

© 1993

СВЯЗЫВАНИЕ СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНА И ДЫРКИ В ЭКСИТОН ВАНЬЕ—МОТТА В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

И. Г. Ланг, С. Т. Павлов, А. В. Прохоров

Вычислена вероятность связывания свободных электрона и дырки в экситон Ванье—Мотта в присутствии сильного магнитного поля. Показано, что при фиксированных значениях энергии суммарного и относительного движения электрона и дырки в начальном состоянии вероятность связывания растет с ростом величины магнитного поля. Расчеты выполнены для параметров кристалла InSb.

1. В настоящей работе вычисляется вероятность связывания в экситон электрона и дырки, расположенных в пространстве независимо друг от друга. Рассматриваются полярные полупроводники и случай низких температур, поэтому наиболее вероятен процесс связывания, сопровождаемый испусканием продольного оптического (*LO*) фотона.

При достаточно высоких интенсивностях облучения полупроводников светом с частотой выше края собственного поглощения образование экситонов путем связывания играет важную роль. В теоретических работах [1–5] рассмотрены процессы связывания не зависящих друг от друга электронов и дырок в нулевом магнитном поле.

Критерием сильного магнитного поля для экситонов Ванье—Мотта служит условие

$$\frac{1}{2} \hbar \omega_H \gg \Delta E, \quad (1)$$

где $\hbar \omega_H$ — расстояние между уровнями Ландау

$$\hbar \omega_H = \frac{\hbar e H}{m c}, \quad (2)$$

ΔE — энергия связи экситона при $H = 0$, определяемая как

$$\Delta E = \mu e^4 / 2 \kappa_0^2 \hbar^2, \quad (3)$$

e — абсолютная величина заряда электрона, H — величина магнитного поля, m — эффективная масса электрона (или дырки), μ — приведенная масса, κ_0 — статическая диэлектрическая проницаемость.

Условие (1) можно переписать как

$$a^2 \gg a_H^2, \quad (4)$$

где

$$a = \frac{\hbar^2 \kappa_0}{\mu e^2} \quad (5)$$

— радиус экситона в нулевом магнитном поле,

$$a_H = \left(\frac{c\hbar}{eH} \right)^{1/2} \quad (6)$$

— магнитная длина. Теория экситонов Ванье—Мотта в сильном магнитном поле разработана в [6-13].

2. Вероятность связывания вычисляется по формуле теории возмущений

$$W = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_f \overline{| \langle f | \mathcal{H}_{\text{int}} | i \rangle |^2} \delta(E_f - E_i), \quad (7)$$

где черта над квадратом модуля матричного элемента означает усреднение по начальным состояниям системы, конкретно определенное ниже.

Взаимодействие \mathcal{H}_{int} — фреilihовское взаимодействие [14] электронов и дырок с LO колебаниями решетки, имеющее \mathcal{H}_{int} вид

$$\mathcal{H}_{\text{int}} = \mathcal{H}_{\text{int}1} + \mathcal{H}_{\text{int}2}, \quad (8)$$

где

$$\mathcal{H}_{\text{int}j} = \sum_q (C_{jq} e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}_j} b_q + C_{jq}^* e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}_j} b_q^*), \quad (9)$$

причем индекс $j=1$ соответствует электрону, $j=2$ — дырке. Для электрона имеем

$$C_{1q} = -i\hbar\omega_{LO} \left(\frac{4\pi\alpha e^3}{V_0} \right)^{1/2} \frac{1}{qe}, \quad (10)$$

где b_q (b_q^+) — операторы уничтожения (рождения) фононов с волновым вектором q , \mathbf{r}_1 (\mathbf{r}_2) — радиус-вектор электрона (дырки), ω_{LO} — предельная частота LO фонона, V_0 — нормировочный объем,

$$\alpha = \frac{e^2}{2\hbar\omega_{LO}e} (\kappa_\infty^{-1} - \kappa_0^{-1}), \quad e = (\hbar/2m_1\omega_{LO})^{1/2}, \quad (11)$$

κ_∞ — высокочастотная диэлектрическая проницаемость, m_1 — эффективная масса электрона.

Подставив (11) в (10), легко видеть, что величина C_{1q} не зависит от эффективной массы электрона. Поэтому выражение C_{2q} для взаимодействия дырки с LO фононами отличается от (10) только противоположным знаком.

Выбираем следующую калибровку векторного потенциала:

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}(0, \kappa H, 0). \quad (12)$$

Начальному состоянию системы соответствует волновая функция электронно-дырочной пары (ЭДП)

$$\psi_i = \psi_{n_1, k_{1y}, k_{1z}}(x_1 y_1 z_1) \psi_{n_2, k_{2y}, k_{2z}}^h(x_2, y_2, z_2), \quad (13)$$

где $\psi_{n, k_y, k_z}(x, y, z)$ и $\psi_{n, k_y, k_z}^h(x, y, z)$ — соответственно волновые функции электрона и дырки в магнитном поле. Волновая функция электрона определена как

$$\psi_{n, k_y, k_z} = \frac{1}{L_z^{1/2}} e^{ik_z z} \Phi_{n, k_y}(x, y), \quad (14)$$

где

$$\Phi_{n, k_y}(x, y) = L_y^{-1/2} e^{ik_y y} (2^n n! \sqrt{\pi} a_H)^{-1/2} \exp\left(-\frac{(x-x_0)^2}{2a_H^2}\right) H_n\left(\frac{x-x_0}{a_H}\right), \quad (15)$$

L_y, L_z — нормировочные длины вдоль осей y и z ,

$$x_0 = -a_H^2 k_y, \quad (16)$$

$H_n(x)$ — полиномы Эрмита, $n = 0, 1, 2, \dots$. Волновая функция дырки $\Phi_{n, k_y, k_z}^h(x, y, z)$ отличается от (14) заменой в правой части (15) величины x_0 величиной, противоположной по знаку, а именно

$$x_0^h = -a_H^2 k_y. \quad (17)$$

Условия ортогональности и нормировки для функций (14) имеют вид

$$\int \psi_{n', k'_y, k'_z}^*(x, y, z) \psi_{n, k_y, k_z}(x, y, z) dx dy dz = \delta_{n', n} \delta_{k'_y, k_y} \delta_{k'_z, k_z}. \quad (18)$$

Начальному состоянию системы соответствует энергия

$$E_i = \hbar\omega_{H1}(n_1 + 1/2) + \hbar\omega_{H2}(n_2 + 1/2) + \frac{\hbar^2 k_{z1}^2}{2m_1} + \frac{\hbar^2 k_{z2}^2}{2m_2}, \quad (19)$$

где

$$\omega_{H1} = \frac{eH}{m_1 c}, \quad \omega_{H2} = \frac{eH}{m_2 c} \quad (20)$$

— циклотронные частоты для электрона и дырки, m_1 (m_2) — эффективные массы электрона (дырки).

В конечном состоянии системы испущен один LO фотон и образован экситон с наиминимальной энергией внутреннего движения и импульсом $\hbar K$ [6-13].

Волновую функцию экситона запишем в виде:

$$\psi_K(x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2) = \psi_{\parallel}(z_1, z_2) \psi_{\perp}(x_1, y_1, x_2, y_2), \quad (21)$$

где

$$\psi_{\parallel}(z_1, z_2) = (\sqrt{2\pi} a_H L_z)^{-1/2} \exp(iK_z R_z - z^2/4a_H^2), \quad (22)$$

$$z = z_1 - z_2, \quad R_z = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2}{M}, \quad M = m_1 + m_2, \quad (23)$$

$$\psi_{\perp}(x_1, y_1, x_2, y_2) = \left(\frac{2\pi}{L_x L_y}\right)^{1/2} a_H \sum_{k_{1y}, k_{2y}} \delta_{K_y, k_{1y} + k_{2y}} \times \\ \times \exp(-ia_H^2 K_x k_y) \Phi_{0, k_{1y}}(x_1, y_1) \Phi_{0, k_{2y}}^{\dot{h}}(x_2, y_2), \quad (24)$$

$$k_y = \frac{m_2 k_{1y} - m_1 k_{2y}}{M}, \quad (25)$$

L_x, L_y, L_z — нормировочные линейные размеры.

Функция (24) представляет собой линейную суперпозицию произведений $\Phi_{0, k_{1y}}(x_1, y_1) \Phi_{0, k_{2y}}^{\dot{h}}(x_2, y_2)$, описывающих свободное движение электронов и дырок в плоскости, перпендикулярной направлению магнитного поля и соответствующих наинижнему энергетическому состоянию $n_1 = n_2 = 0$ [12]. Выполнив суммирование по k_{1y} и k_{2y} , найдем новый вид функции (24). Суммирование по k_{2y} выполняется легче из-за присутствия символа Кронекера $\delta_{K_y, k_{1y} + k_{2y}}$ в правой части (24).

Суммирование (интегрирование) по k_{1y} выполним с использованием явного вида (15) функций Φ_{0, k_y} и $\Phi_{0, k_y}^{\dot{h}}$. При этом встречается интеграл вида [15, с. 438]

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dt e^{-ict} e^{-\frac{(t-t_0)^2}{2} - \frac{(t-t_0')^2}{2}} H_n(t-t_0) = \sqrt{\pi} \times \\ \times \exp\left(-\frac{i}{2} c(t_0 + t_0') - \frac{1}{4} [(t_0' - t_0)^2 + c^2]\right) (t_0' - t_0 - ic)^n, \quad (26)$$

где $H_n(t)$ — полином Эрмита. Используя (26) при $n=0$ и переходя к координатам

$$\rho = r_{1\perp} - r_{2\perp}, \quad R_{\perp} = \frac{r_{1\perp} m_1 + r_{2\perp} m_2}{M}, \quad (27)$$

окончательно получаем¹

$$\psi_{\perp} = (2\pi L_x L_y)^{-1/2} a_H^{-1} \exp\left[iK_{\perp} R_{\perp} - i\frac{R_{xy}}{a_H^2}\right] \times$$

¹ Постоянный фазовый множитель $\exp\left(-\frac{i}{2} a_H^2 K_x K_y\right)$ в правой части (28) несуществен, поскольку любая волновая функция определена с точностью до фазового множителя.

$$\begin{aligned} & \times \exp \left(-\frac{i}{2} a_H^2 K_y K_x \gamma + \frac{i}{2} \mathbf{K}_\perp \rho \gamma - \frac{i}{2} \frac{xy}{a_H^2} \gamma \right) \times \\ & \times \exp \left\{ -\frac{1}{4} \left[\left(\frac{x}{a_H} + a_H K_y \right)^2 + \left(\frac{y}{a_H} - a_H K_x \right)^2 \right] \right\}, \end{aligned} \quad (28)$$

причем индекс \perp означает проекцию вектора на плоскость xy , перпендикулярную направлению z магнитного поля: $\gamma = (m_2 - m_1)/M$.

Подставив (22) и (28) в (21), легко показать, что функция ψ_f является собственной функцией оператора \hat{P}_{exc} импульса экситона, вид которого определен в [11] как

$$\hat{P}_{\text{exc}} = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_1} + \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_2} + \frac{e}{c} [A(\mathbf{r}_1) - A(\mathbf{r}_2)] - \frac{e}{c} [\mathbf{H} \times (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)]. \quad (29)$$

Переходя в (29) к координатам суммарного и относительного движения, получим

$$\hat{P}_{\text{exc}} = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial \mathbf{R}} + \frac{e}{c} \mathbf{A}(\mathbf{r}) - \frac{e}{c} (\mathbf{H} \times \mathbf{r}). \quad (30)$$

В случае произвольной калибровки собственная функция оператора (30) имеет вид

$$\psi_{\mathbf{K}}(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = \exp \left\{ i \left(\mathbf{K} + \frac{e}{c\hbar} ((\mathbf{H} \times \mathbf{r}) - \mathbf{A}(\mathbf{r})) \right) \mathbf{R} \right\} \psi(\mathbf{r}). \quad (31)$$

Функция $\psi_{\mathbf{K}}$, определенная в (21), (22) и (28), имеет вид (31) при калибровке (12), т. е. соответствует значению $\hbar \mathbf{K}$ импульса экситона.

Покажем, что при переходе к «симметричной» калибровке

$$\mathbf{A}' = \frac{1}{2} (\mathbf{H} \times \mathbf{r}) \quad (32)$$

волновая функция (21) переходит в соответствующую волновую функцию из работы [11]. Действительно, если

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \mathbf{A}'(\mathbf{r}) + \text{grad} \varphi(\mathbf{r}), \quad (33)$$

то имеет место соотношение

$$\psi'(\mathbf{r}) = \exp \left[\pm \frac{ie}{\hbar c} \varphi(\mathbf{r}) \right] \psi(\mathbf{r}), \quad (34)$$

где верхний знак соответствует волновой функции электрона, нижний — функции дырки; $\psi(\mathbf{r})$ ($\psi'(\mathbf{r})$) — функция, соответствующая калибровке $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ ($\mathbf{A}'(\mathbf{r})$).

Для перехода от калибровки (12) к калибровке (32) легко получить выражение

$$\varphi(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} Hxy. \quad (35)$$

Таким образом, чтобы перевести функцию $\psi_{\mathbf{K}}$ (21) в калибровку (32), нужно умножить эту функцию на

$$\exp \left[\frac{1}{2a_H^2} (x_1 y_1 - x_2 y_2) \right].$$

Переходя к координатам \mathbf{r} и \mathbf{R} , получаем функцию

$$\psi'_{\mathbf{K}} = \psi_{\parallel} \psi'_{\perp}, \quad (36)$$

где

$$\psi'_{\perp} = (\sqrt{2\pi L_x L_y} a_H)^{-1} \exp \left[i\mathbf{K}_{\perp} \mathbf{R}_{\perp} + i \frac{e}{2c\hbar} (\mathbf{H} \times \mathbf{r}) \mathbf{R} + \frac{i}{2} \gamma \mathbf{K}_{\perp} \boldsymbol{\rho} - \frac{1}{2} a_H^2 K_x K_y \gamma \right] \exp \left[- \frac{1}{4a_H^2} (\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_0)^2 \right], \quad (37)$$

$$\boldsymbol{\rho}_0 = \frac{c}{eH^2} (\mathbf{H} \times \mathbf{K}_{\perp}), \quad (38)$$

совпадающую с результатом [11] с точностью до несущественного фазового множителя.

Волновые функции (21) удовлетворяют условиям ортогональности и нормировки

$$\int \psi_{\mathbf{K}}^* \psi_{\mathbf{K}} d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 = \delta_{\mathbf{K}, \mathbf{K}'}. \quad (39)$$

Конечное состояние будем характеризовать импульсом $\hbar \mathbf{K}'$. Энергия конечного состояния равна

$$E_f = 1/2 (\hbar \omega_{H1} + \hbar \omega_{H2}) + \frac{\hbar^2 K_z'^2}{2M} + \hbar \omega_{LO} + \mathcal{E}(K_{\perp}'), \quad (40)$$

где $\mathcal{E}(K_{\perp}')$ — энергия экситона, зависящая от поперечной составляющей импульса. Согласно [11], при условии

$$K_{\perp} \ll a/a_H^2 \quad (41)$$

зависимость $\mathcal{E}(K_{\perp})$ определяется выражением

$$\mathcal{E}(K_{\perp}) = -\Delta E \lambda^2, \quad (42)$$

где ΔE — энергия связи экситона при нулевом значении магнитного поля, определенная в (3); λ — безразмерная величина, зависящая от H и K_{\perp} и являющаяся решением уравнения

$$\lambda = 2 \ln \left(\frac{a}{\sqrt{2} \lambda a_H} \right) - 3C - \Lambda \left(\frac{a_H^2 K_{\perp}^2}{2} \right), \quad (43)$$

где

$$C = -0.577, \quad \Lambda(x) = \int_0^x dy \exp(-y) \ln(x/y). \quad (44)$$

При анализе зависимости $\mathcal{E}(K_{\perp})$ удобно ввести безразмерные параметры

$$z = \frac{a}{\sqrt{2} a_H}, \quad x = \frac{a_H^2 K_{\perp}^2}{2}. \quad (45)$$

Согласно (1), условие сильного магнитного поля есть

$$z \gg 1, \quad (46)$$

область применимости теории [11] ограничена условием (41), которая в безразмерном виде выглядит так

$$\sqrt{x} \ll z. \quad (47)$$

Рассмотрим теперь, к чему приводит решение уравнения (43) для λ при различных значениях поперечного импульса [11]. Используя параметры (45), перепишем уравнение (43) как

$$\lambda + 2 \ln \lambda = 2 \ln z - 3C - \Lambda(x), \quad (48)$$

причем имеем

$$\Lambda(x) \approx \frac{3}{4} x, \quad x \ll 1, \quad (49a)$$

$$\Lambda(x) \approx \frac{3}{4} \ln(x) - C, \quad x \gg 1. \quad (49b)$$

При $K_{\perp} = 0$ ($x = 0$) уравнение (48) имеет решение

$$\lambda = \lambda_0(z), \quad (50)$$

которое определяет величину энергии связи экситона при данном значении магнитного поля

$$\Delta E_H = \Delta E \lambda_0^2(z). \quad (51)$$

Для области малых значений K_{\perp} , при которых удовлетворяется условие

$$x \ll 1, \quad (52)$$

из (43) и (49a) получаем

$$\lambda \approx \frac{3}{4} \lambda_0 - \frac{\lambda_0}{\lambda_0 + 2} x, \quad (53)$$

$$\mathcal{E}(K_{\perp}) \approx -\Delta E_H + \frac{\hbar^2 K_{\perp}^2}{2M_0}, \quad (54)$$

$$M_0 = \mu \frac{a^2 \lambda_0 + 2}{a_H^2 \lambda_0}. \quad (55)$$

Для области значений

$$1 \ll x \ll z^2 \quad (56)$$

из (43) и (49б) следует

$$\lambda \frac{3}{4} \ln(z^2/x), \quad (57)$$

$$\mathcal{E}(K_{\perp}) = -\frac{\hbar}{2\mu a^2} \ln^2 \left(\frac{a^2}{a_H^4 K_{\perp}^2} \right). \quad (58)$$

Суммирование по конечным состояниям f в правой части (7) означает суммирование по волновым векторам K' и волновым векторам q испущенного фонона. Усреднение производится по квантовым числам k_{1y} и k_{2y} , относящимся к начальному состоянию системы, от которых не зависит начальная энергия. Усреднение состоит в суммировании вероятности связывания по k_{1y} и k_{2y} и последующем делении результата на величину m^2 , где

$$m = \frac{L_x L_y}{2\pi a_H^2} \quad (59)$$

— число состояний с различными k_y .

3. Подставляя (8) в (7), находим, что вероятность связывания W разбивается на сумму трех слагаемых

$$W = W_1 + W_2 + W_{12}, \quad (60)$$

где

$$W_j = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_f \overline{| \langle f | \mathcal{X}_{\text{int}j} | i \rangle |^2} \delta(E_i - E_f), \quad (61)$$

$$W_{12} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_f 2 \operatorname{Re} \overline{\{ \langle f | \mathcal{X}_{\text{int}2} | i \rangle^* \langle f | \mathcal{X}_{\text{int}1} | i \rangle \}} \delta(E_i - E_f), \quad (62)$$

причем $j=1$ ($j=2$) соответствует вкладу взаимодействия электронов (дырок) с LO фононами, W_{12} — интерференционный вклад в вероятность связывания.

Отметим, что, поскольку $\mathcal{X}_{\text{int}1}$ не содержит координат дырки g_2 , а функции дырки $\Phi_{n, k_y}^h(x_2, y_2)$ и $\Phi_{0, k_y}^h(x_2, y_2)$, относящиеся, согласно (13) и (24), соответственно к начальному и конечному состояниям системы, ортогональны,

$$W_1 \propto \delta_{n_2, 0}, \quad (63)$$

аналогично

$$W_2 \propto \delta_{n_1, 0}, \quad (64)$$

$$W_{12} \propto \delta_{n_2, 0} \delta_{n_1, 0}. \quad (65)$$

Вычислим матричный элемент $\langle f | \mathcal{K}_{nt1} | i \rangle$, соответствующий испусканию фотона с волновым вектором q . Его удобно представить в виде произведения множителей

$$\langle f | \mathcal{K}_{nt1} | i \rangle = C_{1q}^* M_{1z} M_{1\perp} \delta_{n_2, 0}, \quad (66)$$

где

$$M_{1z} = (\sqrt{2\pi} a_0 L_z^3)^{-1/2} \int e^{-z^2/a_0^2} e^{-iK_z R_z - iq_z z_1} e^{ik_{1z} z_1 + ik_{2z} z_2} dz_1 dz_2, \quad (67)$$

$$M_{1\perp} = \frac{\sqrt{2\pi} a_H}{\sqrt{L_x L_y}} \sum_{k_y} \delta_{K_y, k_{1y} + k_{2y}} \exp \left(ia_H^2 K_z' \frac{k_{1y} m_2 - k_{2y} m_1}{M} \right) \times \\ \times \int \exp(-iq_x k_1 - iq_y y_1) \Phi_0^* (k_1, y_1) \Phi_{n_1, k_{1y}}(x_1, y_1) dx_1 dy_1. \quad (68)$$

Переходя в (67) к переменным интегрирования (23) и выполняя интегрирование, получаем

$$M_{1z} = \frac{2^{3/4} \pi^{1/4} \sqrt{a_0}}{\sqrt{L_z}} \delta_{K_z, K_z - q_z} \exp \left(-a_H^2 \left(q_z \frac{m_2}{M} - k_z \right)^2 \right), \quad (69)$$

где

$$K_z = k_{1z} + k_{2z}, \quad k_z = \frac{m_2 k_{1z} - m_1 k_{2z}}{M}. \quad (70)$$

В правой части (68) интегрирование по y_1 приводит к символу Кронекера $\delta_{k_{1y}, k_{1y} - q_y}$, интегрирование по x_1 выполняется с помощью (26). В результате получаем

$$M_{1\perp} = \frac{\sqrt{2\pi} a_H}{(2^{n_1} n_1! L_x L_y)^{1/2}} \delta_{K_y, k_{1y} + k_{2y} - q_y} [a_H (q_y - iq_x)]^{n_1} \times \\ \times \exp \left[ia_H^2 K_x' \frac{(k_{1y} - q_y) m_2 - k_{2y} m_1}{M} \right] \times \\ \times \exp \left[-\frac{1}{4} a_H^2 (q_x^2 + q_y^2) + iq_x a_H^2 (k_{1y} - q_y/2) \right]. \quad (71)$$

С помощью (7), (19) и (40) находим

$$W_1 = \frac{2\pi}{\hbar m^2} \delta_{n_2, 0} \sum_{k_{1y}, k_{2y}, K, q} |M_{1z} M_{1\perp}|^2 \delta \times \\ \times \left(\hbar \omega_{H1} n_1 + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2\mu} + \frac{\hbar^2 K_z^2}{2M} - \hbar \omega_{L0} - \frac{\hbar^2 K_z'^2}{2M} - \mathcal{E}(K') \right). \quad (72)$$

Согласно (71), квадрат модуля $|M_{1\perp}|^2$ матричного элемента зависит от k_{1y} и k_{2y} только благодаря присутствию символа Кронекера $\delta_{K_y, k_{1y} + k_{2y} - q_y}$. Поэтому

суммирование по k_{1y} и k_{2y} в правой части (72) дает множитель m (см. (59)). В результате получаем

$$W_1 = \frac{2^{9/2} \pi^{7/2} a_H^4 a_{\parallel}}{\hbar L_x L_y V_0 2^{n_1 n_1} !} \delta_{n_2, 0} \sum_q |C_q|^2 \sum_{\mathbf{k}} \delta_{K'_z, K_z - q_z} [a_H^2 (q_x^2 + q_y^2)]^{n_1} \times \\ \times \exp \left[-2a_{\parallel}^2 \left(q_z \frac{m_2}{M} - k_z \right)^2 - \frac{1}{2} a_H^2 (q_x^2 + q_y^2) \right] \times \\ \times \delta \left(\hbar \omega_{H1} n_1 + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2\mu} + \frac{\hbar^2 K_z^2}{2M} - \hbar \omega_{LO} - \frac{\hbar^2 K_z'^2}{2M} - \mathcal{E}(K_{\perp}') \right). \quad (73)$$

В правой части (73) легко выполняется суммирование по q_z из-за наличия символа Кронекера $\delta_{K'_z, K_z - q_z}$. Далее выполняем интегрирование по K'_z , используя δ -функцию в правой части (73) и конкретный вид (10) фрелиховского взаимодействия. В результате получаем

$$W_1 = \frac{8 \sqrt{2} \pi \sqrt{\pi}}{\hbar V_0} \frac{\delta_{n_2, 0}}{2^{n_1 n_1} !} \omega_{LO}^2 a_H^4 a_{\parallel} \alpha M \int_0^{\infty} q_{\perp} dq_{\perp} (a_H q_{\perp})^{2n_1} \exp \left(-\frac{1}{2} a_H^2 q_{\perp}^2 \right) \times \\ \times \int_0^{K_{\perp} \text{lim}} \frac{K_{\perp} dK_{\perp}}{K_{0z}} \left[\frac{\exp \left(-2a_{\parallel}^2 \left[(K_z - K_{0z}) \frac{m_2}{M} - k_z \right]^2 \right)}{q_{\perp}^2 + (K_z - K_{0z})^2} + \right. \\ \left. + \frac{\exp \left(-2a_{\parallel}^2 \left[(K_z + K_{0z}) \frac{m_2}{M} - k_z \right]^2 \right)}{q_{\perp}^2 + (K_z + K_{0z})^2} \right]. \quad (74)$$

В (74) введено обозначение

$$K_{0z} = \sqrt{(D - \mathcal{E}(K_{\perp})) \frac{2M}{\hbar^2}}, \quad (75)$$

$$D = \frac{\hbar^2 k_z^2}{2\mu} + \frac{\hbar^2 K_z^2}{2M} + n_1 \hbar \omega_{H1} + n_2 \hbar \omega_{H2} - \hbar \omega_{LO}, \quad (76)$$

где K_{0z} — модуль составляющей волнового вектора экситона по оси z , величина которого определяется законом сохранения энергии.

Очевидно, что связывание электрона и дырки с заданными значениями k_z , K_z , n_1 и n_2 возможно только при условии

$$D + \Delta E_H \gtrsim 0, \quad (77)$$

где, согласно определению (51),

$$\Delta E_H = | \mathcal{E}(K_{\perp} = 0) |. \quad (78)$$

Объясним теперь смысл ограничения области интегрирования по величине K_{\perp} верхним пределом K_{lim} . Теория [11] применима при условии (41). Существенно, что при

$$K_{\perp} \cdot \frac{a}{a_H^2} \quad (79)$$

экситон в магнитном поле перестает существовать [12]. Поэтому мы ограничим интегрирование по K_{\perp} верхним пределом

$$K_{\nu} = \frac{\sqrt{\nu} a}{a_H^2}, \quad (80)$$

где ν — некоторое число.

Если бы мы не выбрали предела (80), то при $D > 0$ интеграл по K_{\perp} в правой части (74) стремился бы к бесконечности, поскольку величина $\mathcal{E}(K_{\perp}) < 0$ и убывает по модулю с ростом K_{\perp} .

Но не во всех случаях предел K_{lim} определяется как (80). Действительно, если $D < 0$, но $D + \Delta E_H > 0$, то величина K_{\perp} в силу закона сохранения энергии ограничивается условием

$$D - \mathcal{E}(K_{\perp}) = 0. \quad (81)$$

Тогда решение уравнения

$$D - \mathcal{E}(K_{\text{max}}) = 0, \quad (82)$$

обозначенное как K_{max} , является верхним пределом интегрирования, если $K_{\text{max}} < K_{\nu}$. Введем также обозначение

$$\mathcal{E}_{\nu} = \mathcal{E}(K_{\nu}), \quad (83)$$

причем

$$\mathcal{E}_{\nu} < 0. \quad (84)$$

Итак, значение предела K_{lim} определяется следующим образом:

$$K_{\text{lim}} = \begin{cases} K_{\text{max}}, & D < \mathcal{E}_{\nu}, \\ K_{\nu}, & D > \mathcal{E}_{\nu}. \end{cases} \quad (85)$$

4. Для величины W_2 вклада взаимодействия дырок с LO фононами получаем результат, который отличается от (74) заменой квантового числа n_1 на n_2 и заменой m_2 на $-m_1$. Причину замены можно объяснить следующим образом. Согласно (9), в выражение для фреilihовского взаимодействия электронов (дырок) с LO фононами входит множитель $e^{-iq \cdot r_1}$ ($e^{-iq \cdot r_2}$). Переходя к координатам, описывающим относительное движение электрона и дырки и движение центра масс, имеем

$$\begin{aligned} \exp(-iqr_1) &= \exp\left(-iqR - i\frac{m_2}{M}r\right), \\ \exp(-iqr_2) &= \exp\left(-iqR + i\frac{m_1}{M}r\right), \end{aligned} \quad (86)$$

т. е. взаимодействие дырки с фононами отличается от взаимодействия электрона заменой m_2 на $-m_1$. Заметим также, что, как следует из (11), величина αl , входящая в качестве множителя в правую часть (74), от эффективной массы не зависит.

Для интерференционного вклада, отличного от нуля только в случае $n_1 = n_2 = 0$, получаем выражение

$$\begin{aligned} W_{12} &= -\frac{16\sqrt{2}\pi\sqrt{\pi}}{\hbar V_0} \delta_{n_1,0} \delta_{n_2,0} \omega_{LO}^2 a_H^4 a_H \alpha l M \int_0^\infty dq_\perp q_\perp \exp\left(-\frac{1}{2} a_H^2 q_\perp^2\right) \times \\ &\quad \times \int_0^{K_{\text{lim}}} \frac{K_\perp dK_\perp}{K_{0z}} J_0(a_H^2 K_\perp q_\perp) \times \\ &\quad \times \left[\frac{\exp\left(-a_H^2 \left\{ \left[(K_z - K_{0z}) \frac{m_2}{M} - k_z \right]^2 + \left[(K_z - K_{0z}) \frac{2m_1}{M} + k_z \right]^2 \right\} \right)}{q_\perp^2 + (K_z - K_{0z})^2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\exp\left(-a_H^2 \left\{ \left[(K_z + K_{0z}) \frac{m_2}{M} - k_z \right]^2 + \left[(K_z + K_{0z}) \frac{m_1}{M} + k_z \right]^2 \right\} \right)}{q_\perp^2 + (K_z + K_{0z})^2} \right], \end{aligned} \quad (87)$$

где $J_0(x)$ — функция Бесселя.

5. Для сравнения приведем результаты вычисления вероятности связывания свободных электрона и дырки в экситон в нулевом магнитном поле. В [4] эта задача решена с учетом влияния кулоновского взаимодействия на состояния пары, относящиеся к непрерывному спектру энергии. Здесь с целью получения более простых и наглядных результатов мы пренебрежем кулоновским притяжением для свободных электрона и дырки, что допустимо, если начальные энергии частиц намного превышают энергию связи экситона.

Вероятность связывания определяется формулой (7) и взаимодействием (8). Начальное состояние ЭДП выберем как

$$\psi_i = V_0^{-1} \exp(iKR + ikr), \quad (88)$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2, \quad k = \frac{m_1 k_2 - m_2 k_1}{M}. \quad (89)$$

Усреднение в (7) по начальным состояниям будем понимать как усреднение по углу между векторами \mathbf{k} и \mathbf{K} .

Конечное состояние — экситон — описывается функцией

$$\psi_f = (\pi a^3)^{-1/2} \exp(-r/a) V_0^{-1/2} \exp(i\mathbf{K}_{\text{exc}} \mathbf{R}). \quad (90)$$

Суммирование по конечным состояниям f в (7) означает суммирование по векторам \mathbf{K}_{exc} и волновым векторам \mathbf{q} испущенного фонона. Матричный элемент взаимодействия имеет вид

$$\langle f | \mathcal{H}_{\text{int}} | i \rangle = C_q^* \left\langle 0 \left| e^{-i\mathbf{q} \cdot \frac{m_2}{M}} - e^{i\mathbf{q} \cdot \frac{m_1}{M}} \right| \mathbf{k} \right\rangle \delta_{\mathbf{q}, \mathbf{K} - \mathbf{K}_{\text{exc}}}, \quad (91)$$

где

$$| \mathbf{k} \rangle = V_0^{-1/2} \exp(i\mathbf{k} \mathbf{r}), \quad | 0 \rangle = (\pi a^3)^{-1/2} \exp(-r/a). \quad (92)$$

Выполнив в (91) интегрирование по \mathbf{r} , получаем

$$\langle f | \mathcal{H}_{\text{int}} | i \rangle = C_{\mathbf{K} - \mathbf{K}_{\text{exc}}}^* \delta_{\mathbf{q}, \mathbf{K} - \mathbf{K}_{\text{exc}}} \frac{8 (\pi a^3)^{1/2}}{V_0^{1/2}} \left[\frac{1}{(1 + k'^2 a^2)^2} - \frac{1}{(1 + k''^2 a^2)^2} \right], \quad (93)$$

где

$$k' = k - (\mathbf{K} - \mathbf{K}_{\text{exc}}) \frac{m_2}{M}, \quad k'' = k + (\mathbf{K} - \mathbf{K}_{\text{exc}}) \frac{m_1}{M}. \quad (94)$$

Подставив (93) в (7) и произведя интегрирование по \mathbf{q} , получаем

$$W_0 = \frac{2^7 \pi^2 a^3}{h V_0} \sum_{\mathbf{K}_{\text{exc}}} |C_{\mathbf{K} - \mathbf{K}_{\text{exc}}}^*|^2 \times \\ \times \left[\frac{1}{(1 + k'^2 a^2)^2} - \frac{1}{(1 + k''^2 a^2)^2} \right] \delta \left(\frac{\hbar^2 K^2}{2M} + \frac{\hbar^2 k^2}{2\mu} + \Delta E - \hbar \omega_{LO} - \frac{\hbar^2 K_{\text{exc}}^2}{2M} \right). \quad (95)$$

Учитывая явный вид C_q (см. (10)) и произведя в (95) интегрирование по \mathbf{K}_{exc} с использованием δ -функции от энергии, получим

$$W_0 = 2^6 a^3 (h V_0)^{-1} \omega_{LO}^2 \alpha I M K_0 \int dO_0 | \mathbf{K} - \mathbf{K}_0 |^{-2} \times \\ \times \frac{1}{[(1 + k_0'^2 a^2)^{-2} - (1 + k_0''^2 a^2)^{-2}]}, \quad (96)$$

где

$$K_0 = \frac{\sqrt{2M}}{h} \sqrt{\frac{\hbar^2 K^2}{2M} + \frac{\hbar^2 k^2}{2\mu} + \Delta E - \hbar \omega_{LO}} \quad (97)$$

— абсолютное значение волнового вектора экситона в конечном состоянии; O_0 — телесный угол, определяющий направление в пространстве вектора K_0 . Выражения для векторов k'_0 и k''_0 отличаются соответственно от (94) заменой K_{exc} на K_0 . Из (97) следует, что связывание ЭДП в экситон возможно только при условии

$$\frac{\hbar^2 K^2}{2M} + \frac{\hbar^2 k^2}{2\mu} + \Delta E - \hbar\omega_{LO} = 0. \quad (98)$$

Черта в (95) и (96) означает усреднение по углам, определяющим направления векторов k и K . Из этого следует, что (96) можно записать как

$$W_0 = \frac{2^6 a^3}{\hbar V_0} \omega_{LO}^2 \alpha L M K_0 \int dO_0 |K - K_0|^{-2} \mathcal{F}(|K - K_0|), \quad (99)$$

где

$$\mathcal{F}(|K - K_0|) = (4\pi)^{-1} \int dO_K [(1 + k_0'^2 a^2)^{-2} - (1 + k_0''^2 a^2)^{-2}]^2, \quad (100)$$

причем угол O_K определяет в пространстве направление вектора k . Очевидно, что подынтегральное выражение в (100) зависит только от угла между векторами k и $K - K_0$, по которому выполняется интегрирование. Предварительно введем обозначения

$$z = ak, \quad y_1 = a(K - K_0) \frac{m_2}{M}, \quad y_2 = a(K - K_0) \frac{m_1}{M}. \quad (101)$$

Тогда имеем

$$\mathcal{F} = \mathcal{F}_1 + \mathcal{F}_2 + \mathcal{F}_{12}, \quad (102)$$

где

$$\mathcal{F}_1 = (4\pi)^{-1} \int dO_z [1 + (z - y_1)^2]^{-4}, \quad (103)$$

$$\mathcal{F}_2 = (4\pi)^{-1} \int dO_z [1 + (z + y_2)^2]^{-4}, \quad (104)$$

$$\mathcal{F}_{12} = -(2\pi)^{-1} \int dO_z [1 + (z - y_1)^2]^{-2} [1 + (z + y_2)^2]^{-2}, \quad (105)$$

причем \mathcal{F}_1 обусловлено взаимодействием электрона с LO фононами, \mathcal{F}_2 — взаимодействием дырок с фононами, \mathcal{F}_{12} — интерференционный вклад. Выполнив интегрирование по углам, получаем

$$\mathcal{F}_j = (12zy_j)^{-1} \{ [1 + (z - y_j)^2]^{-3} - [1 + (z + y_j)^2]^{-3} \}, \quad (106)$$

где индекс j принимает значения 1 или 2,

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{12} = & -(y_1 + y_2)^{-2} (1 + z^2 + y_1 y_2)^{-2} \left\{ 2y_1^2 [1 + (z - y_1)^2]^{-1} [1 + (z + y_1)^2]^{-1} + \right. \\ & \left. + 2y_2^2 [1 + (z - y_2)^2]^{-1} [1 + (z + y_2)^2]^{-1} + y_1 y_2 [z(y_1 + y_2) (1 + z^2 + y_1 y_2)]^{-1} \times \right. \end{aligned}$$

$$\times \ln \frac{[1 + (z + y_1)^2][1 + (z + y_2)^2]}{[1 + (z - y_1)^2][1 + (z - y_2)^2]} \quad (107)$$

Подставив (102) в (99), получаем выражение для W_0 в виде однократного интеграла по углу между векторами \mathbf{k} и \mathbf{K}_0 .

6. На рис. 1—5 представлены результаты численных расчетов вероятности W связывания ЭДП в экситон по формулам (60), (74) и (87) в случае сильных магнитных полей, удовлетворяющих критерию (1)—(4). Для сравнения представлен также результат вычисления вероятности связывания W_0 в нулевом магнитном поле по формулам (99), (102), (106) и (107). При расчетах использованы параметры для кристаллов InSb [16]

$$\Delta E = 0.5 \text{ мэВ}, \quad \hbar\omega_{LO} = 25 \text{ мэВ}, \quad a = 8.4 \cdot 10^{-6} \text{ см}, \quad m_2/m_1 = 10.6. \quad (108)$$

По оси ординат отложена безразмерная вероятность связывания

$$w = W/A, \quad A = \frac{\alpha\omega_{LO}^2 a^3 \sqrt{M}}{\sqrt{\Delta E} V_0}. \quad (109)$$

В соответствии с (60) имеем

$$w = w_1 + w_2 + w_{12}. \quad (110)$$

Рассматривается случай достаточно больших начальных энергий, так что $D > 0$ и $K_{\text{им}} = K_v$.

Переходя в (74) к безразмерным переменным интегрирования, для w_1 получим выражение

$$w_1 = 8\pi \sqrt{\pi} \frac{\delta_{n_2,0}}{n_1! 2^{n_1}} \frac{a_H^2 a_{\parallel}}{a^3} \int_0^{\infty} dy (2y)^{n_1} e^{-y} \int_0^{y^2} \frac{dx}{\sqrt{(D - \mathcal{E}(x))/\Delta E}} \times$$

$$\times \left\{ \frac{\exp\left(-2a_{\parallel}^2 \left[(K_z - K_{0z}) \frac{m_2}{M} - k_z \right]^2\right)}{2y + a_H^2 (K_z - K_{0z})^2} + \frac{\exp\left(-2a_{\parallel}^2 \left[(K_z + K_{0z}) \frac{m_1}{M} + k_z \right]^2\right)}{2y + a_H^2 (K_z + K_{0z})^2} \right\} \quad (111)$$

и аналогичные выражения для w_2 и w_{12} . При численных расчетах мы приближенно полагаем [7]

$$a_{\parallel} = a_H. \quad (112)$$

Зависимость $\mathcal{E}(x)$ аппроксимировали следующим образом:

$$\mathcal{E}(x) = -\Delta E \lambda^2(x),$$

$$\lambda(x) = \begin{cases} \lambda_0 - \frac{\lambda_0}{\lambda_0 + 2} x, & 0 < x < 1, \\ \ln(z^2/x), & 1 < x < \nu z^2 \end{cases} \quad (113)$$

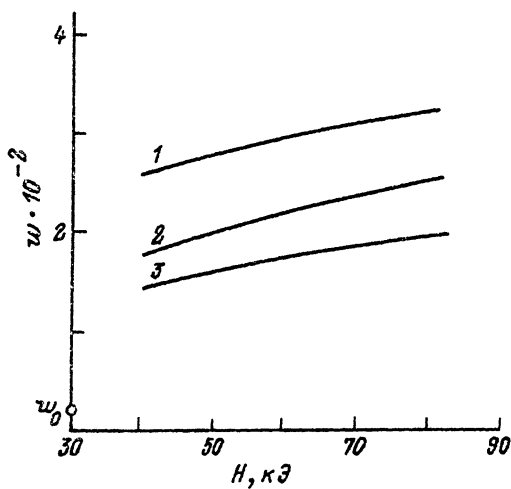


Рис. 1. Зависимость вероятности связывания ЭДП в экситон от величины магнитного поля.

По оси абсцисс — магнитное поле в килоэрстедах, по оси ординат — безразмерная вероятность связывания $w = W/A$.

Кривые соответствуют начальным состояниям электрона и дырки $n_1 = n_2 = 0$ и энергии относительного движения $E_k = 30 \Delta E$. Энергия E_k суммарного движения равна $40 \Delta E$ (1), $60 \Delta E$ (2), $40 \Delta E$ (3). Точка $w = 2 \cdot 10^{-3}$ на оси ординат соответствует $H = 0$, $E_K = 60 \Delta E$, $E_k = 30 \Delta E$.

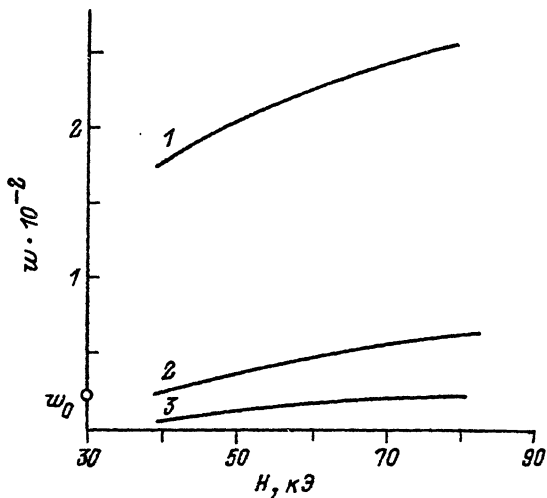


Рис. 2. То же, что и на рис. 1, но для различных значений энергии E_k относительного движения.

1 — $30 \Delta E$, 2 — $60 \Delta E$, 3 — $90 \Delta E$. Энергия E_k суммарного движения равна $60 \Delta E$.

Для безразмерной вероятности связывания в нулевом магнитном поле $w_0 = W_0/A$ из (99) получаем формулу

$$w_0 = 2^6 \sqrt{2} \pi \left(\frac{E_K + E_k + 1 - \hbar \omega_{LO}}{\Delta E} \right)^{1/2} \int_{-1}^1 d \cos \alpha \times \\ \times \left(\frac{E_K + E_{\text{exc}} - 2 \sqrt{E_K E_{\text{exc}}} \cos \alpha}{\Delta E} \right)^{-1} (\mathcal{F}_1 + \mathcal{F}_2 + \mathcal{F}_{12}), \quad (114)$$

где

$$y_1 = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} \left(\frac{E_K + E_{\text{exc}} - 2 \sqrt{E_K E_{\text{exc}}} \cos \alpha}{\Delta E} \right)^{1/2}, \\ y_2 = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}} \left(\frac{E_K + E_{\text{exc}} - 2 \sqrt{E_K E_{\text{exc}}} \cos \alpha}{\Delta E} \right)^{1/2},$$

$$E_{\text{exc}} = (E_K + E_k + \Delta E - \hbar \omega_{LO}).$$

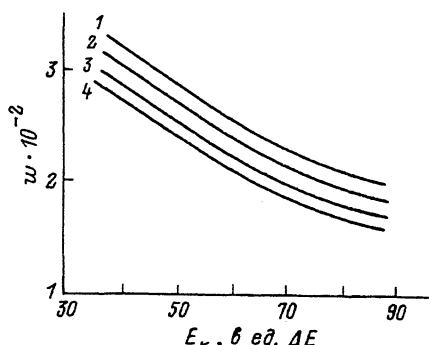


Рис. 3. Зависимость безразмерной вероятности $w = W/A$ связывания от величины энергии E_K суммарного движения.

По оси абсцисс — величины E_K в единицах ΔE . 1 — $H = 80$, 2 — 70, 3 — 60, 4 — 50 кЭ. Энергия E_k относительного движения равна $30\Delta E$, $n_1 = n_2 = 0$.

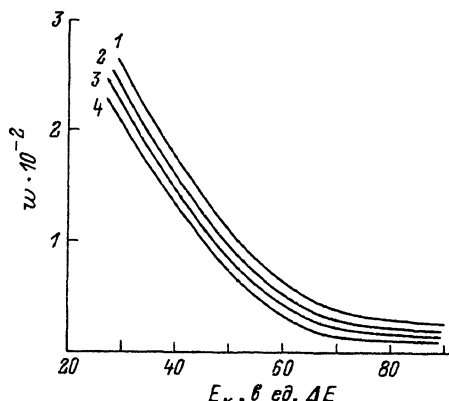


Рис. 4. Зависимость безразмерной вероятности $w = W/A$ связывания от величины E_k энергии относительного движения.

По оси абсцисс — величина E_k в единицах ΔE . Номерам кривых 1, 2, 3, 4 соответствуют те же значения магнитного поля, что и на рис. 3. Энергия E_K суммарного движения равна $60\Delta E$, $n_1 = n_2 = 0$.

Величину ν выбрали равной 0.1.

На рис. 1, 2 построены графики зависимостей вероятности связывания от величины магнитного поля. Рассмотрены начальные условия $n_1 = n_2 = 0$, величины $E_K = \hbar^2 K_z^2 / 2M$ и $E_k = \hbar^2 k_z^2 / 2\mu$ выражены в единицах ΔE . На рис. 1 кривые построены для трех разных значений E_K при одинаковых E_k , а на рис. 2 — для трех разных E_k при одинаковых величинах E_K . Точка $w_0 = 2 \cdot 10^{-3}$ соответствует нулевому значению магнитного поля при начальных условиях

$$E_K = 60\Delta E, \quad E_k = 30\Delta E. \quad (115)$$

На рис. 3 приведены зависимости вероятностей связывания w от величины энергии E_K суммарного движения электрона и дырки, на рис. 4 — зависимости w от энергии E_k относительного движения. На рис. 5 показана зависимость вероятности связывания от квантового числа n_2 дырки в начальном состоянии при фиксированных значениях энергий электрона и дырки и магнитного поля. Крайняя левая точка на рис. 5 соответствует начальным энергиям $E_K = 60\Delta E$, $E_k = 30\Delta E$, $n_1 = n_2 = 0$. Зная значения E_K и E_k и отношение эффективных масс m_2/m_1 , вычислим энергию электрона и дырки по отдельности. Получается, что энергия электрона меньше $\hbar\omega_{H1}$, поэтому значение $n_1 = 0$ единственное. Для дырки при фиксированной энергии возможны значения $n_2 = 1$ и $n_2 = 2$, для которых и вычислены величины $w = w_2$, обозначенные на рисунке.

7. На рис. 1 видно значительное увеличение вероятности связывания свободных электрона и дырки в экситон при включении сильного магнитного поля. При начальных энергиях суммарного движения $E_K = 60\Delta E$ и относительного движения $E_k = 30\Delta E$ включение поля $H = 40$ кЭ приводит к увеличению вероятности связывания в 8.5 раз, при переходе от $H = 40$ кЭ к $H = 80$ кЭ вероятность связывания увеличивается еще в 1.5 раза (кривая 1). Физическая причина роста вероятности связывания при включении сильного магнитного поля состоит, по-видимому, в следующем. Как следует из формул (99), (106) и (107), величина вероятности связывания зависит от параметров $|z - y_j|$ и $z + y_j$, где $y_1 = aq \times$

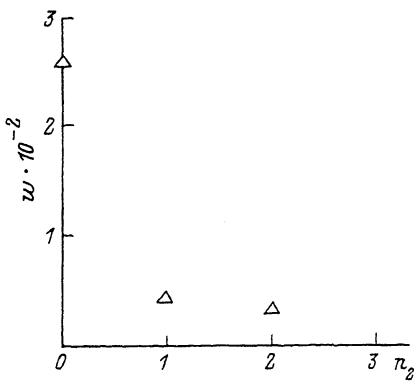


Рис. 5. Зависимость безразмерной вероятности $w = W/A$ связывания от квантового числа n_2 при фиксированных энергиях электрона и дырки в начальном состоянии и при $H = 80$ кЭ.

По оси абсцисс — число n_2 . Точке $n_2 = 0$ соответствуют значения $E = 60 \Delta E$, $E = 30 \Delta E$.

(m_2/M) , $y_2 = aq (m_1/M)$, q — волновой вектор испущенного LO фонона. Величина $|q|$ колеблется в пределах от $|K' - K_0|$ до $|K + K_0|$ в зависимости от относительного направления векторов K и K_0 . Для кривой 1 на рис. 1 получаем $z = 5.47$. Очевидно, что величины \mathcal{F}_j и \mathcal{F}_{12} , определенные соответ-

ственно в (106) и (107), максимальны при значениях $|z \pm y_j|$ порядка единицы. Однако почти для всех значений углов между векторами K и K_0 параметры $|z \pm y_j|$ много больше единицы. Поэтому величины \mathcal{F}_j и \mathcal{F}_{12} , входящие в правую часть (114), в среднем много меньше единицы, что приводит к малому значению w_0 .

Физически это означает, что радиус экситона при $H = 0$ много больше длин волн, характерных для движения свободных электронов и дырок при заданных энергиях.

Из (111) и аналогичной формулы для вклада дырок следует, что при включении сильного магнитного поля велика роль параметров

$$\gamma_j^- = a_n \left| (K_z - K_{0z}) \frac{m_j}{M} \mp k_z \right|, \quad (116)$$

$$\gamma_j^+ = a_n \left| (K_z + K_{0z}) \frac{m_j}{M} \mp k_z \right|, \quad (117)$$

поскольку в правой части (111) содержатся экспоненты $\exp(-2(\gamma_j^\mp)^2)$. Верхние знаки в (116) и (117) относятся к электронам ($j = 1$), нижние — к дыркам. Расчет показывает, что при изменении x в пределах от 0 до νz^2 при $E_K = 60\Delta E$ и $E_k = 30\Delta E$, $H = 80$ кЭ γ_1^- изменяется в пределах от 0.37 до 0.25, γ_2^- — в пределах от 0.62 до 0.61, γ_1^+ от 4.51 до 4.38, γ_2^+ от 1.08 до 1.06. Наибольший вклад дают слагаемые, содержащие $\exp(-2(\gamma_1^-)^2)$ и $\exp(-2(\gamma_2^-)^2)$; эти экспоненты меняются соответственно в пределах от 0.76 до 0.9 и от 0.47 до 0.487. Таким образом, причина возрастания вероятности связывания при включении сильного магнитного поля (СМП) состоит в уменьшении параметров γ_j^- по сравнению с параметрами $|z \pm y_j|$ в случае нулевого магнитного поля. Это означает, что радиус экситона в СМП уменьшается настолько, что становится сравнимым с характерными длинами волн частиц. Возрастание вероятности связывания с ростом H , следующее из рис. 1, обусловлено уменьшением модулей показателей $2(\gamma_2^-)^2$ экспонент с ростом H . Множитель $a_n^2 a_n / a^3$ в правой части (111), наоборот, падает с ростом H , но экспоненциальная зависимость оказывается сильнее степенной ($\sim H^{-3/2}$) в рассматриваемой области значений магнитного поля H .

Итак, мы нашли, что включение СМП приводит к значительному росту вероятности связывания независимых электронов и дырок в экситон в кристаллах InSb при заданных значениях E_K и E_k начальных энергий частиц.

Из рис. 3, 4 следует, что вероятность падает с ростом как начальной энергии E_K суммарного движения, так и энергии E_k относительного движения, причем зависимость от энергии относительного движения сильнее. Из рис. 5 следует, что вероятность связывания падает с увеличением магнитного квантового числа одной из частиц в начальном состоянии при постоянных значениях начальной энергии электрона и дырки.

Настоящая работа появилась как первый этап теоретических исследований в связи с экспериментами [16], в которых обнаружен рост интенсивности экситонной люминесценции в кристаллах InSb в присутствии СМП. Подчеркнем, что настоящая работа не может рассматриваться как объяснение экспериментальных данных [16], так как физические процессы, исследуемые там, гораздо сложнее, чем связывание независимых электронов и дырок в экситоны. В [16] исследуется вторичное экситонное излучение, интенсивность которого линейна по интенсивности возбуждающего света. Если это так, то электроны и дырки, присутствующие в кристалле в качестве промежуточных состояний, сохраняют пространственную корреляцию от момента рождения светом (электрон и дырка рождаются в одной точке) до момента связывания в экситон и затем излучательной аннигиляции. Действительно, если электрон и дырка, рожденные возбуждающим излучением, расположены в пространстве независимо друг от друга, то вероятность связывания их в экситон и интенсивность вторичного излучения пропорциональны квадрату концентрации пар, т. е. квадрату интенсивности возбуждающего света. Другими словами, если интенсивность вторичного излучения линейна по интенсивности первичного света, то ЭДП имеют конечный объем от начала до конца процесса. Это утверждение было теоретически обосновано в работе [17] и был вычислен объем пары. В [18, 19] теоретически изучен процесс рождения экситонов в полярных полупроводниках, вероятность которого линейна по интенсивности возбуждающего света, с использованием концепции конечного объема ЭДП. Для объяснения результатов [16] необходимо построить теорию, аналогичную [18, 19], для случая СМП. Заранее можно предположить, что существенно уменьшение объема пары при включении СМП из-за перехода к квазидномерному движению, что должно приводить к росту скорости рождения экситонов и, следовательно, к росту интенсивности вторичного экситонного излучения (см. аналогичные работы [20–23] по исследованию МРКРС в сильном магнитном поле).

Итак, смысл настоящей работы состоит в следующем. Во-первых, оказалось, что более сложная теория рождения экситонов в СМП с учетом многофотонных процессов и пространственной корреляции электронов и дырок может быть построена только с использованием более простой теории связывания независимых заряженных частиц. Во-вторых, эта простая теория применима для других экспериментов, когда интенсивность вторичного экситонного излучения не линейна, а квадратична по интенсивности возбуждающего света.

Список литературы

- [1] Липник А. А. // ФТТ. Сборник статей. 1959. С. 36–46; ФТТ. 1960. Т. 2. № 9. С. 2044–2047; 1961. Т. 3. № 8. С. 2322–2330; 1964. Т. 6. № 4. С. 1068–1074.
- [2] Нолле Э. Л. // ФТТ. 1967. Т. 9. № 1. С. 122–130.
- [3] Barrau J., Neckman M., Collet J., Brousseau M. // J. Phys. Chem. Sol. 1973. V. 34. N 9. P. 1567–1577.
- [4] Алварес Р. П., Ланг И. Г., Павлов С. Т., Траллеро Гинер К. // ФТТ. 1979. Т. 21. № 9. С. 2685–2694.
- [5] Абакумов В. Н., Перель В. И., Ясевич И. Н. // ЖЭТФ. 1980. Т. 78. № 3. С. 1240–1252.
- [6] Lamb W. // Phys. Rev. 1952. V 85. P. 259–262.
- [7] Yafet Y., Keyes R. W., Adams E. N. // J. Phys. Chem. Sol. 1956. V. 1. N 1/2. P. 137–142.
- [8] Elliot R. J., Loudon R. // J. Phys. Chem. Sol. 1959. V. 8. P. 382–390.
- [9] Elliot R. J., Loudon R. // J. Phys. Chem. Sol. 1960. V. 15. N 3/4. P. 196–207.
- [10] Hasegawa H., Howard R. E. // J. Phys. Chem. Sol. 1961. V. 21. N 3/4. P. 179–198.
- [11] Горьков Л. П., Дзялошинский И. Е. // ЖЭТФ. 1967. Т. 53. № 2. С. 717–722.

- [12] Жилич А. Г., Монозон С. Б. Электро- и магнетопоглощение света в полупроводниках. Л., ЛГУ, 1984. 240 с.
- [13] Сейсян Р. П. Спектроскопия диамагнитных экситонов. М.: Наука, 1984. 272 с.
- [14] Frolich H. // *Adv. Phys.* 1954. V. 3. P. 325—381.
- [15] Прудников А. П., Брычков Ю. А., Маричев О. И. Интегралы и ряды. Специальные функции. М.: Наука, 1983. 752 с.
- [16] Сейсян Р. П., Юлдашев Ш. У. // *ФТТ*. 1988. Т. 30. № 1. С. 12—22.
- [17] Goltsev A. V., Lang I. G., Pavlov S. T., Bryzhina M. F. // *J. Phys. C*. 1983. V 16. N 2. P. 4221—4241.
- [18] Ланг И. Г., Павлов С. Т., Прохоров А. В. // Препринт ФТИ им. А. Ф. Иоффе АН СССР. 1988. № 1277.
- [19] Ланг И. Г., Павлов С. Т., Прохоров А. В. // *ФТТ*. 1990. Т. 32. № 3. С. 895—904.
- [20] Белицкий В. И., Гольцев А. В., Ланг И. Г., Павлов С. Т. // *ФТТ*. 1983. Т. 25. № 4. С. 1224—1225; 1984. Т. 26. № 7. С. 2182—2185; *ЖЭТФ*. 1984. Т. 86. № 1. С. 272—286.
- [21] Belitsky V. I., Goltsev A. V., Lang I. G., Pavlov S. T. // *Phys. Stat. Sol. (b)*. 1984. V 122. P. 581—590.
- [22] Ruf T., Cardona M. // *Phys. Rev. Letters*. 1989. V. 63. P. 2288.
- [23] Belitsky V. I., Lang I. G., Pavlov S. T. // *Physica B*. 1991. V. 172. P. 452—458.

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе РАН
Санкт-Петербург

Поступило в Редакцию
8 мая 1992 г.