УДК 539.143.43

ВЛИЯНИЕ ПРОДОЛЬНОЙ НАКАЧКИ НА ЭФФЕКТИВНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЯДЕРНЫХ СПИНОВ В ФЕРРОМАГНЕТИКАХ

Л. Л. Буишвили, М. Г. Менабде, О. В. Суменко

Рассмотрено воздействие внешнего переменного поля на систему ядерных спинов в ферромагнетике. Рассчитан гамильтониан эффективного взаимодействия при помощи метода усреднения, основанного на теории Боголюбова—Митропольского—Крылова. Вычислены первый и второй моменты линии ЯМР при частоте внешнего воздействия ω, как меньшей, так и большей электронной резонансной частоты ω_e. Показано, что появляющееся при больших частотах $\omega > \omega_e$ дальнодействующее взаимодействие может давать существенный вклад во второй момент линии магнитного резонанса.

В недавно появившейся работе [1] было показано, что воздействие внешнего переменного поля на систему магнитных моментов приводит к появлению дальнодействующих косвенных взаимодействий. Хорошо известно, что в магнитоупорядоченных кристаллах переменное поле действует на ядерные спины косвенно — через электронную спин-систему, и в связи с большой величиной электронного магнитного момента это косвенное воздействие будет довольно существенным.

Рассмотрим электронно-ядерную спин-систему в ферромагнетике, помещенную в монохроматическое поле плоской волны. Полный гамильтониан системы имеет вид

$$\mathscr{H} = -\omega_I \sum_i I_i^z + \sum_{\mathbf{k}} \omega_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}}^+ a_{\mathbf{k}} + A \sum_{i,j} I_i S_j - \omega_{1s} \sum_i S_i^z \cos \varphi_i (t), \tag{1}$$

где $\hbar$ принято равным единице. Первое слагаемое представляет собой зеемановское взаимодействие системы ядерных спинов I. Взаимодействие электронных спинов S между собой $\mathscr{H}_s$ представлено вторым слагаемым в формуле (1), где $a_{\mathbf{k}}^+$ и $a_{\mathbf{k}}$ — операторы рождения и уничтожения магнонов [2], $\omega_{\mathbf{k}}$ — частота магнонов с волновым вектором $\mathbf{k}$. При обычных температурах имеют значение колебания с малыми $\mathbf{k}$, такие, что $a\mathbf{k} \ll 1$ (a — межатомное расстояние), и для энергии спиновых волн можно использовать разложение [2]

$$\omega_{\mathbf{k}} = \omega_e + \omega_E (a\mathbf{k})^2, \tag{2}$$

где $\omega_e = \omega_{\mathbf{k}}$ ($\mathbf{k} = 0$) — невозмущенная электронная резонансная частота, ω_E — параметр обменного взаимодействия.

Сверхтонкое взаимодействие (СТВ) $\mathscr{H}_{IS}$, выражаемое третьим слагаемым в выражении (1), с учетом приближения спиновых волн имеет вид

$$\mathscr{H}_{IS} = A \sum_{i,\mathbf{k}} \left\{ I_i^z (S - a_\mathbf{k}^+ a_\mathbf{k}) + \frac{1}{2} \left(\frac{2S}{N}\right)^{1/2} (I_i^- a_\mathbf{k} e^{i\mathbf{k}\mathbf{R}_i} + I_i^+ a_\mathbf{k}^+ e^{-i\mathbf{k}\mathbf{R}_i}) \right\}, \tag{3}$$

A — константа СТВ.

Кроме того, в полный гамильтониан (1) входит внешнее воздействие на электронную систему с частотой ω, которое имеет вид, заданный последним слагаемым в выражении (1), где $\varphi_i(t) = \mathbf{q}\mathbf{R}_i - \omega t$.

Для определения эффективного гамильтониана воспользуемся квантовым вариантом метода усреднения [3]. Представим полный гамильтониан (1) в виде суммы двух членов

$$\mathscr{H} = V + \mathscr{H}', \tag{4}$$

где V — сумма энергий ядерных спинов, электронных спиновых волн и внешнего воздействия, а $\mathscr{H}'$ — возмущение, представляющее собой недиагональную часть СТВ

$$\mathscr{H}' = \frac{1}{2} A \left(\frac{2S}{N}\right)^{1/2} \sum_{i,\mathbf{k}} (I_i^- a_\mathbf{k} e^{i\mathbf{k}\mathbf{R}_i} + I_i^+ a_\mathbf{k}^+ e^{-i\mathbf{k}\mathbf{R}_i}). \tag{5}$$

Для построения усредненного гамильтониана перейдем в уравнении Лиувилля

$$\frac{d\rho}{dt} = i\,[\rho, V + \mathscr{H}'] \tag{6}$$

к представлению взаимодействия

$$\tilde{\rho} = U(t)\,\rho\,U^{-1}(t), \tag{7}$$

где U — унитарный оператор, удовлетворяющий соотношению

$$\frac{dU}{dt} = iUV \tag{8}$$

и имеющий вид

$$U(t) = \exp\left\{ i \left(\sum_\mathbf{k} \omega_\mathbf{k} a_\mathbf{k}^+ a_\mathbf{k} - \omega_I \sum_i I_i^z\right) t + i \frac{\omega_{1s}}{\omega} \sum_i S_i^z \sin \varphi_i(t) \right\}. \tag{9}$$

Тогда уравнение для $\tilde{\rho}$ примет вид

$$\frac{d\tilde{\rho}}{dt} = i\,[\tilde{\rho}, \tilde{\mathscr{H}}(t)], \quad \tilde{\mathscr{H}}(t) = U(t)\,\mathscr{H}'\,U^{-1}(t). \tag{10}$$

Зависящий от времени гамильтониан взаимодействия выражается следующим образом:

$$\mathscr{H}(t) = \frac{1}{2} A \left(\frac{2S}{N}\right)^{1/2} \sum_{i\mathbf{k}} \left\{ \Gamma_i^- a_\mathbf{k} \exp\left(i\mathbf{k}\mathbf{R}_i - i\omega_\mathbf{k} t + i\omega_l t - i\frac{\omega_{1s}}{\omega}\sin\varphi_i(t)\right) + \text{э. с.} \right\}. \tag{11}$$

Согласно методу усреднения, эволюция системы описывается эффективным гамильтонианом, который с точностью до второго порядка имеет вид [3]

$$\mathscr{H}_{\text{eff}} = H_0 + \sum_{n \neq 0} \frac{1}{2\omega_n} [H_n, H_{-n}], \tag{12}$$

где H_n — коэффициенты разложения $\mathscr{H}(t)$ в ряд. Если использовать разложение по функциям Бесселя, ограничившись случаем $\omega_{1s} \ll \omega$,

$$\exp\left(i\frac{\omega_{1s}}{\omega}\right) \sin(\mathbf{q}\mathbf{R}_i - \omega t) = \sum_n J_n\left(\frac{\omega_{1s}}{\omega}\right) \exp\left\{in(\mathbf{q}\mathbf{R}_i - \omega t)\right\},$$

$$\exp\left(-i\frac{\omega_{1s}}{\omega}\right) \sin(\mathbf{q}\mathbf{R}_i - \omega t) = \sum_n J_n\left(\frac{\omega_{1s}}{\omega}\right) \exp\left\{-in(\mathbf{q}\mathbf{R}_i - \omega t)\right\}, \tag{13}$$

то эффективный гамильтониан (12) выражается следующим образом:

$$\mathscr{H}_{\text{eff}} \; -\frac{A^2 S}{2N} \sum_{nij\mathbf{k}} J_n^2\left(\frac{\omega_{1s}}{\omega}\right) \frac{e^{i(n\mathbf{q}-\mathbf{k})\mathbf{R}_{ij}}}{\omega_\mathbf{k} - n\omega} \Gamma_i^+ \Gamma_j^-, \tag{14}$$

где

$$\mathbf{R}_{ij} = \mathbf{R}_j - \mathbf{R}_i.$$

Запишем в явном виде выражения для нулевой и первой гармоник

$$\mathscr{H}_{\text{eff}}^{(0)} = -J_o^2\left(\frac{\omega_{1s}}{\omega}\right) \frac{A^2 S}{2N} \sum_{ij\mathbf{k}} \frac{e^{-i\mathbf{k}\mathbf{R}_{ij}}}{\omega_\mathbf{k}} \Gamma_i^+ \Gamma_j^-,$$

$$\mathscr{H}_{\text{eff}}^{(1)} = -J_1^2\left(\frac{\omega_{1s}}{\omega}\right) \frac{A^2 S}{2N} \sum_{ij\mathbf{k}} \frac{e^{i(\mathbf{q}-\mathbf{k})\mathbf{R}_{ij}}}{\omega_\mathbf{k} - \omega} \Gamma_i^+ \Gamma_j^-. \tag{15}$$

Переходя от суммирования по $\mathbf{k}$ к интегрированию, получим

$$\mathscr{H}_{\text{eff}} = \frac{1}{2} \sum_{ij} U_{ij} \Gamma_i^+ \Gamma_j^-, \tag{16}$$

где U_{ij} для нулевой и первой гармоник определяется выражениями

$$U^{(0)}(R_{ij}) = -\frac{A^2 S}{4\pi\omega_E} \frac{a}{R_{ij}} J_0^2\left(\frac{\omega_{1s}}{\omega}\right) \exp(-R_{ij}/b_0), \tag{17}$$

$$U^{(1)}(R_{ij}) = -\frac{A^2 S}{4\pi\omega_E} \frac{a}{R_{ij}} J_1^2\left(\frac{\omega_{1s}}{\omega}\right) \exp(-R_{ij}/b), \quad (\omega < \omega_e), \tag{17a}$$

$$U^{(1)}(R_{ij}) = -\frac{A^2 S}{4\pi\omega_E}\frac{a}{R_{ij}} J_1^2\left(\frac{\omega_{1s}}{\omega}\right)\sin(R_{ij}/b), \quad (\omega > \omega_e), \tag{17б}$$

где введены обозначения: $b_0 = a(\omega_E/\omega_e)^{1/2}$, $b = a(\omega_E/|\omega_e - \omega|)^{1/2}$.

Из выражения (17б) видно, что при больших частотах внешнего воздействия $\omega > \omega_e$ в эффективном гамильтониане появляется дальнодействующее взаимодействие, содержащее осциллирующий член.

Как известно, оценить сдвиг резонансной частоты и ширину линии магнитного резонанса можно, воспользовавшись методом моментов [4]. Ограничиваясь первым слагаемым в разложении Бесселя, получим, что для нулевой гармоники значения $M_1^{(0)}$ и $M_2^{(0)}$ совпадают с обычными выражениями для двух первых моментов при сул-накамуровском взаимодействии [2].

Используя результаты работ [5, 6] и вводя для устранения расходимости сумм в случае $\omega > \omega_e$ затухание спиновых волн с параметром α, получим, что первый момент для первой гармоники выражается таким образом:

$$M_1^{(1)} = \frac{\omega_n^2}{S\,|\omega_e - \omega|}\langle I_z\rangle J_1^2\left(\frac{\omega_{1s}}{\omega}\right), \quad (\omega < \omega_e), \tag{18а}$$

$$M_1^{(1)} = \frac{2\omega_n^2 - \omega_E^{1/2}}{S\,|\omega_e - \omega|^{3/2}}\langle J_z\rangle J_1\left(\frac{\omega_{1s}}{\omega}\right)\frac{\alpha a}{\alpha^2 b^2 + 1)^2}, \quad (\omega > \omega_e), \tag{18б}$$

где введено обозначение $\omega_n = AS$, а $\lessdot I_z$ — среднее значение z-компоненты ядерного спина. При достаточно высоких температурах $\langle I_z\rangle = (1/3)\,I\,(I+1)\,\omega_I\beta_L$, β_L — температура решетки.

В случае $\omega < \omega_e$ отношение обычного для сул-накамуровского взаимодействия первого момента $M_1^{(0)}$ к $M_1^{(1)}$ таково:

$$4\,\frac{|\omega_e - \omega|}{\omega_e}\left(\frac{\omega}{\omega_{1s}}\right)^2, \tag{19а}$$

а в случае $\omega < \omega_e$ зависит от параметра затухания α

$$2\,\frac{|\omega_e - \omega|^{3/2}}{\omega_e\omega_E^{1/2}}\left(\frac{\omega}{\omega_{1s}}\right)^2\frac{(\alpha^2 b^2 + 1)^2}{\alpha a}. \tag{19б}$$

Выражения для второго момента первой гармоники имеют вид

$$M_2^{(1)} = \frac{I(I+1)}{24\pi S^2}\frac{\omega_n^4}{\omega_E^{3/2}\,|\omega_e - \omega|^{1/2}} J_1^4\left(\frac{\omega_{1s}}{\omega}\right), \quad (\omega < \omega_e), \tag{20а}$$

$$M_2^{(1)} = \frac{I(I+1)}{6\pi S^2}\frac{\omega_n^4}{\omega_E^2} J_1^4\left(\frac{\omega_{1s}}{\omega}\right)\frac{1}{\alpha(\alpha^2 b^2 + 4)}, \quad (\omega > \omega_2). \tag{20б}$$

При $\alpha \to 0$ второй момент $M_2^{(1)}$ ($\omega > \omega_e$) расходится, что соответствует известному факту [7]. В случае $\omega < \omega_e$ уменьшение $M_2^{(1)}$ по сравнению с $M_2^{(0)}$ определяется величиной

$$\left(\frac{M_2^{(0)}}{M_2^{(1)}}\right)_{\omega < \omega_e} = 32 \left(\frac{|\omega_e - \omega|}{\omega_e}\right)^{1/2} \left(\frac{\omega}{\omega_{1s}}\right)^4, \tag{21а}$$

а в случае $\omega > \omega_e$ величиной

$$\left(\frac{M_2^{(0)}}{M_2^{(1)}}\right)_{\omega > \omega} = 8 \left(\frac{\omega_E}{\omega_e}\right)^{1/2} \left(\frac{\omega}{\omega_{1s}}\right)^4 \alpha\,(\alpha^2 b^2 + 4). \tag{21б}$$

Таким образом, при больших частотах внешнего воздействия дальнодействующее косвенное взаимодействие с малым параметром затухания α дает существенный вклад во второй момент линии магнитного резонанса.

Список литературы

[1] Завтрак С. Т., Комаров Л. И. // ТМФ. 1990. Т. 84. № 3. С. 431—445.
[2] Туров Е. А., Петров М. П. // ЯМР в ферро- и антиферромагнетиках. М.: Наука, 1969. 260 с.
[3] Буишвили Л. Л., Волжан Е. Б., Менабде М. Г. // ТМФ. 1981. Т. 46. С. 251—262.
[4] Van Vleck I. H. // Phys. Rev. 1948. V. 74. P. 1168—1179.
[5] Буишвили Л. Л., Менабде М. Г. // ФТТ. 1980. Т. 22. № 4. С. 982—984.
[6] de Gennes P. G., Pincus P. A., Hartman-Boutron F., Winter M. // Phys. Rev. 1963. V. 129. P. 1105—1115.
[7] Иванов С. В., Куневич А. В., Куркин М. И. // Физика металлов и металловедение. 1990. № 2. С. 44—53.

Институт физики АН Грузии
Тбилиси

Поступило в Редакцию
28 августа 1992 г.