

03.1

Влияние размера локального источника тепла на деформации поверхности тонкой пленки жидкости, движущейся под действием потока газа в мини-канале

© Ю.О. Кабова

Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск
E-mail: kabova@itp.nsc.ru

Поступило в Редакцию 2 апреля 2013 г.

В результате численного исследования обнаружен эффект влияния ширины нагревателя на характер течения и экстремальные значения толщины тонкой пленки жидкости, движущейся в горизонтальном мини-канале под действием потока газа. Показано существование критических значений ширины нагревателя. Установлено влияние значения величины числа Рейнольдса жидкости на рассматриваемые процессы.

Изучение динамики и деформаций тонких неизотермических пленок жидкости продолжает оставаться актуальной задачей и необходимо для разработки перспективных методов охлаждения нагреваемых поверхностей в мини-системах. Взаимодействие различных механизмов, оказывающих влияние на движение неоднородно нагретой пленки жидкости, интенсивно изучается аналитически, экспериментально и численно [1,2]. Исследования показывают, что динамика таких пленок весьма сложна и характеризуется такими явлениями, как развитие нелинейных волн, формирование сухих пятен и регулярных трехмерных структур. Целью данной работы является определить особенности динамики и течения тонкой пленки жидкости в мини-канале при изменении размера локального нагревателя на подложке.

Рассматривается движение, под действием спутного потока газа, пленки вязкой несжимаемой жидкости по плоской поверхности горизонтального мини-канала. Выберем систему декартовых координат x, y, z так, что ось Oz ортогональна к подложке, а ось Ox направлена

в сторону движения жидкости. Пусть жидкость занимает область $\Omega = \{(x, y, z) : -\infty, x, y < \infty, 0 < z < H(t, x, y)\}$, где H — толщина пленки. На подложке расположен нагреватель шириной B и длиной по потоку L , с центром в начале координат. Движение пленки жидкости описывается уравнениями Навье–Стокса и переноса энергии, условия теплового баланса на подложке и на поверхности раздела газ–жидкость имеют вид: $kT_z = -q$ при $z = 0$ и $k\partial T/\partial n + b_2(T - T_2) = 0$ при $z = H$. Здесь k — коэффициент теплопроводности, b_2 — коэффициент теплообмена, q — задаваемый тепловой поток. T — температура жидкости, T_2 — температура внешней среды, в некотором удалении от соответствующих поверхностей раздела, T_0 — начальная температура жидкости, ρ — плотность жидкости, \mathbf{n} — орт нормального вектора. T_z — дифференцирование по z . Полагается, что газ создает дополнительное касательное напряжение на границе раздела $\boldsymbol{\tau} = (\tau, 0, 0)$, а также градиент давления по потоку жидкости. Динамический коэффициент вязкости μ и коэффициент поверхностного натяжения σ зависят от температуры следующим образом: $\mu = \mu(T)$, $\sigma(T) = \sigma_0 - \sigma_T(T - T_0)$, σ_0 , $\sigma_T = \text{const} > 0$. Постановка задачи и вывод уравнений тонкого слоя (3)–(4) для безразмерных толщины h и температуры θ пленки жидкости подробно описаны в [3]. Начальные данные задачи находятся из точного решения задачи изотермического совместного течения в канале с прямолинейными линиями тока. А именно, учитывая, что $\text{Re} = Q\rho/\mu$, $\text{Re}_g = Q_g\rho_g/\mu_g$, получены следующие формулы для определения начальной толщины пленки H_0 , скачка давления λ и касательного напряжения τ :

$$Q = -A_1 \frac{H_0^3}{6} + B_1 \frac{H_0^2}{2},$$

$$Q_g = -A_2 \frac{d^3 - H_0^3}{6} + B_2 \frac{d^2 - H_0^2}{2} + C_2(d - H_0), \quad (1)$$

где

$$A_1 = \frac{\lambda + \rho g \sin \alpha}{\mu},$$

$$B_1 = \frac{A_1 \mu_g H_0^2 + A_2 \mu_g (d^2 - H_0^2) + 2(A_2 \mu - A_2 \mu_g) H_0 (d - H_0)}{2[\mu(d - H_0) + \mu_g H_0]},$$

$$A_2 = \frac{\lambda}{\mu_g},$$

$$B_2 = \frac{A_1\mu H_0^2 + A_2\mu(d^2 - H_0^2) - 2(A_1\mu - A_2\mu_g)H_0^2}{2[\mu(d - H_0) + \mu_g H_0]},$$

$$C_2 = A_2 \frac{d^2}{2} - B_2 d,$$

$$\tau = \mu_g \left(-\frac{\lambda H_0}{\mu_g} + \frac{A_2\mu H_0^2 + A_2\mu(d^2 - H_0^2) - 2(A_1\mu - A_2\mu_g)H_0^2}{2[\mu(d - H_0) + \mu_g H_0]} \right). \quad (2)$$

Здесь μ_g — динамический коэффициент вязкости газа и d — высота канала. Положим также, что жидкость не оказывает влияния на газовую фазу.

В задаче делается замена переменных: вместо координаты z и компонент вектора скорости $\mathbf{v} = (u, v, w)$ используются координата $\xi = z/H(t, x, y)$ и модифицированные компоненты вектора скорости $u^1 = uH$, $v^1 = vH$, $w^1 = W - u\xi H_x - v\xi H_y$. Тогда уравнения движения записываются в полосе $0 < \xi < 1$, $-\infty < x, y < \infty$, что приводит к упрощению задачи: область пространственных переменных становится не зависящей от времени и имеющей плоскую свободную границу; уравнение неразрывности сохраняет свой вид, а кинематическое условие упрощается и становится линейным. Для приведения поставленной задачи к безразмерному виду задаются масштабы размерных величин — интенсивности нагрева, скорости жидкости и продольной длины: $Q = \sup_{t,x,y} \frac{q}{k}$, $U = \frac{\mu_0}{\rho H_0}$, $l = \left(\frac{\sigma_0 H_0^2}{\rho U^2} \right)^{1/3}$. Здесь $\mu_0 = \mu(T_0)$. Далее, считая, что имеет место приближение тонкого слоя, при котором $\varepsilon = H_0/l \ll 1$, уравнения тонкого слоя для толщины пленки и температуры $h(t, x, y)$, $\theta(t, x, y, \xi)$ записываются в следующем виде:

$$h_1 + [h^3 \varphi(\Delta h - Ah + Cx)_x + Mah^2 \gamma \tilde{\theta}_x - h^2 - \gamma \tau]_x + [h^3 \varphi(\Delta h - Ah)_y + Mah^2 \gamma \tilde{\theta}_y]_y = 0, \quad (3)$$

$$Dh [h\theta_t + u\theta_x + v\theta_y + (w - \xi w|_{\xi=1})\theta_\xi] = \varepsilon^2 h^2 \Delta \theta + [1 + \varepsilon^2 \xi^2 (h_x^2 + h_y^2)] \theta_{\xi\xi} - 2\xi \varepsilon^2 h (h_x \theta_{x\xi} + h_y \theta_{y\xi}) + \varepsilon^2 \xi^2 [2(h_x^2 + h_y^2) - h\Delta h] \theta_\xi. \quad (4)$$

Здесь соответственно

$$F = \int_0^{\xi} \frac{1 - \zeta}{\mu(\theta(t, x, y, \zeta))} d\zeta, \quad G = \int_0^{\xi} \frac{1}{\mu(\theta(t, x, y, \zeta))} d\zeta,$$

$$\Phi = \int_0^{\xi} F(t, x, y, \zeta) d\zeta, \quad \Gamma = \int_0^{\xi} G(t, x, y, \zeta) d\zeta, \quad \varphi = \Phi|_{\xi=1}, \quad \gamma = \Gamma|_{\xi=1}.$$

Таким образом, функции u , v , w , φ , γ определяются с помощью явных формул. Безразмерные критерии подобия A , C , D , Ma , Bi_2 задаются формулами

$$A = \frac{g \sin \alpha H_0^3}{U^2 l^2} + \frac{\lambda}{\rho U^2}, \quad C = \frac{g H_0^2 \cos \alpha}{U^2 l},$$

$$D = \frac{H_0 \mu_0 c_p}{lk}, \quad Ma = \frac{\sigma_T Q H_0^2}{\mu_0 U l}, \quad Bi_2 = \frac{b_2 H_0}{k}.$$

Числа A , C задают вклад в градиент давления его гидростатических (продольной и поперечной) составляющих, Ma является модифицированным числом Марангони, задающим вклад термокапиллярных сил, действующих на поверхности неоднородно нагретой пленки. Число D является отношением порядков интенсивностей кондуктивных и конвективных потоков тепла в пленке. Теплоотдача с поверхности пленки жидкости учитывается с помощью числа Био Bi_2 . В уравнении переноса тепла удерживаются все члены, в том числе и неперяточные, потому что полное уравнение (4) имеет параболический тип, а упрощенное станет ультрапараболическим, и построить его решение, в том числе и численное, будет гораздо труднее. Полагаем, что в начальный момент времени распределение температуры однородно и пленка невозмущенная, а для других значений времени, при удалении от места нагрева, все возмущения затухают. Уравнения решались численно методом конечных разностей с помощью метода расщепления по пространственным переменным путем введения дробных шагов. Угол наклона канала к горизонту брался равным 0, движущий газ — азот, материальные постоянные жидкости и функции $\mu(T)$, $\sigma(T)$ соответствовали диэлектрической жидкости FC-72, при том, что $T_2 = T_0 = 20^\circ\text{C}$.

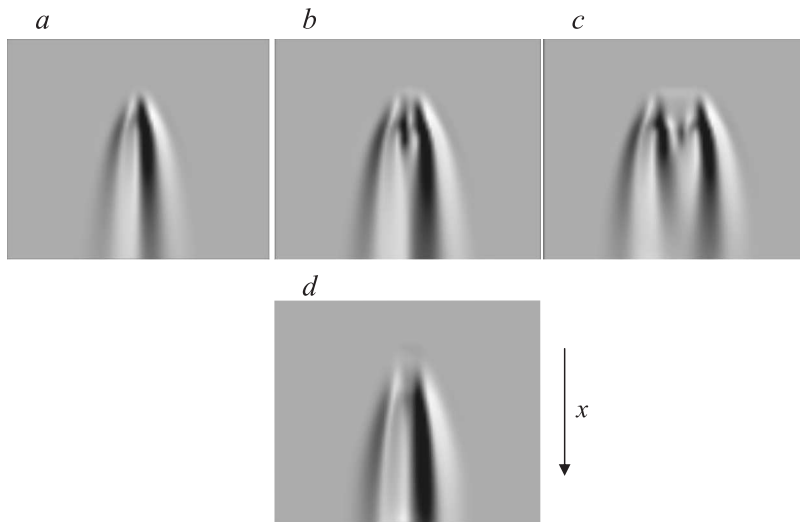


Рис. 1. Термокапиллярные деформации поверхности пленки при различных значениях ширины нагревателя на подложке (вид сверху): *a* — $B = 1.52$ mm, $Re = 5$; *b* — $B = 5.19$ mm, $Re = 5$; *c* — $B = 12.95$ mm, $Re = 5$; *d* — $B = 5.19$ mm, $Re = 10$.

А именно: плотность $\rho = 1687.8 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, поверхностное натяжение $\sigma_0 = 12.569 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$, изменение поверхностного натяжения с температурой $\sigma_T = 0.122 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, теплопроводность $k = 0.057951 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, теплоемкость $c_p = 1044.2462 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. Для вычисления динамического коэффициента вязкости использовалась следующая полиномиальная зависимость:

$$\begin{aligned} \mu(T_1) = & (1.01202 \cdot 10^{-3} - 1.83076 \cdot 10^{-5} T_1 + 2.03928 \cdot 10^{-7} T_1^2 \\ & + 5.48397 \cdot 10^{-10} T_1^3 + 5.39932 \cdot 10^{-11} T_1^4 - 1.59905 \cdot 10^{-12} T_1^5 \\ & - 1.11789 \cdot 10^{-14} T_1^6) \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \text{ s}^{-1}. \end{aligned}$$

Здесь $T_1 = T[T] + T_0$ — температура жидкости, где $[T] = \frac{ql_x}{Re c_p \mu}$, здесь $S = l_x l_y$ — площадь поверхности нагревателя, а Sq — количество тепла,

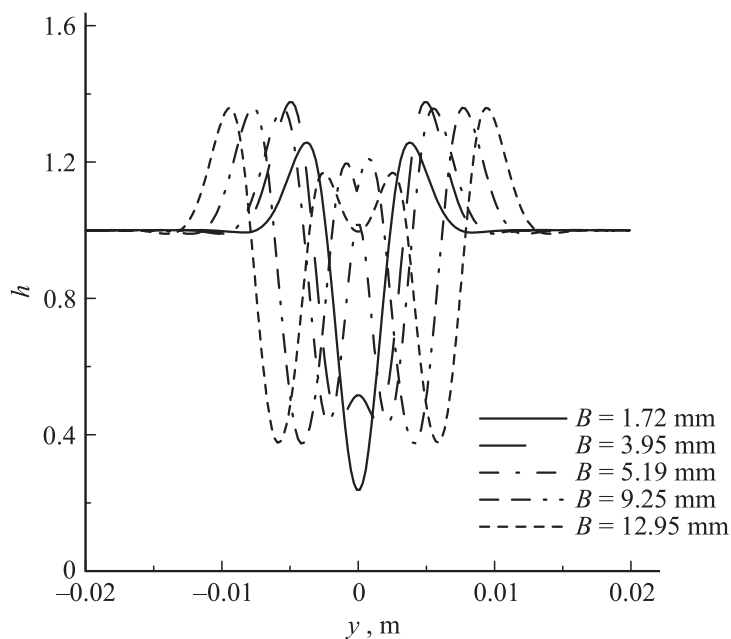


Рис. 2. Положение свободной границы пленки в направлении поперек потока при $x = 5.46$ mm (край нагревателя вниз по потоку) для различных значений ширины нагревателя, $Re = 5$.

которое рассеивается в жидкость. Число Био Bi_2 считается равным 1 во всех расчетах, тогда коэффициент теплообмена на границе раздела газ–жидкость b_2 соответствует случаю испарения неподвижного слоя жидкости в чистый пар ($b_2 = k/H_0$, следовательно $Bi_2 = b_2 H_0/k = 1$). Расчеты проводились для прямоугольного нагревателя различной ширины поперек потока B от 1.52 до 12.95 mm и постоянной длины по потоку L , равной 10.92 mm. Тепловой поток q равен 0.5 W/cm^2 , высота канала составляет 1.4 mm, число Рейнольдса газа Re_{gas} равно 300, число Рейнольдса жидкости Re бралось равным 5, что соответствует начальной толщине пленки, равной $103.86 \mu\text{m}$ или 10, при этом начальная толщина пленки равна $140.37 \mu\text{m}$. Рассчитывались поля температуры и скоростей, а также положение свободной поверхности

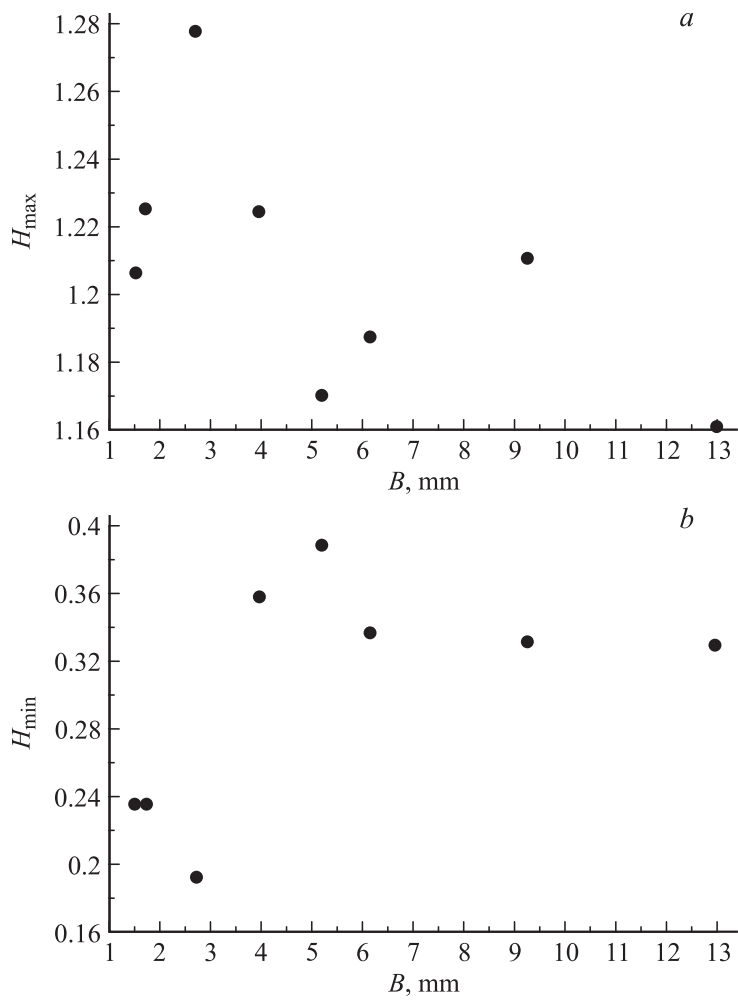


Рис. 3. Толщина пленки в районе нагревателя при различных значениях ширины нагревателя на подложке (B), $Re = 5$: a — максимальная, b — минимальная.

пленки. Обнаружено, что размер нагревателя существенно влияет на трехмерные термокапиллярные деформации поверхности пленки, изменяя характер ее течения. На рис. 1, *a–c* приведена картина развития термокапиллярных деформаций после включения нагрева. Можно заметить, что имеет место сложное взаимодействие возникающих поверхностных структур (валиков, стекающих струй, утончений пленки). Особый интерес вызывает наименьшая достигаемая толщина, сильные утончения создают предпосылки для разрыва пленок. Как видно (рис. 2), при значениях B менее некоторого критического значения между двумя основными боковыми волнами исчезает срединная струя, тем самым меняется положение точки максимального утончения пленки. В общем, локализация наибольшей достигаемой температуры вполне предсказуема: она имеет место на нижней части нагревателя, вблизи центральной оси. Однако при росте ширины нагревателя максимум смещается от центра к его краям, что может быть возможным объяснением изменения характера деформаций. Кроме того, показано, что максимальная и минимальная толщины пленки в области нагревателя, существенно зависят от размера нагревателя. Обнаружено существование по крайней мере двух критических значений ширины нагревателя. Существует некое значение B , после достижения которого дальнейшее уменьшение ширины существенно влияет на деформации поверхности пленки, которые значительно усиливаются. Затем наблюдается следующее критическое значение, после достижения которого деформации уменьшаются. Деформации наиболее существенны, когда значение B находится между данными критическими точками. При ширине нагревателя, сравнимой с его длиной, срединная струя, находящаяся между двумя основными боковыми волнами, становится нестабильной и разделяется надвое (рис. 2). Влияние изменения ширины нагревателя на максимальную и минимальную толщины пленки в районе нагревателя при достаточно больших значениях B не столь существенно, но начинает значительно возрастать при достижении B некоторых критических значений (рис. 3, *a, b*). Видно, что утончения пленки значительнее, чем ее утолщения. При увеличении числа Рейнольдса деформации пленки существенно уменьшаются и структуры сжимаются в направлении поперек потока. Критическое значение ширины нагревателя, при котором исчезает срединная струя и точки максимума температуры на подложке сдвигаются от краев нагревателя к его центру, уменьшается (рис. 1, *d*),

что может являться возможным объяснением изменения характера течения пленки.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках ФЦП ГК 14.740.11.1070.

Список литературы

- [1] Кабов О.А., Кузнецов В.В., Марчук И.В., Пухначев В.В., Чиннов Е.А. // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. 2001. № 9. С. 84–90.
- [2] Кабов О.А. // J. Emerging Multidisciplinary Fluid Sciences. 2010. V. 2 (2–3). P. 87–121.
- [3] Kabova Yu.O., Kuznetsov V. V., Kabov O.A. // Microgravity Science and Technology. 2011. V. 23 (1). P. 105–112.