1993 ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА Том 35, № 1
1993 SOLID STATE PHYSICS Vol. 35, N 1

УДК 538.65.001

КАЛИБРОВОЧНАЯ ТЕОРИЯ МАГНИТОУПРУГИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В АНТИФЕРРОМАГНЕТИКАХ. ВЛИЯНИЕ ДИСЛОКАЦИЙ НА ОРИЕНТАЦИОННЫЕ ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ

В. В. Меньшенин

Описание упругой среды с непрерывно распределенными дислокациями и дисклинациями на основе теории калибровочных полей обобщено на случай магнитоупругой среды с антиферромагнитным упорядочением. Исследовано влияние дислокаций на квазиферро- и квазифононную моды колебаний в ортоферрите $TmFeO_3$, рассмотренном как двухподрешеточный антиферромагнетик. Это влияние приводит к возрастанию энергетической щели квазиферромоды вблизи ориентационного фазового перехода и понижению при малых волновых векторах частоты квазиакустической волны.

Влияние непрерывно распределенных дефектов кристаллической решетки, таких как дислокации, на динамику магнитной подсистемы магнетиков теоретически изучено мало. Связано это с тем, что традиционный подход к макроскопическому описанию магнитоупругих (МУ) явлений, основанный на разложении свободной энергии магнитоупорядоченной среды в ряд инвариантам-комбинациям динамических переменных, не меняющихся относительно вращений тела как целого [1], при наличии большого числа дислокаций успеха не имел. С появлением калибровочной теории дислокаций и дисклинаций [2] имеется возможность последовательно построить макроскопическую динамику решетки, дислокаций, а также магнитной подсистемы среды и принять во внимание взаимодействие между ними. В этом случае в отличие от обычной теории магнитоупругих взаимодействий потенциальная энергия магнетика записывается инвариантной относительно локальных совместных вращений магнитных моментов и решетки. Возникающие при этом калибровочные поля связаны с дефектами кристаллической решетки, такими как дислокации и дисклинации [2], а также с дисклинациями в спиновой подсистеме магнетика [3].

Настоящая работа преследует две цели. Во-первых, записать динамические уравнения для смещений точек среды, магнитных моментов, а также калибровочных полей с учетом их взаимодействия в двухподрешеточном антиферромагнетике. Уравнения будут получены вариационным методом при условии сохранения магнитных моментов подрешеток. Во-вторых, рассмотреть влияние дефектов решетки типа дислокаций на динамику спинов, а также на связанные МУ волны вблизи ориентационных фазовых переходов в ортоферритах.

1. Лагранжиан двухподрешеточного антиферромагнетика

Следуя схеме построения теории, предложенной в [2], запишем лагранжиан среды, инвариантный относительно неоднородных (т. е. зависящих от координат) пространственных вращений и трансляций. Для этого необходимо ввести ковариантные производные для эйлеровых координат x и магнитных моментов единицы массы подрешеток $\boldsymbol{\mu}_{(p)}$ ($p=1,\ 2$). Ковариантная производная для x получена в [2] и имеет вид

$$D_j x^i = \frac{\partial x^i}{\partial a^j} + \gamma^{\prime}_{\alpha k} V^{\alpha}_j x^k = \varphi^i_j \quad (i,\ j = 1,\ 2,\ 3), \tag{1}$$

где a — лагранжевы координаты; $\boldsymbol{\gamma}_\alpha$ — генераторы группы вращений $SO\,(3)$; V^α_j и φ^i_j — компенсирующие поля, возникающие при неоднородных преобразованиях группы $SO\,(3)$ и трансляций $T\,(3)$ соответственно. При этом, под действием элементов группы G, описывающих все возможные вращения и трансляции среды, ковариантная производная (1) испытывает преобразования [2]

$$D^{\prime}_j \mathbf{x}^{\prime} = \hat{A}\,(\mathbf{a})\, D_j \mathbf{x}, \tag{2}$$

где $\hat{A}(\mathbf{a})$ — матрица трехмерных вращений.

Аналогично в магнитной подсистеме ковариантная производная для $\boldsymbol{\mu}_{(p)}$ запишется в виде

$$\nabla_k \mu^i_{(p)} = \frac{\partial}{\partial a^k}\,\mu^i_{(p)} + \gamma^i_{\alpha j} V^\alpha_k \mu^j_{(p)}\,, \tag{3}$$

где V^α — компенсирующие поля, возникающие при неоднородных поворотах $\boldsymbol{\mu}_{(p)}$. Закон изменения $\nabla_k \boldsymbol{\mu}_{(p)}$ при неоднородных преобразованиях группы вращений такой

$$\nabla^{\prime}_k \boldsymbol{\mu}^{\prime}_{(p)} = \hat{A}\,(\mathbf{a})\, \nabla_k \boldsymbol{\mu}_{(p)}\,. \tag{4}$$

В равенстве (1) величина φ^i_j представляет собой поле дислокаций [2], а V^α_j связано с дисклинациями в упругой [2], а также в спиновой подсистемах.

Потенциальная энергия U магнетика зависит от величин $D_j\mathbf{x}$, $\boldsymbol{\mu}_{(p)}$, $\nabla_k \boldsymbol{\mu}_{(p)}$. Из условия калибровочной инвариантности U вытекает, что $D_j\mathbf{x}$, $\boldsymbol{\mu}_{(p)}$, $\nabla_k \boldsymbol{\mu}_{(p)}$ должны входить в выражение для U в виде комбинаций, инвариантных относительно группы G. Такими инвариантами являются следующие:

$$\eta_{ij} = \frac{1}{2}\,(D_i x^k \delta_{kl} D_j x^l - \delta_{ij}),$$

$$K^{(1)}_{ij} = \nabla_i \mu^r_{(1)}\,\delta_{rs} D_j x^s,$$

$$K^{(2)}_{ij} = \nabla_i \mu^r_{(2)}\,\delta_{rs} D_j x^s,$$

$$\mu^{*}_{(1)\,i} = \mu^s_{(1)} \delta_{sr} D_i x^r, \quad \mu^{*}_{(2)\,i} = \mu^s_{(2)} \delta_{sr} D_i x^s. \tag{5}$$

Используя (5), можно записать калибровочно-инвариантный лагранжиан антиферромагнетика, учитывающий магнитоупругую связь, в виде

$$L = T_{\text{у}} - [\rho_0 U\,(\eta_{ij},\ K^{(1)}_{ij},\ K^{(2)}_{ij},\ \mu^{*}_{(1)\,i}, \mu^{*}_{(2)\,i}) + L_\varphi + L_V\,], \tag{6}$$

где ρ_0 — плотность среды до деформации, $T_{\text{у}}$ — кинетическая энергия упругой подсистемы, а L_φ и L_V — лагранжианы калибровочных полей φ^i, V^α соответственно. В (6) $T_{\text{у}}$, L_φ, L_V определяются равенствами [2]

$$T_y = \frac{1}{2}\rho_0 D^i_4 \delta_{ij} D^j_4,$$

$$D^i_4 = \frac{\partial x^i}{\partial t} + \gamma^i_{\alpha j} V^\alpha_4 x^j + \varphi^i_4,$$

$$L_\varphi = \frac{s_1}{2}\xi_{ij} F^i_{cb} r^{cd} r^{bl} F^j_{dl},$$

$$L_V = \frac{s_2}{2} c_{\alpha\beta} \widetilde{\psi}^\alpha_{bc} g^{bd} g^{cl} \widetilde{\varphi}^\beta_{dl},$$

$$F^i_{bc} = \partial_b \varphi^i_c - \partial_c \varphi^i_b + \gamma^i_{\alpha j}\,(V^\alpha_b \varphi^j_c - V^\alpha_c \varphi^j_b + \widetilde{\varphi}^\alpha_{bc} x^j),$$

$$\varphi^\alpha_{bc} = \partial_b V^\alpha_c - \partial_c V^\alpha_b + c^\alpha_{\beta\gamma} V^\beta_b V^\gamma_c,$$

$$c_{\alpha\beta} = c^\delta_{\alpha\gamma} c^\gamma_{\beta\delta}\ ,$$

$$\partial_b = \frac{\partial}{\partial a^b}, \quad (b = 1, 2, 3), \quad \partial_b = \frac{\partial}{\partial t}, \quad (b = 4), \tag{7}$$

$s_1 > 0$, $s_2 > 0$ — некоторые константы, $c^\alpha_{\beta\gamma}$ — структурные постоянные алгебры Ли группы $SO(3)$. Тензор r^{bc}имеет вид [2]

$$r^{bc} = -\delta^{bc}, \ (b,\ c = 1,\ 2,\ 3),\ r^{44} = \frac{1}{g},$$

$$r^{bc} = 0 \tag{8}$$

при $b \neq c$.

Аналогичное представление имеет g^{bc}, где вместо константы y стоит другая постоянная ζ. По своему физическому смыслу y и ζ являются скоростями распространения дислокаций и дисклинаций соответственно [2]. Наконец, ξ_{ij} положим в (7) равной единичной матрице $\xi_{ij} = \delta_{ij}$.

2. Уравнения движения

Ограничимся случаем, когда магнитные моменты подрешеток $|\boldsymbol{\mu}_{(1)}| = |\boldsymbol{\mu}_{(2)}| = \mu_0$ сохраняются. Тогда, используя лагранжиан (6), из вариационного принципа стационарного действия получаем уравнения движения для $\mathbf{u} = \mathbf{x} - \mathbf{a}$, $\boldsymbol{\mu}_{(p)}$, а также компенсирующих полей φ^i, V^α. Отметим, что при вариации, вследствие того, что $\mu^2_{(1)} = \mu^2_{(2)} = \mathrm{const}$, к вариации действия $\delta \int\limits_{t_0}^{t_1} dt \int\limits_{v_0} dv_0 L$ (v_0 — объем тела до деформации) нужно добавить следующие члены:

$$\sum_{p=1}^{2} \int\limits_{t_0}^{t_1} dt \int\limits_{v_0} dv_0\ [r^{(p)} \boldsymbol{\mu}_{(p)} \delta \boldsymbol{\mu}_{(p)} + R^{(p)}_m\,(\boldsymbol{\mu}_{(p)} \delta \nabla_m \boldsymbol{\mu}_{(p)} + \nabla_m \boldsymbol{\mu}_{(p)} \delta \boldsymbol{\mu}_{(p)} -$$

$$- \gamma^{-1} \rho_0 \mu_0^{-2} \nabla_4 \boldsymbol{\mu}_{(p)}\,[\boldsymbol{\mu}_{(p)} \times \delta \boldsymbol{\mu}_{(p)}]\,], \tag{9}$$

причем в (9) $r^{(p)}$ и $R_m^{(p)}$ — произвольные постоянные.

Для того чтобы записать уравнения более компактно, введем необходимые нам обозначения

$$\frac{\partial L}{\partial(\partial_b x^j)} = Z_i^b, \quad \frac{\partial L}{\partial(\nabla_k \mu_{(p)}^i)} = Z_{i(p)}^{k(M)},$$

$$\Xi_{k(p)} = \frac{\partial L}{\partial \mu_{(p)}^k} - \frac{1}{\mu_0^2}\frac{\partial L}{\partial \mu_{(p)}^r}\mu_{(p)}^r \delta_{kl}\mu_{(p)}^l,$$

$$R_i^{bc} = \frac{\partial L}{\partial F_{bc}^i}, \quad G_\alpha^{bc} = -\frac{\partial L_V}{\partial \widetilde{\varphi}_{bc}^\alpha}, \tag{10}$$

а также учтем, что при изменениях φ^i, V^α, равных

$$\delta\varphi^i = \varepsilon\nu^i, \; \delta V^\alpha = \varepsilon\xi^\alpha,$$

индуцируются вариации [1]

$$\delta F^i = \varepsilon\,(d\nu^i + \Gamma_j^i \wedge \nu^j),$$

$$\delta\varphi^\alpha = \varepsilon\,(d\xi^\alpha + c_{\beta\gamma}^\alpha V^\beta \wedge \xi^\gamma). \tag{11}$$

В (11) знак $\wedge$ означает внешнее произведение, $\Gamma_j^i = V_b^\alpha \gamma_{\alpha j}^i da^b$.

Используя обозначения (10) и равенства (11), уравнения для динамических переменных и компенсирующих полей можно записать так

$$\frac{1}{2} Z_i^b = \partial_a R_i^{ab} - \gamma_{\alpha i}^j R_j^{ab} V_a^\alpha,$$

$$\partial_b Z_i^b - Z_j^a V_a^\alpha \gamma_{\alpha i}^j = \gamma_{\alpha i}^j \widetilde{\varphi}_{ab}^\alpha R_j^{ab},$$

$$\varepsilon^{kri}\delta_{rs}\mu_{(p)}^s\,[\Xi_{k(p)} - \partial_l Z_{k(p)}^{l(M)} + Z_{j(p)}^{q(M)}\gamma_{\alpha k}^j V_q^\alpha] + \gamma^{-1}\rho_0 \nabla_4 \mu_{(p)}^i = 0,$$

$$\frac{1}{2} J_\alpha^b + \sum_{p=1}^{2} \gamma_{\alpha j}^i Z_{i(p)}^{b(M)} \mu_{(p)}^j = \partial_a G_\alpha^{ab} - c_{\gamma\alpha}^\beta V_a^\gamma G_\beta^{ab},$$

$$J_\alpha^c = 2\gamma_{\alpha j}^i R_i^{bc} D_b x^j. \tag{12}$$

3. Условия интегрируемости

Уравнения (12) не могут решаться для произвольных величин Z_i^b, $Z_{i(p)}^{b(M)}$, R_i^{bc}, G_α^{bc}, J_α^b. Они должны удовлетворять определенным соотношениям, называемым условиями интегрируемости. В [2] показано, что эти соотношения без учета намагниченности дают условия баланса импульса и момента импульса упругой подсистемы среды. В нашем случае второе условие интегрируемости должно быть эквивалентно требованию баланса полного механического момента системы с учетом вклада от магнитных подрешеток. Анализ этого условия показывает, что компенсирующие поля, связанные с нарушением однородности действия группы $SO(3)$, должны быть одни и те же для упругой и магнитной подсистем. В противном случае получается отдельно равенство для баланса момента импульса решетки и спинов.

Не приводя здесь процедуру получения условий интегрируемости в нашем случае, вполне аналогичную [2], выпишем уравнение баланса момента импульса в компонентах. Имеем

$$\gamma^i_{\beta j}\left(Z^a_i D_a x^j + \sum_{p=1}^{2}\left\{\Xi_{i(p)}\mu^j_{(p)} + Z^{c(M)}_{i(p)}\nabla_c\mu^j_{(p)}\right\}\right) = 0. \tag{13}$$

Естественно, что при $V^a = \varphi^i = 0$ оно переходит в соотношение

$$\gamma^i_{\beta j}\left(\frac{\partial L}{\partial_i x^b}\frac{\partial L}{\partial_j x^b} + \sum_{p=1}^{2}\left\{\frac{\partial L}{\partial\mu^i_{(p)}}\mu^j_{(p)} + \frac{\partial L}{\partial\left(\partial_c\mu^i_{(p)}\right)}\partial_c\mu^j_{(p)}\right\}\right) = 0, \tag{14}$$

являющееся следствием закона сохранения полного механического момента двухподрешеточного антиферромагнетика.

Сделаем следующее замечание относительно равенства (13). При выводе (13) мы произвели замену выражения $\mu^j_{(p)}\left(\partial_c Z^{c(M)}_{i(p)} - \gamma^q_{\beta i}V^\beta_a Z^a_q\right)$ на $\Xi_{i(p)}\mu^j_{(p)}$ из уравнений движения для $\mu_{(p)}$, опустив при этом слагаемое $\gamma^{-1}\rho_0^{-1}\nabla_4\mu^i_{(p)}$. Это необходимо сделать, так как этот член появляется не из лагранжиана, а из виртуальной работы вращения спинов.

4. Магнитоупругие взаимодействия в ортоферритах

В качестве применения полученных уравнений исследуем взаимодействие магнитной подсистемы с решеткой в ортоферритах $TmFeO_3$ в высокотемпературной фазе. Будем считать его двухподрешеточным антиферромагнетиком. Тогда потенциальная энергия ортоферрита запишется в виде [4]

$$U = U_{\text{м}} + U_{\text{му}} + U_{\text{у}}, \tag{15}$$

где

$$U_{\text{М}} = \left[\frac{A}{2}m^2 + \frac{b_1}{2}l_1^2 + \frac{b_3}{2}l_3^2 + d_1m_1l_3 - d_3m_3l_1 + \frac{l_1}{4}l_1^2 + \frac{l_2}{4}l_1^2l_3^2 + \right.$$
$$\left. + \frac{l_3}{4}l_3^4 + \alpha\left(\nabla_i l\right)^2\right],$$

$$U_{\text{му}} = \left(B_{11}\eta_{11} + B_{12}\eta_{22} + B_{13}\eta_{33}\right)l_1^2 + \left(B_{21}\eta_{11} + B_{22}\eta_{22} + B_{23}\eta_{33}\right)l_2^2 +$$
$$+ \left(B_{31}\eta_{11} + B_{32}\eta_{22} + B_{33}\eta_{33}\right)l_3^2 + B_{44}\eta_{23}l_2l_3 + B_{55}\eta_{13}l_1l_3 +$$
$$+ B_{66}\eta_{12}l_1l_2,$$

$$U_{\text{у}} = \frac{1}{2}\left(c_{11}\eta_{11}^2 + c_{22}\eta_{22}^2 + c_{33}\eta_{33}^2\right) + c_{12}\eta_{11}\eta_{22} + c_{13}\eta_{11}\eta_{33} + c_{23}\eta_{33}\eta_{22} +$$
$$+ 2c_{44}\eta_{23}^2 + 2c_{55}\eta_{13}^2 + 2c_{66}\eta_{12}^2, \tag{16}$$

$$\mathbf{m} = \left(\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2\right)/2\mathbf{M}_0,\ \mathbf{l} = \left(\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2\right)/2\mathbf{M}_0,\ \left|\mathbf{M}_1\right| = \left|\mathbf{M}_2\right| = \mathbf{M}_0. \tag{17}$$

В (16) A, α — константы однородного и неоднородного обменного взаимодействия; b_i, l_i — константы анизотропии; $d_{1,3}$ — постоянные Дзялошинского; B_{ij}, c_{ij} — магнитоупругие и упругие константы соответственно; η_{ij} — тензор деформации.

В дальнейшем будем предполагать, что дисклинации отсутствуют, т. е. $V^\alpha \equiv 0$. Считая, что переориентация векторов $\mathbf{m}$ и $\mathbf{l}$ может происходить только в плоскости 13, условия равновесия, приведенные в [4], необходимо дополнить равенством $\delta L/\delta \varphi^i_j = 0$. Поскольку $\partial L/\partial \varphi^i_j = (\partial L/\partial \eta_{mn})(\partial \eta_{mn}/\partial \varphi^i_j)$, то $\partial L/\partial \varphi^i_j = 0$. Тогда из $\delta L/\delta \varphi^i_j$ следует $\partial_m \varphi^i_n - \partial_n \varphi^i_m = 0$, что при однородных начальных условиях означает $\varphi^{i0}_j = 0$. Равенство нулю начальных значений полей φ^{i0}_j, т. е. отсутствие дефектов в исходной конфигурации, возникает как естественное условие согласования структурных уравнений Картана для пространства, имеющего кручение и кривизну, с полной системой уравнений, описывающих динамику среды с дислокациями и дисклинациями [2]. Видно, что наличие магнитного момента у точек среды этого условия не нарушает.

Рассмотрим теперь взаимодействие низколежащей магнонной моды с решеточными степенями свободы. В этом случае уравнения, описывающие связанные колебания смещения u^1, компонент $m_{1,2}$ и l_3, а также полей φ^1_3 и φ^3_1 при распространении волн вдоль оси 3, имеют вид

$$\dot m_1 = -\gamma K_1 m_2, \quad \dot l_3 = \gamma K_4 m_2,$$

$$\dot m_2 = \gamma m_1 K_2 + \gamma K_3 l_3 + \frac{\gamma\alpha}{2M_0}\frac{\partial^2 l_3}{\partial a_3^2} - \gamma\frac{B_{55}}{4M_0}\frac{\partial u^{-1}}{\partial a_3} - \gamma\frac{B_{55}}{4M_0} q,$$

$$\rho_0 \ddot u^1 + \rho_0 y \frac{\partial}{\partial a_3}\left(\frac{q-f}{2}\right) = c_{55}\frac{\partial^2 u^1}{\partial a_3^2} + c_{55}\frac{\partial}{\partial a_3} q + \frac{B_{55}}{2}\frac{\partial l_3}{\partial a_3},$$

$$s_1\left(\frac{\partial^2}{\partial a_3^2} - \frac{1}{y}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) q = \frac{B_{55}}{2} l_3 + c_{55}\frac{\partial u^1}{\partial a_3} + c_{55} q,$$

$$s_1\left(\frac{\partial^2}{\partial a_3^2} - \frac{1}{y}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) f = 0, \tag{18}$$

где $q = \varphi^3_1 + \varphi^1_3$, $f = \varphi^3_1 - \varphi^1_3$. В уравнениях (18) введены следующие обозначения [5]:

$$K_1 = \frac{d_3}{2M_0},$$

$$K_2 = -\frac{d_1}{2M_0} + \frac{d_3}{2M_0},$$

$$K_3 = \frac{d_1}{2M_0} m_3^0 - \frac{b_3}{2M_0} + \frac{b_1}{2M_0} + \frac{e_1}{2M_0} - \frac{e_2}{4M_0} -$$

$$- \frac{d_3}{2M_0} m_3^0 - \frac{1}{M_0} B_{3i}\eta^0_{ii} + \frac{1}{M_0} B_{1i}\eta^0_{ii},$$

$$K_4 = \frac{A}{2M_0} - \left\{\frac{e_1}{2M_0} + \frac{1}{M_0} B_{1i}\eta^0_{ii} - \frac{b_1}{2M_0} - \frac{d_3}{2M_0} m^0_3\right\} \approx \frac{A}{2M_0},$$

а также учтена удобная калибровка

$$\partial_4\varphi^1_4 = y\partial_3\varphi^1_3 = y\partial_3\left(\frac{q-f}{2}\right).$$

Будем искать решения (18) в виде

$$m_i = m_i^{(0)} e^{i(\omega t - k a_3)}, \quad (i = 1,\ 2),$$

$$l_3 = l_3^{(0)} e^{i(\omega t - k a_3)},$$

$$u^1 = u^{1(0)} e^{i(\omega t - k a_3)},$$

$$q = q^0 e^{i(\omega t - k a_3)},$$

$$f = f^0 e^{i(\omega t - k a_3)}. \tag{20}$$

В этом случае получим следующее дисперсионное уравнение:

$$(\omega^2 - yk^2)\left[(\omega^2 - \omega^{(1)\,2}_{\text{му}})(\omega^2 - \omega^{(2)\,2}_{\text{му}}) + \frac{y}{s_1}\left(\omega^2 - \frac{y}{2}k^2\right)\left\{c_{55}(\omega^2_s - \omega^2) - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \gamma^2 K_4 \frac{B_{55}}{8M_0}\right\}\right] = 0. \tag{21}$$

Здесь частоты $\omega^{(1)\,2}_{\text{му}}$, $\omega^{(2)\,2}_{\text{му}}$ определяются из равенства [4]

$$\rho_0(\omega^2 - c^2k^2)(\omega^2 - \omega^2_s) - \gamma^2 K_4 \frac{B^2_{55}}{8M_0} k^2 = 0,$$

$$c^2 = c_{55}/\rho_0, \quad \omega^2_s = \gamma^2\left(K_2K_1 - K_4\left(K_3 - \frac{\alpha}{2M_0}k^2\right)\right).$$

Определим прежде всего частоты активации колебаний спинов и решетки. Для этого положим в равенстве (21) $k = 0$.

Тогда величины энергетических щелей определяются из соотношений

$$\omega^2_{1,2}(0) = \frac{1}{2}\left(\omega^2_{s0} + \frac{c_{55}y}{s_1}\right) \pm \left\{\frac{1}{4}\left(\omega^2_{s0} - \frac{c_{55}y}{s_1}\right)^2 + \frac{c_{55}y}{s_1}\omega^2_0\right\}^{1/2}, \tag{22}$$

где

$$\omega^2_{s0} = \gamma^2(K_2K_1 - K_3K_4),$$

$$\omega^2_0 = \gamma^2 \frac{K_4 B^2_{55}}{8M_0 c_{55}}, \tag{23}$$

причем ω_0 — частота активации квазиферромоды в точке ориентационного фазового перехода (ОФП) [4]. В точке ОФП ($\omega_{s0}^2 = \omega_0^2$) из (23) имеем

$$\omega_1^2(0) = \omega_0^2 + 2\varkappa^2, \quad \omega_2^2(0) = 0, \quad \varkappa^2 = \frac{c_{55}y}{2s_1}. \tag{24}$$

В равенствах (24) $\omega_1(0)$ определяет энергетическую щель в спектре квазиферромоды при $\omega_{s0}^2 > 2\varkappa^2$. В этом случае за счет взаимодействия с дислокациями энергетическая щель возрастает по сравнению с чисто магнитоупругой щелью. Если же выполняется условие $2\varkappa^2 > \omega_{s0}^2$, то $\omega_1(0)$ — щель дислокационной моды колебаний. При этом энергия активации квазиферромоды обращается в нуль. Так как экспериментально реализуется первый случай, то сугубо оценить величину $y/s_1 = 2\varkappa^2/c_{55}$ можно по данным для энергетической щели квазиферромоды вблизи ОФП.

Рассмотрим теперь, каким образом влияет на квазиакустическую моду наличие дислокационных полей. Уравнение для определения закона дисперсии этой моды при малых k можно получить из (21), используя следующие приближения:

$$\omega_{\text{му}}^{(1)\,2} \approx \omega_s^2 \approx \omega_{s0}^2, \quad \omega^2 < \omega_{s0}^2.$$

В этом случае решение равенства (21) можно записать в виде

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{1}{1 + 2\dfrac{\varkappa^2}{\omega_{s0}^2}} \left\{ \frac{1}{2} N_1(k^2) \mp [2\omega_{\text{му}}^{(1)\,2} - N_1(k^2)] \times \right.$$

$$\left. \times \left(1 + \frac{4N_2(k^2)}{[N_1(k^2) - 2\omega_{\text{му}}^{(1)\,2}]^2}\right)^{1/2} \right\}, \tag{25}$$

где

$$N_1(k^2) = yk^2\left(1 + \frac{\varkappa^2}{\omega_{s0}^2}\right) + \omega_{\text{му}}^{(1)\,2} + 2\varkappa^2 d, \quad d = \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega_{s0}^2}\right),$$

$$N_2(k^2) = -\frac{\varkappa^2}{\omega_{s0}^2} yk^2\omega_{\text{му}}^{(1)\,2} + \varkappa^2 d\,[2\omega_{\text{му}}^{(1)\,2} - yk^2(1 + 2\varkappa^2)].$$

В (25) знак минус относится к квазифононной моде. В точке ОФП для частоты квазифононной волны имеем

$$\omega^2 = \frac{1}{1 + 2\dfrac{\varkappa^2}{\omega_0^2}} \left[\frac{1}{2} N_3(k^2) + \left(\omega_{\text{му}}^{(1)\,2} - \frac{1}{2} N_1(k^2)\right) \times \right.$$

$$\left. \times \left\{1 - 4\frac{\varkappa^2 yk^2\omega_{\text{му}}^{(1)\,2}}{\omega_0^2\,[N_3(k^2) - 2\omega_{\text{му}}^{(1)\,2}]^2}\right\}^{1/2} \right].$$

$$N_3(k^2) = yk^2\left(1 + \frac{\varkappa^2}{\omega_0^2}\right) + \omega_{\text{му}}^{(1)\,2}. \tag{26}$$

В приближении

$$\varkappa^2 y k^2 \omega_{\text{му}}^{(1)\,2} / \omega_0^2 \,[N_3(k^2) - 2\omega_{\text{ьу}}^{(1)\,2}] < 1$$

(26) принимает значение

$$\omega^2 = \frac{\omega_{\text{му}}^{(1)\,2}}{1 + 2\dfrac{\varkappa^2}{\omega_0^2}}\left(1 + \frac{\varkappa^2}{\omega_0^2\left(1 + \dfrac{\varkappa^2}{\omega_0^2} - \dfrac{\omega_{\text{му}}^{(1)\,2}}{yk^2}\right)}\right),$$

$$\omega_{\text{му}}^{(1)\,2} = Dk^2, \quad D = \left\{\frac{4\alpha c_{55}}{B_{55}^2}\right\}^{1/2}. \tag{27}$$

Из (27) следует, что при значениях волнового вектора

$$k < \left\{\left(1 + 2\frac{\varkappa^2}{\omega_0^2}\right) y/2D\right\}^{1/2}$$

$\omega_2^2 < \omega_{\text{му}}^{(1)\,2}$, т. е. взаимодействие с дислокациями ведет к понижению частоты квазиакустической моды при малых k.

5. Обсуждение результатов

В работе получены связанные уравнения движения, описывающие пространственно-временные изменения смещений атомов, магнитных моментов, а также калибровочных полей, задающих непрерывно распределенные дислокации и дисклинации в среде. При этом считается, что калибровочное поле, возникающее при неоднородных пространственных вращениях, одно и то же как для упругой, так и магнитной подсистемы. На необходимость такого отождествления указывают условия интегрируемости полученных уравнений, одно из которых представляет собой условие баланса механического момента импульса системы. Если же считать эти калибровочные поля различными, то условия интегрируемости имеют смысл баланса механического момента импульса отдельно для решетки и спинов, что для магнитоупорядоченных сред не выполняется, так как для таких систем должен выполняться баланс полного механического момента импульса.

Эти уравнения в дальнейшем применены для описания в высокотемпературной фазе $TmFeO_3$ взаимодействия квазиферромоды с колебаниями решетки. При этом предполагается, что дисклинации в системе отсутствуют.

Из полученных результатов обратим прежде всего внимание на то, что, как следует из дисперсного уравнения (21), имеются три связанные моды колебаний, одна из которых появляется за счет наличия дислокаций. Возможность колебаний дислокаций в среде с их непрерывным распределением можно понять, выписав общее выражение для силы, действующей на дислокации [2]

$$F_a = \sigma_i^\beta \partial_a \varphi_\beta^i - p_i \partial_a \varphi_4^i$$

(в случае парамагнитной фазы), где σ_i^β — тензор напряжений, p_i — импульс системы. Из этого выражения видно, что если σ_i^β и p_i являются периодическими функциями координат и времени, как это имеет место, например, при распространении упругой волны, то на дислокации действуют периодические силы, которые и приводят к их колебаниям.

В калибровочных теориях компенсирующие поля изначально являются безмассовыми. Масса у них появляется в результате взаимодействия с голдстоуновскими полями, имеющимися в системе (эффект Хиггса) [6]. Явно это получается после проведения преобразования «сдвига на константу» голдстоуновских полей. В нашем случае поля φ^i_j имеют массу за счет слагаемых $1/8c_{ijkl}(\varphi^i_j + \varphi^j_i)(\varphi^k_l + \varphi^l_k)$, входящих в выражение для упругой энергии. Появление массы связано с взаимодействием поля дислокаций φ^i_j с акустическими фононами, т. е. механизм образования тот же, что и обычно. Именно наличие массы у поля φ^i_j и приводит к появлению щели в спектре колебаний, пропорциональной $2\varkappa^2$.

Величину y/s_1 в выражении для $\varkappa$ можно найти из экспериментальных данных. Выше показано, что в точке ОФП энергетическая щель квазиферромоды ортоферрита (без учета редкоземельной подрешетки) складывается из магнитоупругой щели для идеального кристалла и добавки, связанной с наличием дислокаций. Поскольку магнитоупругую щель можно оценивать по формулам (23), то сравнение этого значения с экспериментально наблюдаемой величиной щели позволяет определить $\varkappa^2$, а с ним и значение y/s_1.

Список литературы

[1] Ахиезер А. И., Барьяхтар В. Г., Пелетминский С. В. Спиновые волны. М., 1967. 368 с.
[2] Кадич А., Эделен Д. Калибровочная теория дислокаций и дисклинаций. М., 1987. 168 с.
[3] Dzyaloshinskii I. E., Volovic G. E. // Jour. de Phys. 1978. V. 39. № 6. P. 693—700.
[4] Дикштейн И. Е., Тарасенко В. В., Шавров В. Г. // ФТТ. 1977. Т. 19. № 4. С. 1107—1113.
[5] Меньшенин В. В. // ФММ. 1990. № 11. С. 23—30.
[6] Тейлор Дж. Калибровочные теории слабых взаимодействий. М., 1978. 206 с.

Институт физики металлов
УрО РАН
Екатеринбург

Поступило в Редакцию
22 апреля 1992 г.
В окончательной редакции
6 августа 1992 г.