспериментально.

Существование равновесных состояний любой пары из данных колец ВТСП для захваченных потоков одного и того же либо противопо-

---

<sup>2</sup> Заметим, что каждое из приведенных выше значений потока является заниженным, поскольку часть силовых линий замыкается вне области интегрирования.



**Рис. 3.** Поиск равновесных состояний системы двух колец ВТСП  $\varnothing 35$  mm (верхнее закреплено) в однородном поле силы тяжести для захваченных потоков одного знака (*a, c*):  $\Phi_1 = 2.57 \cdot 10^{-5}$  Wb,  $\Phi_2 = 6.55 \cdot 10^{-5}$  Wb,  $m_2 = 40$  g, и системы двух колец ВТСП  $\varnothing 35$  mm и  $\varnothing 31$  mm (нижнее  $\varnothing 31$  mm закреплено) для захваченных потоков разного знака (*b, d*):  $\Phi_1 = -6.55 \cdot 10^{-5}$  Wb,  $\Phi_2 = 3.18 \cdot 10^{-5}$  Wb;  $m_1 = 40$  g. Зависимость потенциальной энергии системы от координаты свободного кольца (*a, b*); устойчивое левитирующее состояние миксины ВТСП в поле поддерживающего кольца ВТСП (последнее: *c* — в верхнем контейнере, *d* — на дне контейнера).

ложного знака, найденных с помощью расчетов, было подтверждено экспериментально. При захвате кольцами потоков одного знака левитирующее состояние кольца-миксины ВТСП в поле закрепленного и расположенного сверх кольца ВТСП (рис. 3, *c*) оказалось устойчивым по отношению к вертикальным смещениям, к горизонтальным смещениям и к повороту вокруг горизонтальной оси. При захвате кольцами потоков разного знака найденные равновесные состояния кольца-миксины ВТСП были устойчивы по отношению к вертикальным смещениям, однако их устойчивость по отношению к повороту вокруг горизонтальной оси наблюдалась лишь для некоторых значений захваченных потоков (рис. 3, *d*).

Полученные результаты свидетельствуют о возможности создания магнитной системы с несколькими левитирующими катушками [9].

Работа выполнена в рамках реализации ФЦП „Научные и научно-педагогические кадры инновационной России“ на 2009–2013 годы и при частичной поддержке РФФИ (грант № 12-01-00071).

## Список литературы

- [1] Морозов А.И., Бугрова А.И., Бишаев А.М., Козинцева М.В., Лунатов А.С., Васильев В.И., Струнников В.М // Физика плазмы. 2006. Т. 32. С. 195–206.
- [2] Морозов А.И., Бугрова А.И., Бишаев А.М., Козинцева М.В., Лунатов А.С. // ЖТФ. 2007. Т. 77. В. 12. С. 15–20.
- [3] Bishaev A.M., Bush A.A., Gladyshev I.V., Kamentsev K.Y., Kozintseva M.V. // Problems of Atomic Science and Technology. 2011. N 1. Series: Plasma Physics (17). P. 35–37.
- [4] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 8. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. С. 171, 257.
- [5] Смайт В. Электростатика и электродинамика. М.: ИЛЛ, 1954. С. 306.
- [6] Vanderbemden Ph., Cloots R., Ausloos M. // IEEE Trans. Appl. Supercond. 1999. V. 9. N 02. P. 2308–2311.
- [7] Полуценко О.Л., Матвеев В.А., Нижельский Н.А. и др. // Физика и химия обработки материалов. 2003. № 1. С. 77–82.
- [8] Krabbes G., Fuchs G., Canders W.-R. et al. High Temperature Superconductor Bulk Materials. Wiley-VCH Verlag GmbH&Co. KGaA, Weinheim, FGR. 2006. 299 p.
- [9] Бишаев А.М., Буш А.А., Козинцева М.В. и др. Устройство левитирующего квадруполя. Патент РФ № 107656, 2011.