

© 1993

## НЕЛИНЕЙНЫЕ ПОВЕРХНОСТНЫЕ СПИНОВЫЕ ВОЛНЫ В ОДНООСНОМ ФЕРРОМАГНЕТИКЕ

*А. Л. Сукстанский, С. В. Тарасенко*

В рамках феноменологических уравнений Ландау—Лифшица с соответствующими граничными условиями изучены нелинейные поверхностные спиновые волны (НПСВ) в полубесконечном ферромагнетике с магнитной анизотропией типа «легкая ось». Показано, что число различных типов НПСВ зависит от частоты прецессии и характера поверхностной магнитной анизотропии.

Хорошо известно, что наличие поверхности образца приводит к появлению в магнитоупорядоченном кристалле новых по сравнению с неограниченным магнетиком типов возбуждений — поверхностных спиновых волн (ПСВ). Исследованию ПСВ различной природы (магнитоэлектрических, магнитоупругих, обменных и т. д.) посвящено огромное количество теоретических и экспериментальных работ. Такие возбуждения широко используются в технических устройствах. Кроме того, поверхность магнетика играет решающую роль в формировании крупномасштабных магнитных неоднородностей — доменной структуры, цилиндрических магнитных доменов и т. д. Однако при изучении динамических нелинейных волн (магнитных солитонов, нелинейных спиновых волн) практически во всех работах анализ проводился в предположении о неограниченности образца.

При исследовании нелинейной динамики в ограниченных магнетиках естественно ожидать существования нелинейных поверхностных возбуждений, свойства которых могут существенно отличаться от свойств их линейных аналогов точно так же, как и свойства объемных магнитных солитонов отличаются от свойств линейных спиновых волн (см., например, [1]). Более того, как мы убедимся ниже, возможны ситуации, когда нелинейные ПСВ вообще не имеют линейного предела.

Известно, что существование линейных ПСВ связано либо с магнитоэлектрическим или магнитоупругим взаимодействием (соответственно магнитоэлектрические и магнитоупругие ПСВ), либо с наличием в образце специфического приповерхностного слоя, в котором параметры магнетика (константы анизотропии и обменного взаимодействия, гироскопическое отношение и т. д.) отличаются от соответствующих значений в объеме (обменные ПСВ [2]). Если характерный размер неоднородности в распределении намагниченности много больше толщины приповерхностного слоя  $\Delta$ , то в рамках подхода, основанного на феноменологических уравнениях Ландау—Лифшица, специфика поверхности может быть учтена с помощью соответствующих граничных условий (см., например, [3, 4]).

В настоящей работе на основе именно такого феноменологического подхода рассмотрены нелинейные поверхностные возбуждения в простой модели полубесконечного ферромагнетика (ФМ) с объемной магнитной анизотропией типа «легкая ось». При этом мы ограничимся изучением поверхностных волн чисто обменного происхождения, т. е. не будем учитывать магнитодипольное взаимодействие. Объемные динамические солитоны в такой модели детально изучены в [1].

1. Итак, рассмотрим ограниченный ФМ и будем считать, что его поверхность совпадает с плоскостью  $(XY)$ , а сам магнетик заполняет полупространство  $z < 0$ . Ось анизотропии  $n$  направим параллельно нормали к поверхности. Энергию ФМ запишем в виде суммы объемной и поверхностной энергии

$$W = \int_{(V)} dV \left[ \frac{\alpha}{2} (\nabla \mathbf{M})^2 - \frac{\beta}{2} M_z^2 \right] + \Delta \int_{(S)} dS \left( -\frac{b}{2} M_z^2 \right), \quad (1)$$

где  $\mathbf{M}$  — вектор намагниченности ( $|\mathbf{M}| = M_0 = \text{const}$ ),  $\alpha$  — постоянная неоднородного обмена,  $\beta$  и  $b$  — соответственно константы анизотропии в объеме ФМ и на его поверхности (эти константы могут отличаться друг от друга как по величине, так и по знаку). Интегрирование в первом слагаемом в (1) проводится по объему образца, а во втором — по его поверхности.

Уравнения движения для намагниченности (уравнения Ландау—Лифшица) в угловых переменных  $\theta$  и  $\varphi$ , параметризующих вектор  $\mathbf{M}$  ( $\mathbf{M} = M_0 (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta)$ ), имеют вид

$$\frac{1}{gM_0} \sin \theta \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \alpha \Delta \theta - [\beta + \alpha (\nabla \varphi)^2] \sin \theta \cos \theta = 0,$$

$$\frac{1}{gM_0} \sin \theta \frac{\partial \theta}{\partial t} + \alpha \Delta (\sin^2 \theta \nabla \varphi) = 0, \quad (2)$$

где  $g$  — гиромагнитное отношение.

Граничные условия для уравнений Ландау—Лифшица, пригодные для анализа нелинейных решений, получены в работе [5]. В угловых переменных эти граничные условия имеют вид

$$\left( \alpha \frac{\partial \theta}{\partial z} + b \Delta \sin \theta \cos \theta \right) \Big|_{z=0} = 0,$$

$$\left( \sin^2 \theta \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) \Big|_{z=0} = 0. \quad (3)$$

Кроме того, для поверхностных возбуждений, в которых отклонение намагниченности от равновесного значения имеет место только вблизи поверхности, следует принять  $\theta \rightarrow \infty$ .

2. Если  $\beta > 0$  (объемная анизотропия типа «легкая ось»), то в основном состоянии в неограниченном образце намагниченность ориентирована вдоль оси анизотропии. Однако если ФМ ограничен, а поверхностная анизотропия имеет легкоплоскостной характер ( $b < 0$ ) и достаточно велика, то однородное основное состояние становится неустойчивым [6–8]. Действительно, если параметр  $\gamma = -b\Delta/\beta x_0 < -1$  ( $x_0 = (\alpha/\beta)^{1/2}$  — характерный размер магнитных неоднородностей в ФМ), то уравнения (2) обладают статическим решением, удовлетворяющим граничным условиям (3)

$$\varphi = \text{const}, \quad \text{tg} \frac{\theta}{2} = \left( \frac{1 + \gamma}{1 - \gamma} \right)^{1/2} \exp \left( \frac{z}{x_0} \right). \quad (4)$$

Энергия, соответствующая такому распределению намагниченности (с учетом ее поверхностного вклада), отрицательна

$$E(\gamma) = \beta M_0^2 x_0 \frac{(\gamma + 1)^2}{2\gamma} < 0. \quad (5)$$

Однородному основному состоянию  $\theta = 0$  отвечает энергия  $E = 0 > E(\gamma)$ . Кроме того, спектр спиновых волн на фоне однородного состояния (см. ниже формулу (7)) при  $\gamma < -1$  неустойчив и поэтому при  $\gamma < -1$  в ФМ реализуется неоднородное основное состояние (4). Детальный обзор статических неоднородных поверхностных состояний и фазовых переходов, связанных с такими состояниями, приведен в [6], а спиновые волны в ферро- и антиферромагнитных пластинах на фоне неоднородного основного состояния, обусловленного поверхностной анизотропией, изучались в [7, 8]. Анализ нелинейных возбуждений на фоне неоднородного основного состояния выходит за рамки настоящей работы. В дальнейшем мы будем считать, что  $\gamma > -1$  и основное состояние однородно.

3. Рассмотрим вначале линейное приближение, считая  $\theta \ll 1$ . В этом приближении уравнения (2) с граничными условиями (3) при  $\gamma < 0$  имеют экспоненциально убывающее по мере удаления от поверхности решение, описывающее хорошо известную ПСВ,

$$u = \Omega t - kr_{\perp}, \quad \theta = \theta_0 \exp(qz), \quad (6)$$

где  $r_{\perp}$  и  $k$  — соответственно координата и волновой вектор волны вдоль поверхности образца; частота волны  $\Omega$  и параметр  $q$ , определяющий глубину проникновения волны в кристалл, определяются соотношениями

$$\begin{aligned} \Omega &= \beta g M_0 (1 - \gamma^2 + k^2 x_0^2), \\ q &= -\frac{1}{\gamma x_0} (1 + k^2 x_0^2)^{1/2} > 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Закон дисперсии ПСВ подобен закону дисперсии обычных объемных спиновых волн в легкоосном ФМ и отличается от него сдвигом частоты «вниз» на величину  $\beta g M_0 \gamma^2$ . При  $\gamma = -1$  активация ПСВ обращается в нуль, что соответствует неустойчивости однородного основного состояния.

Еще раз отметим, что ПСВ (6) существует лишь в том случае, когда поверхностная анизотропия имеет легкоплоскостной характер ( $b < 0$ ). Если же поверхностная анизотропия отсутствует ( $b = 0$ ) или имеет легкоосный характер ( $b > 0$ ), то ПСВ в рассматриваемой модели отсутствует и для ее формирования необходима более общая модель ФМ, учитывающая, например, магнитодипольное взаимодействие.

4. Перейдем теперь к анализу нелинейных поверхностных возбуждений. Нелинейной волне, обобщающей на случай немалых амплитуд ПСВ (6), отвечает локализованное вблизи поверхности решение уравнений (2), описывающее динамический прецессионный солитон, в котором  $\varphi = \Omega t - kr_{\perp}$ , а функция  $\theta = \theta(z)$  удовлетворяет уравнению

$$\vec{x}_0^2 \theta'' + \omega \sin \theta - \sin \theta \cos \theta = 0, \quad (8)$$

где  $\vec{x}_0^2 = x_0^2 / (1 + k^2 x_0^2)$ ,  $\omega = \Omega / \beta g M_0 (1 + k^2 x_0^2)$  — безразмерная частота прецессии.

Уравнение (8) детально проанализировано в [1, 9], где было показано, что локализованное решение этого уравнения, удовлетворяющее условию  $\theta(-\infty) = 0$ , существует только при  $\omega < 1$ , а функциональная зависимость  $\theta = \theta(z)$  в солитонном решении различна при  $\omega > 0$  и  $\omega < 0$

$$\theta(z) = 2 \operatorname{arctg} \left[ \frac{A}{\operatorname{ch} \frac{\kappa(z - z_0)}{\bar{x}_0}} \right], \quad \omega > 0, \quad (9a)$$

$$\theta(z) = 2 \operatorname{arctg} \left[ \frac{A}{\operatorname{sh} \frac{\kappa(z - z_0)}{\bar{x}_0}} \right], \quad \omega < 0, \quad (9b)$$

где  $\kappa = (1 - \omega)^{1/2}$ ,  $A = [(1 - \omega)/|\omega|]^{1/2}$ . Нулевой частоте отвечает особая точка уравнения (8); ей соответствует решение типа доменной границы, которое с учетом граничных условий (3) имеет вид (4).

Константа интегрирования  $z_0$ , определяемая граничными условиями, имеет смысл координаты центра солитона, в котором отклонение вектора намагниченности от равновесного значения максимально. Если  $\omega > 0$ , то  $\theta_{\max} = 2 \operatorname{arctg} A < \pi$ ; если же  $\omega < 0$ , то в центре солитона  $\theta_{\max} = \pi$ .

Решение (9) в рассматриваемой задаче можно интерпретировать как распространяющуюся вдоль поверхности магнетика нелинейную поверхностную спиновую волну (НПСВ). Если  $z_0 > 0$ , то внутри магнетика (т. е. в области  $z < 0$ ) находится только экспоненциальный «хвост» солитона и амплитуда НПСВ монотонно спадает по мере удаления от поверхности (именно такая ситуация характерна для обычных линейных ПСВ (6)). Если же  $z_0 < 0$ , то центр солитона находится внутри магнетика и зависимость амплитуды НПСВ от координаты  $z$  немонотонна.

5. Для вычисления величины  $z_0$  подставим решение (9) в граничные условия (3). Для положительных частот  $\omega > 0$  получим

$$z_0 = \frac{x_0}{\kappa} \operatorname{Arth} u(\gamma, \omega), \quad (10)$$

где  $u(\gamma, \omega)$  — корень кубического уравнения

$$u^3(1 - \omega)^{3/2} - \gamma(1 - \omega)u^2 - (1 - \omega)^{1/2}u + \gamma(1 - 2\omega) = 0, \quad (11)$$

лежащий в интервале  $(-1; +1)$ .

Для отрицательных частот  $\omega < 0$

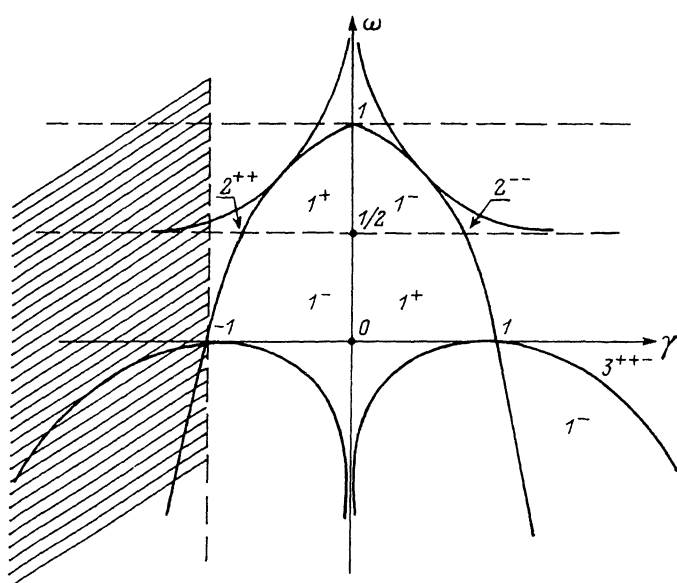
$$z_0 = \frac{x_0}{\kappa} \operatorname{Arcth} u(\gamma, \omega), \quad (12)$$

где  $u(\gamma, \omega)$  — корень того же уравнения (11), но лежащий вне интервала  $(-1, +1)$ .

Проанализируем уравнение (11) при различных значениях  $\gamma$  и  $\omega$ .

Как известно, кубическое уравнение имеет три вещественных корня, если его дискриминант  $Q < 0$ . Для уравнения (11)

$$Q = \frac{1}{27(1 - \omega)^3} \{27\gamma^2\omega^2 + 2\gamma^2\omega(\gamma^2 - 9) - (\gamma^2 - 1)^2\}. \quad (13)$$



Разбиение плоскости  $(\gamma; \omega)$  на области существования различных НПСВ.

Из (13) следует, что при  $\omega < 1$  уравнение (11) имеет три вещественных корня, если частота  $\omega$  лежит в интервале  $\omega_-(\gamma) < \omega < \omega_+(\gamma)$ , где

$$\omega_{\pm}(\gamma) = \frac{1}{27|\gamma|} \{(9 - \gamma^2)|\gamma| + (\gamma^2 + 3)^{3/2}\}. \quad (14)$$

Однако нас интересует не только количество корней, но и их расположение относительно интервала  $(-1, +1)$ , а также их знаки. Нетрудно убедиться, что равные по модулю 1 корни уравнения (11) существуют либо при  $\omega = 0$ , либо на кривой  $\omega = \omega_0(\gamma) = 1 - \gamma^2$ . Нетрудно убедиться также, что в точках  $\gamma = \pm 1/\sqrt{3}$  кривая  $\omega_0(\gamma)$  касается кривой  $\omega_+(\gamma)$ , а в точках  $(\pm 1, 0)$  пересекает кривую  $\omega_-(\gamma)$  (точки  $(\pm 1, 0)$  суть точки максимума функции  $\omega = \omega_-(\gamma)$ ). Отметим также, что при  $\omega = \pm 1/2$  происходит смена знака одного из корней уравнения (11).

Таким образом, вся плоскость изменения параметров уравнения (11)  $(\gamma, \omega)$  разбивается прямыми  $\omega = 0$ ,  $\omega = 1/2$ ,  $\omega = 1$ , а также тремя характерными кривыми  $\omega = \omega_{\pm}(\gamma)$ ,  $\omega = \omega_0(\gamma)$  на области, в каждой из которых существует вполне определенное число положительных и отрицательных корней уравнения (11), лежащих внутри или вне интервала  $(-1, +1)$ . Общая схема разбиения плоскости  $(\gamma, \omega)$  представлена на рисунке. Цифрами обозначено количество корней уравнения (11), лежащих в интервале  $(-1, +1)$  для  $\omega > 0$  и вне этого интервала для  $\omega < 0$ , а индексы  $+$  и  $-$  обозначают их знаки.

Видим, что при определенных значениях  $\gamma$  и  $\omega$  может существовать от одного до трех различных решений, удовлетворяющих граничным условиям (3). Каждому из них соответствует определенный тип НПСВ. Вне отмеченных областей НПСВ вообще существовать не могут.

Подставляя распределение намагниченности в солитоне (9) в (1), вычислим энергию НПСВ  $E(\gamma, \omega)$ . И для положительных, и для отрицательных частот энергию  $E(\gamma, \omega)$  можно, используя уравнение (11), записать единым выражением

$$E(\gamma, \omega) = E_0 (1 + k^2 x_0^2) \left\{ \sqrt{1 - \omega} + \frac{\gamma}{\left[ 1 + \frac{1 - \omega}{\omega} (1 - u^2) \right]^2} \right\}, \quad (15)$$

где  $E_0 = 2\beta M_0^2 x_0$ ,  $u = u(\gamma, \omega)$  — соответствующий рассматриваемому типу НПСВ корень уравнения (11).

6. Если  $\gamma = 0$ , т. е. поверхностная анизотропия отсутствует и спины на поверхности магнетика свободны, то солитонное решение (9) существует только для положительных частот. При этом  $z_0 = 0$  (центр солитона расположен на границе образца), а его энергия при  $k = 0$  равна  $E(0, \omega) = E_0$ , что составляет половину энергии процессионного солитона в неограниченном ФМ [1].

Для достаточно малой поверхности анизотропии любого знака ( $|\gamma| < 1$ ) НПСВ существуют так же, как и при  $\gamma = 0$ , только при  $\omega > 0$ . Если же поверхностная анизотропия велика и имеет легкоосный характер ( $\gamma > 1$ ), то НПСВ существуют как при положительных ( $0 < \omega < \omega_+(\gamma)$ ), так и при отрицательных частотах ( $\omega_0(\gamma) < \omega < 0$ ). Случаю большой легкоплоскостной поверхностной анизотропии, как уже отмечалось выше, соответствует неустойчивость основного однородного состояния (эта область на рисунке заштрихована).

Следует подчеркнуть, что в отличие от линейных ПСВ, которые существуют только при отрицательной (легкоплоскостной) поверхностной анизотропии ( $\gamma < 0$ , см. (7)), нелинейные волны могут существовать при любом знаке параметра  $\gamma$ .

Проследим, как происходит предельный переход от НПСВ к линейным ПСВ. Как следует из структуры решения (9), малоамплитудным солитонам отвечают частоты, близкие к единице. Однако вблизи прямой  $\omega = 1$  НПСВ существуют только при малых значениях поверхностной анизотропии  $|\gamma| \ll 1$ , поэтому переход к приближению линейных ПСВ реализуется иначе. Так как нас интересует солитонное решение только внутри магнетика (при  $z < 0$ ), то для адекватности линейного приближения достаточно, чтобы  $\theta(z) \ll 1$  при  $z < 0$ . Нетрудно убедиться, что это условие выполняется только при отрицательных значениях  $\gamma$  и частотах, лежащих вблизи кривой  $\omega = \omega_0(\gamma) = 1 - \gamma^2$ .

Действительно, при  $\omega = \omega_0(\gamma) + \Delta\omega$ ,  $\Delta\omega \ll \omega_0(\gamma)$  один из корней уравнения (11) равен

$$u \approx 1 - \frac{\Delta\omega}{2\gamma^2} \left( \frac{1 - \gamma^2}{5\gamma^2 - 1} \right) \quad (16)$$

и ему соответствует большое положительное значение координаты центра солитона

$$z_0 = \frac{x_0}{2|\gamma|} \ln \left[ \frac{\Delta\omega}{2\gamma^2} \left( \frac{\gamma^2 - 1}{5\gamma^2 - 1} \right) \right] \gg x_0. \quad (17)$$

При этом внутри полупространства  $z < 0$  угол  $\theta(z)$  монотонно убывает, а его значение на поверхности магнетика действительно мало

$$\theta_0 = \theta(z = 0) \approx \left( \frac{8\Delta\omega}{5\gamma^2 - 1} \right)^{1/2}, \quad \Delta\omega \ll 1. \quad (18)$$

Таким образом, предел линейных ПСВ достигается в двух областях: либо при подходе к кривой  $\omega = \omega_0(\gamma)$  снизу ( $\Delta\omega < 0$ ) для значений  $\gamma$ , лежащих в

интервале  $(-1/\sqrt{3}, 0)$ , либо при подходе к этой кривой сверху ( $\Delta\omega > 0$ ) при  $-1/\sqrt{3} < \gamma < -1$ . На самой кривой  $\omega = \omega_0(\gamma)$  величина  $\theta_0$  становится бесконечно малой, а частота прецессии  $\Omega$  в точности совпадает с частотой линейных ПСВ (7).

Учитывая экспоненциально быстрое убывание амплитуды солитона внутри ФМ при  $z_0 > 0$ , можно сказать, что при легкоплоскостной поверхностной анизотропии НПСВ практически не отличаются от линейных ПСВ. Если же поверхностная анизотропия имеет легкоосный характер, то для НПСВ линейного предела вообще не имеет.

#### Список литературы

- [1] Косевич А. М., Иванов Б. А., Ковалев А. С. Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны. Киев: Наукова думка, 1983. 189 с.
- [2] Филиппов Б. Н. // ФТТ. 1967. Т. 9. № 5. С. 1339—1348.
- [3] Ахиезер А. И., Барьяхтар В. Г., Пелетминский С. В. Спиновые волны. М.: Наука, 1967. 368 с.
- [4] Гуревич А. Г. Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках. М.: Наука, 1973. 521 с.
- [5] Игнатченко В. А. // ФММ. 1973. Т. 36. № 6. С. 1219—1228.
- [6] Каганов М. И., Чубуков А. В. // Магнитные свойства кристаллических и аморфных сред. Новосибирск: Наука, 1989. 252 с.
- [7] Барьяхтар В. Г., Клепиков В. Ф., Соболев В. Л. // ФТТ. 1971. Т. 13. № 5. С. 1454—1462.
- [8] Саланский Н. М., Ерухимов М. Ш. Физические свойства и применение магнитных пленок. Новосибирск: Наука, 1975. 220 с.
- [9] Иванов Б. А., Косевич А. М. // ЖЭТФ. 1977. Т. 72. № 5. С. 2000—2015.

Донецкий физико-технический институт  
АН Украины

Поступило в Редакцию  
13 апреля 1992 г.