11

Присоединенные волны как волны, создаваемые распределенным источником бегущей волны

© *А.С. Раевский, С.Б. Раевский*

Нижегородский государственный технический университет
им. Р.Е. Алексеева (НГТУ), Нижний Новгород
E-mail: raevsky@nntu.nnov.ru

Поступило в Редакцию 7 июня 2013 г.

Рассматриваются волны двухслойной изотропной направляющей структуры, описываемые краевой задачей на присоединенном уравнении Гельмгольца. Показывается, что такие волны возбуждаются источником типа антенны бегущей волны и реально существуют в диапазоне частот, будучи „привязанными" к этому источнику.

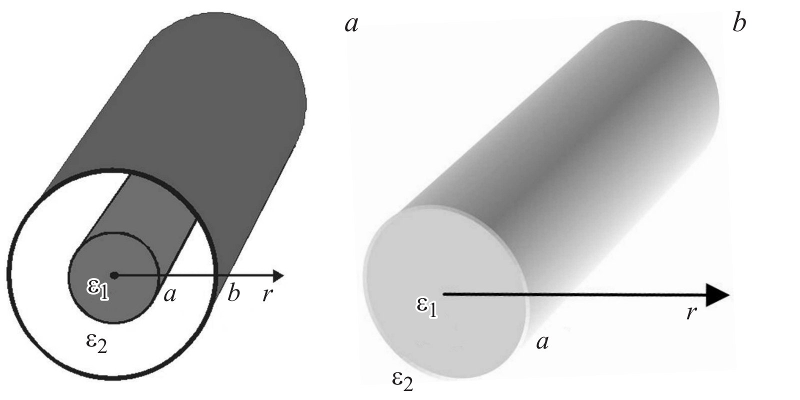
Рассматриваем двухслойную изотропную цилиндрическую направляющую структуру. Это может быть двухслойный экранированный волновод (см. рисунок, a), или круглый открытый диэлектрический волновод (ДВ, рисунок, b). Собственные волны таких волноводов (а в открытых ДВ — и несобственные) описываются [1] краевыми задачами на однородном уравнении Гельмгольца относительно продольных компонент векторов Герца

$$\frac{\partial^2\Pi_z^{e,m}}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\Pi_z^{e,m}}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\Pi_z^{e,m}}{\partial\varphi^2}+\frac{\partial^2\Pi_z^{e,m}}{\partial z^2}+\varepsilon\mu\omega^2\Pi_z^{e,m}=0, \qquad (1)$$

где оба вектора Герца (электрический и магнитный) совместно используются для описания гибридных волн, имеющих угловую зависимость поля, по одному вектору Герца берется для описания симметричных волн.

Уравнение вида

$$\frac{\partial^2\Pi_z^{e,m}}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\Pi_z^{e,m}}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\Pi_z^{e,m}}{\partial\varphi^2}+\frac{\partial^2\Pi_z^{e,m}}{\partial z^2}+\varepsilon\mu\omega^2\Pi_z^{e,m}=J_n(\alpha r)\cos n\varphi e^{-i\beta z} \qquad (2)$$



Двухслойный экранированный волновод (a); круглый открытый диэлектрический волновод (b).

будем называть уравнением, присоединенным к уравнению (1) (присоединенным уравнением Гельмгольца). Его решения будем квалифицировать как присоединенные функции [2]. Объединение систем собственных и присоединенных функций называют [3] системой краевых функций. В [2,3] присоединенные функции рассматриваются как решения одномерных краевых задач. Присоединенные функции в предлагаемом случае являются решениями трехмерной краевой задачи.

В уравнении (2) α и β — поперечное и продольное волновые числа соответственно, связанные соотношением $\varepsilon\mu\omega^2 = \alpha^2 + \beta^2$; $J_n(\alpha r)$ — функция Бесселя. Запись правой части в уравнении (2) соответствует внутренней области рассматриваемых направляющих структур. Во внешней области экранированного волновода функция Бесселя заменяется на линейные комбинации функций Бесселя и Неймана, удовлетворяющие задачам Дирихле и Неймана, во внешней области ДВ — на функцию Ханкеля 2-го рода.

Решение уравнения (2) во внутренних областях рассматриваемых структур может быть записано [4] в виде

$$\Pi_z^{e,m} = \left[C_n^{e,m} J_n(\alpha_1 r) + D_n^{e,m}\left(-\frac{iz}{2\beta}\right) J_n(\alpha_1 r) + \rho(\alpha_1 r)\right] \begin{Bmatrix} \cos n\varphi \\ \sin n\varphi \end{Bmatrix} e^{-i\beta z}, \tag{3}$$

где $C_n^{e,m}$ и $D_n^{e,m}$ — произвольные коэффициенты; $\rho(\alpha_1, r)$ — частное решение присоединенного уравнения Бесселя

$$\rho''(\alpha_1 r) + \frac{1}{r}\rho'(\alpha_1, r) + \left(\alpha_1^2 - \frac{n^2}{r^2}\right)\rho(\alpha_1 r) = A_n J_n(\alpha_1 r). \tag{4}$$

Во внешних областях рассматриваемых направляющих структур решения присоединенных уравнений Гельмгольца (2) записываются в виде

$$\Pi_z^{e,m} = \left[C_n^{e,m} R_n^{e,m}(\alpha_2 r) + D_n^{e,m}\left(-\frac{iz}{2\beta}\right) R_n^{e,m}(\alpha_2 r) + \rho^{e,m}(\alpha_2 r)\right]$$
$$\times \begin{Bmatrix} \cos n\varphi \\ \sin n\varphi \end{Bmatrix} e^{-i\beta z}, \tag{5}$$

где

$$R_n^e(\alpha_2 r) = \frac{J_n(\alpha_2 r)Y_n(\alpha_2 b) - J_n(\alpha_2 b)Y_n(\alpha_2 r)}{J_n(\alpha_2 a)Y_n(\alpha_2 b) - J_n(\alpha_2 b)Y_n Y_n(\alpha_2 a)},$$
$$R_n^m(\alpha_2 r) = \frac{J_n(\alpha_2 r)Y_n'(\alpha_2 b) - J_n'(\alpha_2 b)Y_n(\alpha_2 r)}{J_n(\alpha_2 a)Y_n'(\alpha_2 b) - J_n'(\alpha_2 b)Y_n(\alpha_2 a)},$$

в круглом двухслойном экранированном волноводе (см. рисунок, a); $R_n^e(\alpha_2 r) = R_n^m(\alpha_2 r) = H_n^{(2)}(\alpha_2 r)$ в открытом ДВ (см. рисунок, b); $J_n(\alpha_{1,2} r)$ и $Y_n(\alpha_{1,2} r)$ — цилиндрические функции 1-го и 2-го рода; $H_n^{(2)}(\alpha_2 r)$ — функция Ханкеля 2-го рода.

Функции $\rho^{e,m}(\alpha_2 r)$ в (5), в отличие от (4), удовлетворяют уравнениям

$$\rho''(\alpha_2 r) + \frac{1}{r}\rho'(\alpha_2 r) + \left(\alpha_2^2 - \frac{n^2}{r^2}\right)\rho(\alpha_2 r) = A_n R_n^{e,m}(\alpha_2 r). \tag{6}$$

Векторы Герца, представленные в виде (3), (5), описывают [4,5] присоединенные волны круглых двухслойного экранированного волновода и открытого ДВ. При условии

$$A_n - D_n = 1 \tag{7}$$

векторы Герца, как нетрудно убедиться простой подстановкой, удовлетворяют неоднородному уравнению Гельмгольца, которое в этом случае можно рассматривать как уравнение, описывающее присоединенные волны, возбуждаемые распределенным источником, представляемым функциями

$$f_1 = J_n(\alpha_1 r)e^{-i\beta z} \tag{8}$$

во внутренней области направляющей структуры и

$$f_2 = R_n^{e,m}(\alpha_2 r)e^{-i\beta z} \tag{9}$$

во внешней области.

Поскольку волновые числа, входящие в (8), (9), являются решениями дисперсионной задачи для присоединенных волн [4,5], последние можно рассматривать как решения самосогласованной задачи, в которой функции источника (8), (9), стоящие в правых частях присоединенных уравнений Гельмгольца, испытывают обратное влияние со стороны возбужденного им поля. Таким образом, можно сделать вывод, что присоединенные волны, подобно комплексному резонансу [1,6–8], существуют в диапазоне частот лишь при наличии источника вида бегущей волны, являются связанными с этим источником, и лишь в одной точке жордановой кратности волновых чисел нормальных волн, в которой возникают комплексные волны [1,6,7], могут существовать как собственные волны [4,5] направляющей структуры. В этой точке, как показано в [5], должно выполняться условие $D_n = 1$, в результате чего решение вида (3) удовлетворяет однородному уравнению Гельмгольца. При этом, как отмечено выше, функции $\rho(\alpha_{1,2} r)$ имеют вид, зависящий от области направляющей структуры.

Самосогласованная задача для волноводов в таком виде, по-видимому, предлагается впервые. Самосогласованность ее заключается в том, что функции источника $f_{1,2}$ содержат в себе значения волновых чисел, входящих в замкнутую дисперсионную задачу, составляемую [4,5] с учетом правых частей присоединенного уравнения Гельмгольца. Волновые числа, в общем случае, являются комплексными величинами, потому что бегущая волна источника, вводимая в волновод, перекачивает свою энергию в присоединенную волну, обеспечивая линейное нарастание ее амплитуды.

Список литературы

[1] *Веселов Г.И., Раевский С.Б.* Слоистые металло-диэлектрические волноводы. М.: Радио и связь, 1988. 247 с.
[2] *Наймарк М.А.* Линейные дифференциальные операторы. М.: Наука, 1969. 526 с.
[3] *Ильин В.А.* // Соросовский образовательный журнал. 1998. № 4. С. 102–108.
[4] *Малахов В.А., Раевский А.С., Раевский С.Б.* // Письма в ЖТФ. 2011. В. 2. С. 71–79.
[5] *Malakhov V.A., Raevskii A. S., Raevskii S.B.* // International J. Electromagnetics and Applications. 2012. V. 2. N 5. P. 114–119.
[6] *Иванов А.Е., Раевский С.Б.* // Радиотехника и электроника. 1991. Т. 36. № 8. С. 1463–1468.
[7] *Раевский А.С., Раевский С.Б.* Неоднородные направляющие структуры, описываемые несамосопряженными операторами. М.: Радиотехника, 2004. 110 с.
[8] *Раевский А.С., Раевский С.Б.* Комплексные волны. М.: Радиотехника, 2010. 224 с.