УДК 537.611.44

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ НЕОДНОРОДНЫЕ СОСТОЯНИЯ НЕРАВНОВЕСНЫХ ЭЛЕКТРОНОВ И МАГНОНОВ ФЕРРОМАГНИТНЫХ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

С. С. Рожков

Исследована неравновесная кинетика электрон-магнон-фононной системы ферромагнитного полупроводника, находящегося в электрическом поле. Рассмотрены стационарное состояние электрон-магнонной системы, а также нестационарное пространственно-неоднородное поведение спиновой подсистемы вблизи стационарного состояния в электрическом поле. Показано, что имеют место взаимное увлечение и разогрев электронов и магнонов. Найдено, что существуют благоприятные условия для распространения волн магнонной температуры или намагниченности, а также усиления этих волн постоянным электрическим полем.

Ферромагнитные полупроводники обладают довольно разнообразными физическими свойствами: кинетическими, оптическими, магнитными. Результаты теоретических и экспериментальных исследований, посвященных магнитным полупроводникам, представлены в книге Нагаева [1], в которой большое внимание уделено ферромагнитным полупроводникам и, в частности, их кинетическим свойствам. Данная работа посвящена исследованию явлений, связанных с разогревом электронной и спиновой подсистем ферромагнитных полупроводников в сильном электрическом поле. Экспериментально разогрев носителей тока в ферромагнитном полупроводнике (p-$CdCr_2Se_4$) был обнаружен в работе [2]. Теоретически явления разогрева в ферромагнитных полупроводниках рассматривались Коренблитом и Танхилевичем [3], которые показали, что в ферромагнитном полупроводнике возможен разогрев как электронов, так и магнонов (см. также [4]). Эти предсказания подтверждены экспериментально в работах [5, 6].

Интересной особенностью кинетики магнитных полупроводников является медленное в сравнении с обычными полупроводниками протекание переходных процессов. Это связано с тем, что электроны, выведенные из состояния равновесия (например, постоянным электрическим полем), в свою очередь создают неравновесное состояние в спиновой подсистеме, а совместное стремление к стационарному состоянию электронной и спиновой подсистем определяется взаимодействием этих подсистем друг с другом и с термостатом, роль которого играют фононы. Оказывается, что стационарное (или равновесное) состояние в спиновой подсистеме устанавливается за счет ее взаимодействия с фононами довольно медленно (за время $\sim 10^{-3} \div 10^{-6}$ с [5, 6]), что и определяет длительность переходных процессов в магнитных полупроводниках (в обычных полупроводниках электронные переходные процессы протекают гораздо быстрее — за время $\sim 10^{-11} \div 10^{-14}$ с).

В работе [3] изучалось стационарное состояние электрон-магнонной системы в ферромагнитном полупроводнике при наличии постоянного электрического поля с помощью уравнений баланса энергии для электронов и магнонов. В данной работе неравновесные состояния электрон-магнонной системы исследуются посредством кинетического уравнения для электронов, в которое величины, характеризующие магнонную подсистему — магнонная температура $T_м$ и дрейфовая скорость магнонов $\mathbf{u}$, входят как параметры и определяются из уравнений баланса энергии и импульса для магнонов. Новым и, как будет видно из дальнейшего, весьма существенным здесь является учет дрейфа магнонов, который приводит к радикальному изменению энергетического распределения электронов в сильном электрическом поле. В работе исследованы стационарное состояние электрон-магнонной системы, а также нестационарное пространственно-неоднородное поведение спиновой подсистемы вблизи стационарного состояния в электрическом поле. В частности, рассмотрено усиление электрическим полем волн магнонной температуры или намагниченности, которые будем называть магнонным звуком [7]; эти волны подобны волнам второго звука в ферродиэлектриках, рассмотренным Гуржи [8, 9] (см. также [10]).

1. Гамильтониан системы

Гамильтониан электрон-магнон-фононной системы складывается из гамильтонианов свободных электронов H_e, магнонов H_m и фононов H_p, а также гамильтонианов взаимодействий H_{jk}, где нижние индексы $j, k = e, m, p, i$ здесь и далее обозначают электроны, магноны, фононы и примеси соответственно. Гамильтонианы свободных квазичастиц имеют вид

$$H_e = \sum_{\mathbf{k},\sigma} \varepsilon_{\mathbf{k}\sigma} a^+_{\mathbf{k}\sigma} a_{\mathbf{k}\sigma},$$

$$H_m = \sum_{\mathbf{k}} \omega_{\mathbf{k}} b^+_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{k}},$$

$$H_p = \sum_{\mathbf{k}} \nu_{\mathbf{k}} c^+_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}}, \tag{1.1}$$

где $\sigma = \{+, -\}$ — спиновый индекс, $\varepsilon_{\mathbf{k}\pm} = \varepsilon_{\mathbf{k}} \mp AS/2$ — энергии электрона в спиновых подзонах, A — константа обменного sd-взаимодействия, S — спин магнитного иона [1], $\omega_{\mathbf{k}}$ и $\nu_{\mathbf{k}}$ — энергии магнонов и фононов, $a^+_{\mathbf{k}\sigma}$, $b^+_{\mathbf{k}}$ и $c^+_{\mathbf{k}}$ — операторы рождения электрона, магнона и фонона квазиимпульсом $\mathbf{k}$.

В данной системе существует довольно много взаимодействий H_{jk}, поэтому ограничимся лишь теми, которые определяют необходимые далее интегралы столкновений I_{jk} в кинетических уравнениях, описывающих неравновесные электроны и магноны, для которых фононы служат термостатом. Распределение магнонов $N_{\mathbf{q}}$ будем считать квазиравновесным, т. е. планковским $N_{\mathbf{q}} = N(\omega_{\mathbf{q}} - \mathbf{u} \cdot \mathbf{q})$, с эффективной магнонной температурой $T_м$ и дрейфовой скоростью газа магнонов $\mathbf{u}$. Это предполагает в магнонной подсистеме наиболее существенными обменные четырехмагнонные столкновения (сохраняющие число магнонов), что обусловливает бозевский вид $N_{\mathbf{q}}$, и трехмагнонные столкновения (не сохраняющие число магнонов), которые обеспечивают достаточно быстрое стремление к нулю химпотенциала магнонов [3]. Полагаем, что концентрация электронов n не очень велика, поэтому электрон-электронными столкновениями будем пренебрегать в сравнении с электрон-фононными и электрон-магнонными. После сделанных предположений остаются электрон-фононное H_{ep}, электрон-магнонное H_{em}, магнон-фононное H_{mp}, магнон-примесное H_{mi} и магнон-магнонное с участием процессов переброса H_{mm} взаимодействия.

H_{ep}, как обычно, имеет вид

$$H_{ep} = \sum_{\mathbf{k},\sigma,\mathbf{q}} G_{\mathbf{q}} a^{+}_{\mathbf{k}\sigma} a_{\mathbf{k}-\mathbf{q},\sigma} C_{\mathbf{q}} + \text{э. с.}, \tag{1.2}$$

где $G_{\mathbf{q}} = i\,(\nu_{\mathbf{q}}/2\rho V u_l^2)^{1/2} E_D$ — амплитуда электрон-фононного взаимодействия, ρ и V — плотность и объем кристалла, u_l — скорость продольных звуковых волн, E_D — константа деформационного потенциала.

Гамильтониан H_{em} представляет собой электрон-двухмагнонное взаимодействие, перенормированное одномагнонными процессами во втором порядке теории возмущений [1]

$$H_{em} = \sum_{\mathbf{k},\mathbf{q},\mathbf{r}} [C^{+}_{\mathbf{kqr}} a^{+}_{\mathbf{k}+} a_{\mathbf{k}-\mathbf{r},+} - C^{-}_{\mathbf{kqr}} a^{+}_{\mathbf{k}-} a_{\mathbf{k}-\mathbf{r},-}]\, b^{+}_{\mathbf{q}} b_{\mathbf{q}+\mathbf{r}}, \tag{1.3}$$

где

$$C^{+}_{\mathbf{kqr}} = C\,(\mathbf{k}+\mathbf{q}, \mathbf{k}-\mathbf{r}, \mathbf{q}-\mathbf{r}) + C\,(\mathbf{k}+\mathbf{q}, \mathbf{k}, \mathbf{q}),$$

$$C^{+}_{\mathbf{kqr}} = C\,(\mathbf{k}, \mathbf{k}-\mathbf{q}-\mathbf{r}, \mathbf{q}+\mathbf{r}) + C\,(\mathbf{k}-\mathbf{r}, \mathbf{k}-\mathbf{q}-\mathbf{r}, \mathbf{q}),$$

$$C\,(k, p, q) = \frac{A}{4N} \frac{\varepsilon_{\mathbf{k}} - \varepsilon_{\mathbf{p}} - \omega_{\mathbf{q}}}{AS + \varepsilon_{\mathbf{k}} - \varepsilon_{\mathbf{p}} - \omega_{\mathbf{q}}}, \tag{1.4}$$

N — число магнитных атомов в кристалле.

Обменное магнон-фононное взаимодействие [10] описывается гамильтонианом H_{mp}, равным

$$H_{mp} = \sum_{1,2,3} \psi\,(1, 2, 3)\, \delta^{1}_{2+3} b^{+}_{1} b_2 c_3 + \text{э. с.} \tag{1.5}$$

Здесь $\psi\,(1, 2, 3)$ — амплитуда обменного магнон-фононного взаимодействия ($1 \equiv \mathbf{k}_1, 2 \equiv \mathbf{k}_2, \ldots$) [11], которая в случае продольных фононов дается выражением

$$\psi\,(1, 2, \mathbf{k}) = \psi^{mp}_{\mathbf{k}} \nu_{\mathbf{k}} \varphi\,(1, 2, \hat{\mathbf{k}}),$$

$$\psi^{mp}_{\mathbf{k}} = i\,\frac{2SJ_S}{u_l\,(2\rho V \nu_k)^{1/2}},$$

$$\varphi\,(1, 2, \hat{\mathbf{k}}) = \frac{a^2}{\hbar^2} q_1, q_2\, [\beta_1\,(\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{q}}_1)\,(\hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{q}}_2) + \beta_2\,(\hat{\mathbf{q}}_1 \cdot \hat{\mathbf{q}}_2)], \tag{1.6}$$

где β_1 и β_2 — безразмерные константы магнон-фононного взаимодействия, J_S — интеграл прямого обмена между магнитными ионами, a — постоянная решетки, $\hat{\mathbf{k}} = \mathbf{k}/k$, $\delta^{\alpha}_{\beta} \equiv \delta_{\alpha,\beta} \equiv \delta_{\alpha\beta}$ — символы Кронекера. В ферромагнитных полупроводниках температура Кюри T_c обычно в несколько раз меньше дебаевской температуры Θ_D и в борновском приближении H_{mp} дает экспоненциально малый вклад в процесс магнон-фононной релаксации [3, 12], поэтому данный процесс описывается обменным магнон-фононным взаимодействием с участием четырех магнонов и одного фонона [3, 12, 13].

Гамильтониан этого взаимодействия H_{4mp} можно получить путем канонического преобразования гамильтониана системы $H \to e^{U} H e^{-U}$, устраняющего гамильтониан H_{mp}, данный формулой (1.5). Тогда $H_{4mp} = [U, H_{4mm}]$, а оператор

U и гамильтониан обменного магнон-магнонного взаимодействия H_{4mm} имеют вид

$$U = \sum_{1,2,3} \frac{\psi(1, 2, 3)\, \delta^1_{2+3}}{\omega_1 - \omega_2 - \nu_3} [b_1^+ b_2 c_3 + b_2^+ b_1 c_3^+], \tag{1.7}$$

$$H_{4mm} = \frac{J_S}{4N} \sum_{1,2,3,4,\mathbf{g}} V(1, 2, 3, 4)\, \delta^{1+2}_{3+4+\mathbf{g}} b_1^+ b_2^+ b_3 b_4, \tag{1.8}$$

где суммирование по векторам обратной решетки $\mathbf{g}$ учитывает процессы переброса, определяющие релаксацию импульса магнонов [10]. В формуле (1.8)

$$V(1, 2, 3, 4) = \gamma(1) + \gamma(2) + \gamma(3) + \gamma(4) -$$

$$\gamma(1-3) - \gamma(2-3) - \gamma(1-4) - \gamma(2-4), \tag{1.9}$$

где в приближении ближайших соседей [1]

$$\gamma(\mathbf{q}) = \frac{1}{2} \sum_{\Delta} e^{i\mathbf{q}\cdot\Delta/\hbar}$$

(Δ — вектор, направленный из данного узла к ближайшему соседу).

Вычисляя коммутатор $[U, H_{4mm}]$, находим искомый гамильтониан магнон-фононного взаимодействия

$$H_{4mp} = \sum_{1,2,3,4,5,\mathbf{g}} B(1, 2, 3, 4, 5)\, \delta^{1+2-5}_{3+4+\mathbf{g}} b_1^+ b_2^+ b_3 b_4 c_5 + \text{э. с.}, \tag{1.10}$$

где

$$B(1, 2, 3, 4, 5) = \frac{J_S}{N} [A(1, 1-5, 5)\, V(1-5, 2, 3, 4) -$$

$$A(4+5, 4, 5)\, V(1, 2, 3, 4+5)],$$

$$A(1, 2, 3) = \frac{\psi(1, 2, 3)}{\omega_1 - \omega_2 - \nu_3}. \tag{1.11}$$

Магнон-фононное взаимодействие ответственно за энергетическую релаксацию магнонов. Импульсная релаксация магнонов происходит за счет магнон-магнонного рассеяния с участием процессов переброса (H_{4mm}), а также за счет рассеяния магнонов на примесях (диамагнитных и парамагнитных). Гамильтониан магнон-примесного рассеяния H_{mi} имеет вид [14]

$$H_{mi} = \sum_{\mathbf{k},\mathbf{k}',\sigma} \Phi(\mathbf{k}, \mathbf{k}')\, a^+_{\mathbf{k}\sigma} a_{\mathbf{k}'\sigma}. \tag{1.12}$$

Здесь

$$\Phi(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \frac{1}{2} J_{S\Sigma} \Sigma f_p(\mathbf{k}, \mathbf{k}') + J_S S a^2 \hbar^{-2} (\mathbf{k}\cdot\mathbf{k}')\, [f_p(\mathbf{k}, \mathbf{k}') + f_d(\mathbf{k}, \mathbf{k}')],$$

$$f_{p,d} = \frac{1}{N} \sum_n \exp\left\{-i(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \cdot \mathbf{R}_n/\hbar\right\},$$

где Σ — спин парамагнитной примеси, $J_{S\Sigma}$ — соответствующий обменный интеграл, а суммирование в последней формуле проводится по тем узлам, где находятся парамагнитные f_p или диамагнитные f_d примеси.

2. Электроны, магноны и фононы

Кинетические уравнения для функций распределения электронов $f_{\mathbf{p}}(\mathbf{r}, t)$ и магнонов $N_{\mathbf{q}}(\mathbf{r}, t)$ имеют форму (распределения фононов предполагается равновесным)

$$\frac{\partial f_{\mathbf{p}}}{\partial t} + \mathbf{v}_{\mathbf{p}} \frac{\partial f_{\mathbf{p}}}{\partial \mathbf{r}} + e\left[\mathbf{E} + \frac{1}{c}(\mathbf{v}_{\mathbf{p}} \times \mathbf{B})\right] \cdot \frac{\partial f_{\mathbf{p}}}{\partial \mathbf{p}} = I_{ep} + I_{em}, \tag{2.1}$$

$$\frac{\partial N_{\mathbf{q}}}{\partial t} + \mathbf{w}_{\mathbf{q}} \frac{\partial N_{\mathbf{q}}}{\partial \mathbf{r}} = I_{me} + I_{mp} + I_{mm} + I_{mi}, \tag{2.2}$$

где $\mathbf{v}_{\mathbf{p}} = \partial \varepsilon_{\mathbf{p}}/\partial \mathbf{p}$, $\mathbf{w}_{\mathbf{q}} = \partial \omega_{\mathbf{q}}/\partial \mathbf{q}$, $\mathbf{E}$ — электрическое поле, $\mathbf{B}$ — магнитная индукция, а также подразумевается, что электроны находятся внутри одной спиновой подзоны (см. ниже). Интегралы столкновений I_{ep}, I_{em} (I_{me}), I_{mm}, I_{mp} и I_{mi} в (2.1) и (2.2) определяются гамильтонианами взаимодействий H_{ep}, H_{em}, H_{mm}, H_{mp} и H_{mi}, данными формулами (1.2), (1.3), (1.8), (1.10) и (1.12).

Необходимые для дальнейшего интегралы столкновений даются следующими формулами:

$$I_{ep} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\mathbf{k}',\mathbf{q}} |G_{\mathbf{q}}|^2 \left\{[n_{\mathbf{q}} \delta^{\mathbf{k}'}_{\mathbf{k}-\mathbf{q}} \delta(\Delta^+_{\mathbf{k}'\mathbf{k}\mathbf{q}}) + (1 + n_{\mathbf{q}}) \delta^{\mathbf{k}'}_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} \times \right.$$

$$\times \delta(\Delta^-_{\mathbf{k}\mathbf{k}'\mathbf{q}})] f_{\mathbf{k}'}(1 - f_{\mathbf{k}}) - [n_{\mathbf{q}} \delta^{\mathbf{k}'}_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} \delta(\Delta^-_{\mathbf{k}'\mathbf{k}\mathbf{q}}) + (1 + n_{\mathbf{q}}) \delta^{\mathbf{k}'}_{\mathbf{k}-\mathbf{q}} \times$$

$$\times \delta(\Delta^+_{\mathbf{k}'\mathbf{k}\mathbf{q}})] f_{\mathbf{k}}(1 - f_{\mathbf{k}'})], \tag{2.3}$$

$$I_{em} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\mathbf{k}',\mathbf{q},\mathbf{q}'} |C(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q}, \mathbf{q}')|^2 \delta^{\mathbf{k}'+\mathbf{q}'}_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} [N_{\mathbf{q}'}(1 + N_{\mathbf{q}}) \times$$

$$\times f_{\mathbf{k}'}(1 - f_{\mathbf{k}}) - N_{\mathbf{q}}(1 + N_{\mathbf{q}'}) f_{\mathbf{k}}(1 - f_{\mathbf{k}'})] \delta(\Delta^{\mathbf{k}\mathbf{q}}_{\mathbf{k}'\mathbf{q}'}), \tag{2.4}$$

$$I_{mp} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{1,2,3,4,5} |B(1, 2, 3, 4, 5)|^2 \delta^{1+2-5}_{3+4} [\delta_{\mathbf{q},3} + \delta_{\mathbf{q},4} - \delta_{\mathbf{q},1} - \delta_{\mathbf{q},2}] \times$$

$$\times G(1, 2, 3, 4, 5) \delta(\Delta^{12}_{345}), \tag{2.5}$$

$$I^U_{mm} = \frac{4\pi}{\hbar} \sum_{1,2,3,\mathbf{g}} \left|\frac{J_S}{4N} V(1, 2, 3, \mathbf{q})\right|^2 \delta^{1+2}_{3+\mathbf{q}+\mathbf{g}} \delta(D^{12}_{3\mathbf{g}}) \times$$

$$\times [G(1, 2, 3, \mathbf{q}) - G(\mathbf{q}, 3, 1, 2)], \tag{2.6}$$

$$I_{mi} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\mathbf{q}'} |\Phi_{\mathbf{qq}'}|^2 \left[N_{\mathbf{q}'}(1 + N_{\mathbf{q}}) - N_{\mathbf{q}}(1 + N_{\mathbf{q}'})\right] \delta(\omega_{\mathbf{q}} - \omega_{\mathbf{q}'}). \tag{2.7}$$

Здесь

$$G(1, 2, 3, 4) = N_1 N_2 (1 + N_3)(1 + N_4);$$

$$C(1, 2, 3, 4) \equiv C^{+}_{1, 3, 1-2},$$

$$G(1, 2, 3, 4, 5) = G(1, 2, 3, 4)(1 + n_5) - G(3, 4, 1, 2)\, n_5,$$

$$\Delta^{\pm}_{123} = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 \pm \nu_3, \quad \Delta^{12}_{34} = \varepsilon_1 + \omega_2 - \varepsilon_3 - \omega_4,$$

$$D^{12}_{34} = \omega_1 + \omega_2 - \omega_3 - \omega_4, \quad \Delta^{12}_{345} = D^{12}_{34} - \nu_5. \tag{2.8}$$

Интеграл I_{me} имеет вид (2.4), где суммирование по $\mathbf{q}$ заменяется суммированием по $\mathbf{k}$, а интеграл I^{U}_{mm} описывает процессы переброса, отвечающие слагаемым в (1.8) с наименьшими ненулевыми векторами обратной решетки.

Систему кинетических уравнений (2.1) и (2.2) будем решать, полагая, что могнонная функция распределения $N_{\mathbf{q}}$ имеет квазиравновесную форму

$$N_{\mathbf{q}} = \left[\exp\left\{\frac{\omega_{\mathbf{q}} - \mathbf{u} \cdot \mathbf{q} - \mu_m}{T_{\text{м}}}\right\} - 1\right]^{-1}, \tag{2.9}$$

а магнонную температуру $T_{\text{м}}$, дрейфовую скорость магнонов $\mathbf{u}$ и химпотенциал μ_m будем определять из уравнений баланса числа частиц, энергий и импульса. При этом $T_{\text{м}}$, $\mathbf{u}$ и μ_m будут входить как параметры в кинетическое уравнение (2.1) для $f_{\mathbf{p}}$, решение которого будем искать обычным образом (см., например, [15, 16]).

Как уже отмечалось, вид функции (2.9) определяется частыми обменными четырехмагнонными столкновениями (слагаемым в (1.8) с $\mathbf{g} = 0$). Чтобы упростить задачу, будем также считать достаточно интенсивными трехмагнонные столкновения, что обеспечивает быстрое стремление химпотенциала μ_m к нулю [3]. При необходимости можно включить в рассмотрение переменные электромагнитные поля, для чего следует добавить к указанным уравнениям уравнения Максвелла с соответствующими ограничениями на частоты, длины волн и величину напряженностей электрических и магнитных полей.

Нас будут интересовать эффекты разогрева электронов и магнонов в широкозонных ферромагнитных полупроводниках. Электроны считаются невырожденными, а их изоэнергетические поверхности — сферическими $\varepsilon_{\mathbf{p}} = \mathbf{p}^2/2m$. Приложенное постоянное электрическое поле $\mathbf{E}_0$ не слишком велико, так что средняя энергия носителей $\bar{\varepsilon} \ll AS$ — расстояния между подзонами электронов со спином «вверх» и «вниз». Это условие дает возможность ограничиться одной спиновой подзоной. Энергия магнона равна

$$\omega_{\mathbf{q}} + 2\mu_B H_0 = \Theta_c\,[z - 2\gamma(\mathbf{q})], \tag{2.10}$$

где $\Theta_c = SJ_S$, μ_B — магнетон Бора, $\mathbf{H}_0$ — постоянное магнитное поле, z — число ближайших соседей (далее $z = 6$). Рассматриваются продольные акустические фононы с энергией $\nu_{\mathbf{k}} = u_l k \equiv \Theta_D ak/\hbar$. Фононы считаются равновесными, и их температура T такова, что для них выполняется закон равнораспределения

$n_{\mathbf{k}} = T/\nu_{\mathbf{k}}$, что, как обычно, существенно упрощает расчеты. Дрейфовая скорость магнонов $\mathbf{u}$ не очень велика, и $N_{\mathbf{q}}$ $N^0_{\mathbf{q}} - \mathbf{u}\cdot \mathbf{q}\partial N^0_{\mathbf{q}}/\partial\omega_{\mathbf{q}}$, где $N^0_{\mathbf{q}} = N_{\mathbf{q}}(\mathbf{u} = 0, \mu_m = 0)$. Чтобы спин-волновое приближение было применимо для сравнительно высоких температур, необходимо выполнение неравенства $2S \gg 1$. Заметим, что когда $T_{\text{м}}$ велика, следует учитывать перенормировку $\omega_{\mathbf{q}}$ за счет магнон-магнонного взаимодействия [1]. В данной работе гальваномагнитные явления не рассматриваются $\mathbf{E}_0 \parallel \mathbf{H}_0$ и магнитное поле $\mathbf{H}_0$ (такое, что $2\mu_B H_0 \ll z\Theta_c$) лишь выделяет направление равновесного магнитного момента (магнитная кристаллографическая анизотропия ферромагнитных полупроводников типа EuO обычно мала [1], поэтому для простоты будем ею пренебрегать).

3. Кинетическое уравнение для электронов

Как показывают оценки, характерные пространственно-временные масштабы электронной подсистемы значительно меньше соответствующих масштабов магнонной подсистемы. Поэтому можно считать, что параметры электронной подсистемы не зависят от времени и координат явно, и рассматривать квазистационарное квазиоднородное кинетическое уравнение для электронной функции распределения $f_{\mathbf{p}}$

$$e\mathbf{E}_0 \frac{\partial f_{\mathbf{p}}}{\partial \mathbf{p}} = I_{ep} + I_{em}, \tag{3.1}$$

где $\mathbf{E}_0$ — постоянное (или квазистационарное) пространственно-однородное электрическое поле.

Как уже говорилось, считается, что концентрация электронов n не очень велика и электрон-электронными столкновениями можно пренебречь (интегралы столкновений I_{ep} и I_{em} даны формулами (2.3) и (2.4)). Квазистационарность и квазиоднородность означают зависимость электронной подсистемы (функции распределения) от магнонной температуры $T_{\text{м}}$ и дрейфовой скорости магнонов $\mathbf{u}$, которые могут быть медленными по сравнению с электронными масштабами функциями координат и времени $T_{\text{м}} = T_{\text{м}}(\mathbf{r}, t)$ и $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$.

В отсутствие I_{em} уравнение (3.1) неоднократно решалось, и при сделанных выше предположениях это уравнение приводит к давыдовской функции распределения (см., например, [15, 16]). Оказывается, что наличие электрон-двухмагнонных столкновений с вычислительной точки зрения не очень существенно меняет ситуацию. В этом случае, как и в случае взаимодействия электронов с акустическими фононами, столкновения являются квазиупругими [1] с параметром квазиупругости

$$\frac{|\omega_{\mathbf{q}+\mathbf{p}} - \omega_{\mathbf{q}}|}{\bar{\varepsilon}} \sim \frac{\tilde{p}}{\tilde{q}}\frac{T_{\text{м}}}{\bar{\varepsilon}} \sim \left(\frac{m}{m_S}\right)^{1/2} \ll 1, \tag{3.2}$$

где $m_S = \hbar^2/2\Theta_c a^2$ — «масса» магнона ($m_S = 100 \div 200 m_0$, где m_0 — масса свободного электрона), $\tilde{p} \sim (m\bar{\varepsilon})^{1/2}$ и $\tilde{q} \sim (m_S T_{\text{м}})^{1/2}$ — характерные импульсы электрона и магнона (для оценки $\tilde{q}$ использовано приближенное выражение для $\omega_{\mathbf{q}}$ при малых $\mathbf{q}$: $\omega_{\mathbf{q}} = \mathbf{q}^2/2m_S$).

Решение (3.1) будем искать в виде разбиения $f_{\mathbf{p}}$ на четную f_0 и нечетную f_a по $\mathbf{p}$ части

$$f_{\mathbf{p}} = f_0(\varepsilon_{\mathbf{p}}) + f_a(\mathbf{p}). \tag{3.3}$$

Тогда после линеаризации по $\mathbf{u}$ кинетическое уравнение можно представить в следующем виде:

$$f_a(\mathbf{p}) = -\frac{e\mathbf{E}_0}{\tau^{-1}}\frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{p}} + \frac{\mathbf{u}\cdot\mathbf{p}}{T_{\text{м}}(1+\delta^{-1})}f_0, \tag{3.4}$$

$$e\mathbf{E}_0\frac{\partial f_a}{\partial \mathbf{p}} = I_{ep}(f_0) + I_{em}(f_0, N^0), \tag{3.5}$$

$$\tau^{-1} = \tau_{ep}^{-1} + \tau_{em}^{-1}, \quad \delta = \tau_{ep}/\tau_{em},$$

где τ_{ep} и τ_{em} — времена релаксации электронов по импульсу на фононах и магнонах соответственно. Отметим второе слагаемое в (3.4), описывающее увлечение электронов магнонами. Время τ_{ep} равно [15]

$$\tau_{ep} = \frac{\lambda_{ep}}{\varepsilon_{\mathbf{p}}^{1/2}},$$

$$\lambda_{ep} = \frac{p\hbar^4\rho u_l^2}{2^{1/2}E_D^2 m^{3/2}T}. \tag{3.6}$$

Время τ_{em} дается выражением [1]

$$\tau_{em} = \frac{\lambda_{em}}{\varepsilon_{\mathbf{p}}^{1/2}}, \tag{3.7}$$

$$\lambda_{em}^{-1} = \frac{2^{1/2}m^{3/2}V}{\pi\hbar^4}\sum_{\mathbf{q}} |C_{0\mathbf{q}0}^{+}|^2 N_{\mathbf{q}}^0(1+N_{\mathbf{q}}^0), \tag{3.8}$$

$$C_{0\mathbf{q}0}^{+}\frac{A}{2N} \simeq \frac{q^2}{q_0^2+q^2}, \tag{3.9}$$

где $q_0 = (2mAS)^{1/2}$, а также учитывается, что переданный импульс $|\mathbf{r}| = |\mathbf{q}-\mathbf{q}'| \sim \tilde{p} \ll \tilde{q}$ (см. формулы (1.4) и (2.4)).

Чтобы вывести уравнение для $f_0(\varepsilon)$, подставим (3.4) в (3.5), домножим, как обычно (см., например, [16]), (3.5) на $\delta(\varepsilon - \varepsilon_{\mathbf{p}})$ и просуммируем по $\mathbf{p}$. Для левой части (3.5) находим выражение

$$-\frac{2e^2E_0^2T}{3m}\left(\frac{\Theta_{\text{м}}^2}{\tau_{em}^{\mathbf{p}}} + \frac{1}{\tau_{ep}^{\mathbf{p}}}\right)^{-1}\frac{d}{d\varepsilon}\left[\varepsilon\frac{df_0}{d\varepsilon}\right]\frac{C_0}{T^{1/2}} +$$

$$+\frac{e\mathbf{E}_0\cdot\mathbf{u}}{3T_{\text{м}}(1+\delta^{-1})}C_0\frac{d}{d\varepsilon}[\varepsilon^{3/2}f_0], \tag{3.10}$$

где $\Theta_м = T_м/T$ — безразмерная магнонная температура, $\tau^{\mathbf{p}}_{ej} \equiv \tau_{ej}(\varepsilon_{\mathbf{p}} = T, \Theta_м = 1)$ — характерное время релаксации электронов по импульсу $(j = p, m)$, $C_0 = Vm^{3/2}/\,2^{1/2}\pi^2\hbar^2$ ($\sum\limits_{\mathbf{p}} \delta(\varepsilon - \varepsilon_{\mathbf{p}}) \equiv C_0\varepsilon^{1/2}$ — плотность состояний).

Для первого слагаемого в правой части (3.5) имеем

$$\sum_{\mathbf{p}} I_{ep}(f_0)\,\delta(\varepsilon - \varepsilon_{\mathbf{p}}) = \frac{1}{\tau^0_{ep}}\frac{d}{d\varepsilon}\left[\varepsilon^2\left(1 + T\frac{d}{d\varepsilon}\right)f_0\right]\frac{C_0}{T^{1/2}}, \tag{3.11}$$

$$\tau^0_{ep} = \frac{\pi\hbar^4\rho}{2^{1/2}E_D^2 m^{5/2}T^{1/2}}, \tag{3.12}$$

где τ^0_{ep} — электрон-фононное время релаксации по энергии.

Для второго слагаемого в правой части (3.5) находим

$$\sum_{\mathbf{p}} I_{em}(f_0)\,\delta(\varepsilon - \varepsilon_{\mathbf{p}}) = \nu^0_{em}\frac{d}{d\varepsilon}\left[\varepsilon^2\left(1 + T_м\frac{d}{d\varepsilon}\right)f_0\right]\frac{C_0}{T^{1/2}}, \tag{3.13}$$

$$\nu^0_{em} = \frac{4\pi m C_0 T^{1/2}}{3\hbar^2 T_м}\sum_{\mathbf{q}} |C^+_{0\mathbf{q}0}|^2\,|\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{q}}|^2\,N^0_{\mathbf{q}}(1 + N^0_{\mathbf{q}}), \tag{3.14}$$

где ν^0_{em} имеет смысл обратного времени электрон-магнонной релаксации по энергии.

Объединяя выражения (3.10), (3.11) и (3.13), получаем уравнение для $f_0(\varepsilon)$

$$\frac{d}{d\varepsilon}\left\{\varepsilon\left[\varepsilon - \mu_{\mathbf{u}}(T\varepsilon)^{1/2} + (\varepsilon^2_{\mathbf{E}} + T\varepsilon)\frac{d}{d\varepsilon}\right]f_0(\varepsilon)\right\} = 0, \tag{3.15}$$

где

$$\mu_{\mathbf{u}} = \frac{\varkappa_{\mathbf{u}}}{\Theta_м(1 + \delta^{-1})}, \quad \varkappa_{\mathbf{u}} = \frac{2e\mathbf{E}_0\cdot\mathbf{u}}{3T}\tau^0, \quad \tau^0 = \frac{\tau^0_{ep}}{1 + \delta_0},$$

$$\varepsilon^2_{\mathbf{E}} = \frac{2\,(eE_0v_e)^2}{3\,(\tau^{\mathbf{p}}_{emp}\tau^0)^{-1}}, \; v^2_e = \frac{T}{m}, \; \tau^{\mathbf{p}}_{emp} = \frac{\tau^{\mathbf{p}}_{ep}}{1 + \delta}, \; \delta_0 = \Theta_м\tau^0_{ep}\nu^0_{em}.$$

Решение уравнения (3.15) имеет вид

$$f_0(\varepsilon) = C_{\mathbf{E}}(\varepsilon + \mu_{\mathbf{E}}T)^{\mu}\mathrm{E}\exp\left\{-\frac{\varepsilon - \tilde{\varepsilon}}{T}\right\}, \tag{3.16}$$

$$\tilde{\varepsilon} = 2\mu_{\mathbf{u}}T\left[\left(\frac{\varepsilon}{T}\right)^{1/2} - \mu_{\mathbf{E}}^{1/2}\,\mathrm{arctg}\left(\frac{\varepsilon}{\mu_{\mathbf{E}}T}\right)^{1/2}\right], \tag{3.17}$$

где C_E — нормировочный множитель, а $\mu_E = \varepsilon_E^2/T^2$. Для дальнейшего удобно также ввести характерные поля E_{ej}, где $j = p, m$, и безразмерные поля $F_{ej}^2 = E_0/E_{ej}$

$$E_{ej}^2 = \frac{3mT}{2e^2\tau_{ej}^{p}\tau_{ep}^{0}},$$

$$\mu_E = \frac{F_{ep}^2}{(1+\delta)(1+\delta_0)}. \tag{3.18}$$

При $u = 0$ ($\tilde{\varepsilon} = 0$) функция распределения (3.16) имеет давыдовскую форму (см., например, [15, 16]). Дрейф магнонов способен существенно изменить энергетическое распределение электронов, так как функция (3.16) имеет максимум в точке $\varepsilon = \varepsilon_m \equiv \mu_u^3 T$. Для того, чтобы этот максимум давал главный вклад в кинетику электронов, необходимо выполнение неравенства $\mu_u^4/4(\mu_E + \mu_u^2) \gg 1$, что соответствует сильным электрическим полям (более точный критерий будет приведен ниже).

Далее будем рассматривать два случая, которые соответствуют низким $T_м \ll z\Theta_c$ и высоким $T_м > z\Theta_c$ магнонным температурам. В первом случае будем считать, что N_q^0 — распределение Планка с энергией магнона $\omega_q = q^2/2m_S$, а во втором случае $N_q^0 = T_м/\omega_q$, где ω_q дана формулой (2.9). Будем обозначать эти случаи буквами L и H соответственно, буквами L и H будем также отмечать некоторые величины. В случае L имеем

$$\lambda_{em} = \frac{\lambda_{em}^0}{\Theta_м^{7/2}},$$

$$\lambda_{em}^0 = \frac{4S^2\hbar}{\gamma}\left(\frac{\Theta_c}{T}\right)^{7/2}\varepsilon_a^{-1/2},$$

$$\varepsilon_a = \frac{\hbar^2}{2ma^2}, \tag{3.19}$$

$$\gamma = \frac{1}{(2\pi)^3}\left(\frac{T_0}{T_м}\right)^2\int_0^\infty \frac{dy\,y^{5/2}}{(T_0/T_м + y)^2}\frac{d}{dy}\frac{1}{1-e^y}, \tag{3.20}$$

$$T_0 = \frac{q_0^2}{2m_S} = \frac{m}{m_2}AS,$$

$$\delta = \frac{\lambda_{ep}}{\lambda_{em}} \equiv \delta_p\Theta_м^{7/2},$$

$$\delta_p = \frac{\lambda_{ep}}{\lambda_{em}^0}.$$

Для $A \sim \varepsilon_a$ температура $T_0 \sim z\Theta_c$, т. е. в случае L

$$T_{\text{м}} \ll T_0,$$

$$\gamma \simeq \frac{1}{(2\pi)^3}\,\Gamma\,(7/2)\,\zeta\,(5/2)\;\;0.018,$$

где $\Gamma\,(x)$ — функция, $\zeta\,(x)$ — ζ-функция.

В случае H находим

$$\lambda_{em} = \frac{\lambda^0_{em}}{\Theta^2_{\text{м}}},$$

$$\lambda^0_{em} = \frac{8\pi\hbar}{\gamma}\left(\frac{2\Theta_c}{A}\right)^2\frac{\varepsilon_a^{3/2}}{T^2},$$

$$\delta = \delta_{\text{p}}\Theta^2_{\text{м}}, \tag{3.21}$$

$$\gamma = \frac{1}{\pi^3}\int\limits_0^\pi dx\int\limits_0^\pi dy\int\limits_0^\pi dz\,\frac{X^4}{(X_0^2+X^2)^2\,\Omega^2_{\mathbf{X}}}, \tag{3.22}$$

$$\Omega_{\mathbf{X}} = 3 - \cos x - \cos y - \cos z,$$

$$\mathbf{X} = \frac{qa}{\hbar} \equiv \{x, y, z\}, \quad X_0 = \frac{q_0 a}{\hbar}.$$

В случае L время релаксации по энергии

$$\tau^0_{em} \equiv \frac{\Theta^{7/2}_{\text{м}}}{\nu^0_{em}} = \frac{3S^2}{\gamma_0}\frac{\hbar}{T}\left(\frac{\Theta_c}{T}\right)^{5/2}\left(\frac{\varepsilon_a}{T}\right)^{1/2}, \tag{3.23}$$

где

$$\gamma_0 = \frac{1}{(2\pi)^3}\left(\frac{T_0}{T_{\text{м}}}\right)^2\int\limits_0^\infty \frac{dy\,y^{7/2}}{(T_0/T_{\text{м}}+y)^2}\,\frac{d}{dy}\,\frac{1}{1-e^y}. \tag{3.24}$$

Так как в случае L

$$T_{\text{м}} \ll T_0,$$

то

$$\gamma_0 \simeq (2\pi)^{-3}\,\Gamma\,(9/2)\,\zeta\,(7/2) \simeq 0.045.$$

В случае H

$$\tau^0_{em} = \frac{\Theta^2_{\text{м}}}{\nu^0_{em}} = \frac{8\pi}{\gamma_0}\frac{\hbar}{T}\left(\frac{\varepsilon_a}{A}\right)^2\left(\frac{\varepsilon_a}{T}\right)^{1/2}, \tag{3.25}$$

$$\gamma_0 = \frac{1}{\pi^3}\int\limits_0^\pi dx\int\limits_0^\pi dy\int\limits_0^\pi dz\,\frac{X^4}{(X_0^2+X^2)^2}\,\frac{\sin^2 x}{\Omega^2_{\mathbf{X}}}. \tag{3.26}$$

Сравним вклады от рассеяния электронов на магнонах и фононах. Так как электрон-магнонные времена релаксации убывают с уменьшением температуры быстрее соответствующих электрон-фононных времен, то при низких температурах основной является электрон-фононная релаксация (электрон-примесные столкновения могут быть существенными, но для простоты не рассматриваются). Характерные температуры, при которых в случае L сравниваются времена релаксации по импульсу и по энергии, равны соответственно

$$T_{\mathrm{p}}^{L} = \Theta_c \left[\frac{2}{\pi\gamma} \frac{\Theta_c}{M_c u_l^2} \left(\frac{SE_D}{\varepsilon_a} \right)^2 \right]^{1/3}, \tag{3.27}$$

$$T_{\varepsilon}^{L} = \Theta_c \left[\frac{3}{\pi\gamma_0} \frac{m_S}{M_c} \left(\frac{SE_D}{\varepsilon_a} \right)^2 \right]^{1/4}, \tag{3.28}$$

где $M_c = \rho a^3$ — масса элементарной ячейки кристалла.

В случае H имеем

$$T_{\mathrm{p}}^{H} = \Theta_c \frac{16}{\gamma} \frac{\Theta_c}{M_c u_l^2} \left(\frac{E_D}{A} \right)^2, \tag{3.29}$$

$$T_{\varepsilon}^{H} = \Theta_c \frac{8}{\gamma_0} \frac{m_S}{M_c} \left(\frac{E_D}{A} \right)^2. \tag{3.30}$$

Так как температуры T_{p}^{L} и T_{ε}^{L} не совпадают соответственно с T_{p}^{H} и T_{ε}^{H}, то для оценок имеет смысл ввести средние температуры $\tilde{T}_{\mathrm{p}} = (T_{\mathrm{p}}^{L} T_{\mathrm{p}}^{H})^{1/2}$ и $\tilde{T}_{\varepsilon} = (T_{\varepsilon}^{L} T_{\varepsilon}^{H})^{1/2}$. Как показывают оценки для EuO (они приведены ниже), при низких магнонных температурах ($T_{\text{м}} \ll z\Theta_c$) релаксация электронов по импульсу происходит в основном на фононах ($\delta < 1$), а при $T_{\text{м}} > z\Theta_c$ на магнонах ($\delta > 1$). Для энергетической релаксации электронов во всей ферромагнитной области электрон-магнонные столкновения несущественны, поэтому для простоты будем ими пренебрегать, т. е. в дальнейшем полагаем, что

$$\tau^0 = \tau^0_{mp}, \quad \mu_E = \frac{F_{ep}^2}{1 + \delta}. \tag{3.31}$$

Для оценок будем использовать следующие параметры полупроводника типа EuO: $T_c = 69$ K, $J_S = 2.4$ K, $A = 0.15$ эВ, $S = 7/2$, $m = m_0$, $a = 5 \cdot 10^{-8}$ см, $\rho = 5.2$ г/см^3, $u_l = 3 \cdot 10^5$ см/с, $E_D = 5$ эВ. Для этих параметров находим: $\Theta_c = 8.4$ K, $\varepsilon_a = 1.77 \cdot 10^3$ K, $T_0 = 29$ K, $AS = 6.1 \cdot 10^3$ K, $m_S = 210 m_0$, $\tilde{T}_{\mathrm{p}} = 27$ K, $\tilde{T}_{\varepsilon} = 127$ K, $\Theta_D = \hbar u_l / a = 46$ K, $\gamma^H = 0.073$, $\gamma_0^H = 0.034$.

Для нахождения квазистационарного тока, линейного отклика на высокочастотное электромагнитное поле (малосигнальную проводимость) и токовых флуктуаций нетрудно модифицировать соответствующие результаты для обычных полупроводников [15, 16], а также при необходимости учесть аналогичным образом рассеяние на примесях и оптических фононах [17, 18]. Для полного решения этих задач из уравнения баланса энергии и импульса для магнонов необходимо найти магнонную температуру $T_{\text{м}}$ и дрейфовую скорость $\mathbf{u}$, что определит наблюдаемые зависимости соответствующих величин от электрического поля $\mathbf{E}_0$ температуры T и параметров полупроводника.

4. Уравнения баланса энергии и импульса для магнонов

Как уже отмечалось, кинетику магнонов будем описывать с помощью уравнений баланса энергии и импульса, которые имеют вид

$$\sum_{\mathbf{q}} \omega_{\mathbf{q}} \hat{D} N_{\mathbf{q}} = Q_{me} + Q_{mp} \equiv Q, \tag{4.1}$$

$$\sum_{\mathbf{q}} \mathbf{q} \hat{D} N_{\mathbf{q}} = \mathbf{P}_{me} + \mathbf{P}_{mp} + \mathbf{P}^{U}_{mm} + \mathbf{P}_{mi} \equiv \mathbf{P}, \tag{4.2}$$

где $\hat{D} = \partial/\partial t + \mathbf{w}_{\mathbf{q}} \cdot \nabla$, функция распределения магнонов $N_{\mathbf{q}}$ имеет квазиравновесную форму (2.7) с $\mu_m = 0$ (за счет интенсивных четырех- и трехмагнонных столкновений), а величины

$$Q_{mj} = \sum_{\mathbf{q}} \omega_{\mathbf{q}} I_{mj}, \quad \mathbf{P}_{mj} = \sum_{\mathbf{q}} \mathbf{q} I_{mj},$$

имеющие смысл скорости обмена энергией и импульсом в электрон-магнон-фононной системе, определены формулами

$$Q_{me} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\mathbf{k}\mathbf{k}', \mathbf{q}\mathbf{q}'} |C(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q}, \mathbf{q}')|^2 \delta^{\mathbf{k}+\mathbf{q}}_{\mathbf{k}'+\mathbf{q}'} [\omega_{\mathbf{q}'} - \omega_{\mathbf{q}}] \times$$

$$\times f_{\mathbf{k}} (1 - f_{\mathbf{k}'}) N_{\mathbf{q}} (1 + N_{\mathbf{q}'}) \delta (\Delta^{\mathbf{k}\mathbf{q}}_{\mathbf{k}'\mathbf{q}'}), \tag{4.3}$$

$$\mathbf{P}_{me} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q}, \mathbf{q}'} |C(\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q}, \mathbf{q}')|^2 \delta^{\mathbf{k}+\mathbf{q}}_{\mathbf{k}'+\mathbf{q}'} (\mathbf{q}' - \mathbf{q}) \times$$

$$\times f_{\mathbf{k}} (1 - f_{\mathbf{k}'}) N_{\mathbf{q}} (1 + N_{\mathbf{q}'}) \delta (\Delta^{\mathbf{k}\mathbf{q}}_{\mathbf{k}'\mathbf{q}'}), \tag{4.4}$$

$$Q_{mp} = -\frac{2\pi}{\hbar} \sum_{1, 2, 3, 4, \mathbf{k}} |B(1, 2, 3, 4, \mathbf{k})|^2 \delta^{1+2-\mathbf{k}}_{3+4} \nu_{\mathbf{k}} \times$$

$$\times G(1, 2, 3, 4, \mathbf{k}) \delta (\Delta^{12}_{34\mathbf{k}}), \tag{4.5}$$

$$\mathbf{P}_{mp} = -\frac{2\pi}{\hbar} \sum_{1, 2, 3, 4, \mathbf{k}} |B(1, 2, 3, 4, \mathbf{k})|^2 \delta^{1+2-\mathbf{k}}_{3+4} \mathbf{k} \times$$

$$\times G(1, 2, 3, 4, \mathbf{k}) \delta (\Delta^{12}_{34\mathbf{k}}), \tag{4.6}$$

$$\mathbf{P}^{U}_{mm} = \frac{4\pi}{\hbar} \sum_{1, 2, 3, \mathbf{q}, \mathbf{g}} \left| \frac{J_S}{4N} V(1, 2, 3, 4) \right|^2 \delta^{1+2}_{3+\mathbf{q}+\mathbf{g}} \delta (D^{12}_{3\mathbf{q}}) \times$$

$$\times\ \mathbf{q}G(1, 2, 3, \mathbf{q})\left[1-\exp\left\{-\frac{\mathbf{u}\cdot\mathbf{q}}{T_{\text{м}}}\right\}\right], \tag{4.7}$$

$$\mathbf{P}_{mi} = -\frac{2\pi}{\hbar}\sum_{\mathbf{k},\mathbf{q}} |\Phi_{\mathbf{k},\mathbf{k}-\mathbf{q}}|^2\, \mathbf{q}N_{\mathbf{q}}(1+N_{\mathbf{k}-\mathbf{q}})\,\delta(\omega_{\mathbf{k}}-\omega_{\mathbf{k}-\mathbf{q}}). \tag{4.8}$$

Уравнения (4.1) и (4.2) представляют собой систему уравнений для магнонной температуры $T_{\text{м}}(\mathbf{r}, t)$ и дрейфовой скорости магнонов $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$.

При сделанных выше предположениях относительно электронов, магнонов и фононов (см. раздел 2) имеем

$$Q_{me} = VnT\nu^0_{em}\left[\frac{\langle\varepsilon^{3/2}\rangle}{T^{3/2}} - 2\Theta_{\text{м}}\frac{\langle\varepsilon^{1/2}\rangle}{T^{1/2}}\right], \tag{4.9}$$

$$\mathbf{P}_{me} = \frac{Vne\mathbf{E}_0}{1+\delta^{-1}} - \frac{2}{3}\frac{m\mathbf{u}}{1+\delta}\frac{T^{1/2}}{\Theta_{\text{м}}\lambda_{em}}\frac{\langle\varepsilon^{3/2}\rangle}{T^{3/2}}, \tag{4.10}$$

$$\langle\varepsilon^\alpha\rangle = \frac{1}{nV}\sum_{\mathbf{p}}\varepsilon^\alpha_{\mathbf{p}}f_{\mathbf{p}},$$

где величины ν^0_{em}, λ_{em} и δ вычислены в предыдущем параграфе для случаев низких и высоких магнонных температур $T_{\text{м}}$ (L и H). Приведем также выражения для $\mathbf{P}^U_{mm}$ и $\mathbf{P}_{mi}$.

В случае L имеем

$$\mathbf{P}^U_{mm} = -\frac{V}{a^3}\frac{m_S\mathbf{u}\Theta^3_{\text{м}}}{\tau^U_{mm}}\exp\left\{\gamma_L\frac{\Theta_c}{T}\left(1-\frac{1}{\Theta_{\text{м}}}\right)\right\}, \tag{4.11}$$

$$\tau^U_{mm} = \frac{1}{2\varkappa_L}\frac{\hbar}{T}\left(\frac{\Theta_c}{T}\right)^2\exp\left\{\gamma_L\frac{\Theta_c}{T}\right\}, \tag{4.12}$$

$$\mathbf{P}_{mi} = -\frac{V}{a^3}\frac{m_S\mathbf{u}\Theta^4_{\text{м}}}{\tau^{\mathbf{p}}_{mi}}, \tag{4.13}$$

$$\frac{1}{\tau^{\mathbf{p}}_{mi}} = c_i\frac{\pi}{135}\frac{T}{\hbar}\left(\frac{T}{\Theta_c}\right)^3\left[1+\frac{c_p}{c_i}\frac{15}{32\pi^2}\left(\frac{\Sigma J_{S\Sigma}}{T}\right)^2\frac{1}{\Theta^2_{\text{м}}}\right], \tag{4.14}$$

где $\gamma_L = \pi^2/2$ (согласно [10], 28.3), $\varkappa_L$ — число, c_p и c_d — концентрация парамагнитных и диамагнитных примесей соответственно, $c_i = c_p + c_d$ (считается, что концентрация примесей мала $|f_{p,d}|^2\, c_{p,d}/N$ [14]).

В случае H имеем

$$\mathbf{P}^U_{mm} = -\frac{V}{a^3}\frac{m_S\mathbf{u}\Theta^3_{\text{м}}}{\tau^U_{mm}}, \tag{4.15}$$

$$\tau^U_{mm} = \frac{1}{\varkappa_H}\frac{4S^2}{\pi^3}\frac{\hbar}{T}\left(\frac{\Theta_c}{T}\right)^2, \tag{4.16}$$

$$\mathbf{P}_{mi} = -\frac{V}{a^3}\frac{m_S\mathbf{u}\Theta_{\text{м}}}{\tau^{\mathrm{p}}_{mi}}, \tag{4.17}$$

$$\frac{1}{\tau^{\mathrm{p}}_{mi}} = \frac{T}{12\pi\hbar}\left[\frac{\pi^4}{9}c_i + \left(\frac{\Sigma J_{S\Sigma}}{2\Theta_c}\right)^2 c_p\right], \tag{4.18}$$

где $\varkappa_H$ — число.

Вычислим теперь величины Q_{mp} и $\mathbf{P}_{mp}$. Выражения для них существенно упрощаются при выполнении неравенства

$$\frac{T}{\Theta_D}\left(\frac{\Theta_c}{T_{\text{м}}}\right)^{1/2} \ll 1. \tag{4.19}$$

В этом случае фононный импульс $\mathbf{k}$ меньше магнонного $\mathbf{q}$ $(k/q \sim (T\Theta_c)^{1/2}/\Theta_D\Theta_{\text{м}}^{1/2})$ и можно пренебречь им по сравнению с $\mathbf{q}_i$, а также величиной $|\omega_{\mathbf{q}_i\pm\mathbf{k}} - \omega_{\mathbf{q}_i}|$ по сравнению с $\nu_{\mathbf{k}}$ [3]. Тогда для амплитуды $B(1, 2, 3, 4, \mathbf{k})$ имеем

$$B(1, 2, 3, 4, \mathbf{k}) = B^{4mp}_{\mathbf{k}} V(1, 2, 3, 4)\,\Phi(4, 1\hat{\mathbf{k}}),$$

$$\Phi(4, 1, \hat{\mathbf{k}}) = \varphi(4, \hat{\mathbf{k}}) - \varphi(1, \hat{\mathbf{k}}),$$

$$\varphi(\mathbf{q}, \hat{\mathbf{k}}) \equiv \varphi(\mathbf{q}, \mathbf{q}, \hat{\mathbf{k}}) = a^2q^2\hbar^{-2}\,[\beta_1(\hat{\mathbf{q}}\cdot\hat{\mathbf{k}})^2 + \beta_2],$$

$$B^{4mp}_{\mathbf{k}} = (B/\nu_{\mathbf{k}})^{1/2}, \quad B = \hbar^2/(2^5u_l^2m_S^4S^2a^2V^3\rho). \tag{4.20}$$

Учитывая сказанное, проинтегрируем в (4.5) по $\nu_{\mathbf{k}}$ $\left(\int d\mathbf{k} = u_l^{-3} \times \times \int d\hat{\mathbf{k}} \int d\nu_{\mathbf{k}}\nu_{\mathbf{k}}^2\right)$ и получим следующее выражение для Q_{mp}:

$$Q_{mp} = -\frac{2\pi}{\hbar}\left[\frac{V}{(2\pi\hbar)^3}\right]^4 \frac{B}{u_l^3}\int d\mathbf{q}_1 d\mathbf{q}_2 d\mathbf{q}_3 d\hat{\mathbf{k}} \times$$

$$\times |V(1, 2, 3, 1+2-3)\,\Phi(1+2-3, 1, \hat{\mathbf{k}})|^2\,\Omega^2 G(\Omega), \tag{4.21}$$

где

$$\Omega = \omega_1 + \omega_2 - \omega_3 - \omega_{1+2+3},$$

$$G(\Omega) = G(1, 2, 3, 1+2-3, \hat{\mathbf{k}})|_{\nu_{\mathbf{k}}=\Omega},$$

$$G(1, 2, 3, 4, \mathbf{k}) = N_1^0N_2^0(1+N_3^0)(1+N_4^0)(1+n_{\mathbf{k}}) \times$$

$$\times\left[1-\exp\left\{\frac{\nu_{\mathbf{k}}}{T_{\text{м}}}(1-\Theta_{\text{м}})\right\}\right].$$

Запишем теперь окончательное выражение для мощности Q_{mp}, полагая $n_{\mathbf{k}}=T/\nu_{\mathbf{k}}$. В случае L

$$Q_{mp}=-\frac{V}{a^3}\frac{T}{\tau^0_{mp}}\Theta_{\text{м}}^{19/2}(\Theta_{\text{м}}-1), \tag{4.22}$$

$$\tau^0_{mp}=\frac{2\pi}{\varkappa^0_L}\frac{\hbar S^2}{T}\frac{M_c u_l^2}{T}\left(\frac{\Theta_D}{T}\right)^3\left(\frac{\Theta_c}{T}\right)^{9/2}, \tag{4.23}$$

где $\varkappa^0_L$ — число. В случае H

$$Q_{mp}=-\frac{V}{a^3}\frac{T}{\tau^0_{mp}}\Theta_{\text{м}}^{3}(\Theta_{\text{м}}-1), \tag{4.24}$$

$$\tau^0_{mp}=\frac{8\pi}{\varkappa^0_H}\frac{\hbar}{T}\frac{M_c u_l^2}{T}\frac{\Theta_D}{T}\left(\frac{\Theta_D}{J_S}\right)^2, \tag{4.25}$$

где $\varkappa^0_H$ — число. Скорость передачи импульса $\mathbf{P}_{mp}$ вычисляется при тех же предположениях, что и Q_{mp}.

Ограничиваясь при разложении $N_{\mathbf{q}}$ линейными по $\mathbf{u}$ слагаемыми, находим в случаях L и H соответственно

$$\mathbf{P}_{mp}=-\frac{V}{a^3}\frac{m_S\mathbf{u}}{\tau^{\mathbf{P}}_{mp}}\Theta_{\text{м}}^{19/2}, \tag{4.26}$$

$$\mathbf{P}_{mp}=-\frac{V}{a^3}\frac{m_S\mathbf{u}}{\tau^{\mathbf{P}}_{mp}}\Theta_{\text{м}}^{3}, \tag{4.27}$$

$$\tau^{\mathbf{P}}_{mp}\simeq 3\frac{m_S u_l^2}{T}\tau^0_{mp}, \tag{4.28}$$

где τ^0_{mp} дано либо формулой (4.23), либо формулой (4.25). Заметим, что выражения для $\mathbf{P}_{mp}$ приведены для полноты, так как в скорость передачи импульса $\mathbf{P}$ основной вклад дают величины $\mathbf{P}^U_{mm}$ и $\mathbf{P}_{mi}$, которые также превосходят второе слагаемое в формуле (4.10) для $\mathbf{P}_{me}$.

Остается явно учесть разогрев электронов в выражении (4.9) для Q_{me}. Так как вычислить величины $\langle\varepsilon^\alpha\rangle$ с функцией (3.16) не удается, приведем выражения для Q_{mej} в трех случаях ($j=1,2,3$)

$$1)\ \mu_{\mathrm{E}}\ll 1,\quad \mu_{\mathbf{u}}\ll 1, \tag{4.29}$$

$$2)\ \mu_{\mathrm{E}}>1,\quad \mu_{\mathbf{u}}/\mu_{\mathrm{E}}^{1/4}\ll 1, \tag{4.30}$$

$$3)\ \mu_{\mathrm{u}}^4/4\,(\mu_{\mathrm{E}} + \mu_{\mathrm{u}}^2) >> 1. \tag{4.31}$$

Случаи 1 и 2 отвечают слабому и сильному разогреву электронов. Случай 3 характеризуется сильным увлечением электронов магнонами. Критерии на области электрических полей E_0, электронных концентраций n и температур T, для которых реализуется тот или иной режим разогрева, будут приведены ниже после вычисления $T_{\text{м}}$ и $\mathbf{u}$.

Мощности Q_{mej} имеют форму (в случаях L и H)

$$Q_{mej} = \frac{VT}{a^3}\frac{h_j}{\tau_{emj}^{0n}}\begin{cases}\Theta_{\text{м}}^{7/2}, & T_{\text{м}} << z\Theta_c, \\ \Theta_{\text{м}}, & T_{\text{м}} > z\Theta_c.\end{cases} \tag{4.32}$$

В формулах (4.32) введены следующие обозначения:

$$\tau_{emj}^{0n} = \tau_{emj}^{0}/na^3,$$

$$h_jT^{3/2} \equiv \langle\varepsilon^{3/2}\rangle_j - 2T_{\text{м}}\langle\varepsilon^{1/2}\rangle_j,$$

$$\tau_{em1}^{0} = \frac{\pi^{1/2}}{4}\tau_{em}^{0},$$

$$\tau_{em2}^{0} = \frac{2^{1/4}\Gamma\,(3/4)}{\pi^{1/2}}\tau_{em}^{0},$$

$$\tau_{em3}^{0} = \tau_{em}^{0},$$

$$h_1 = \frac{1}{2}\mu_{\mathrm{E}} - \vartheta,$$

$$h_2 = \mu_{\mathrm{E}}^{3/4}\left(1 - \frac{2^{3/2}}{\pi^{1/2}}\frac{\Theta_{\text{м}}}{\mu_{\mathrm{E}}^{1/2}}\right),$$

$$h_3 = \mu_{\mathrm{u}}^3\left(1 - 2\frac{\Theta_{\text{м}}}{\mu_{\mathrm{u}}^2}\right).$$

В случае слабого разогрева электронов ($j = 1$) считается, что и магноны греются слабо: $\vartheta \equiv \Theta_{\text{м}} - 1 << 1$. Сильному разогреву электронов ($j = 2$) соответствует функция распределения Дрювестейна $f_0(\varepsilon) = C_{\mathrm{E}}\exp\left\{-\varepsilon^2/2\mu_{\mathrm{E}}T\right\}$. В случае сильного увлечения электронов магнонами ($j = 3$) функция распределения (3.16) имеет резкий максимум в точке $\varepsilon = \varepsilon_m \equiv \mu_{\mathrm{u}}^2T$, поэтому величины $\langle\varepsilon^{\alpha}\rangle$ вычислены методом Лапласа с учетом того, что основной вклад в соответствующие интегралы дает указанный максимум, т. е. фактически функция (3.16) заменяется функцией вида

$$f_0(\varepsilon) = C_{\mathrm{E}}\exp\left\{-\frac{(\varepsilon - \mu_{\mathrm{u}}^2T)^2}{4T^2(\mu_{\mathrm{E}} + \mu_{\mathrm{u}}^2)}\right\}, \tag{4.33}$$

нижний предел интегрирования по энергии отодвигается на $-\infty$, а для функции, которая интегрируется с функцией $f_0(\varepsilon)$, берется ее значение в точке $\varepsilon = \varepsilon_m$.

Итак, правые части уравнений (4.1) и (4.2) вычислены. В линейном по $\mathbf{u}$ приближении уравнения (4.1) и (4.2) принимают форму

$$\frac{\partial \in}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}\tilde{C}\Theta_{\text{м}}) = \frac{a^3}{VT} Q, \tag{4.34}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{u}\tilde{D}) + T\nabla\tilde{\in} = \frac{a^3}{V}\mathbf{P}. \tag{4.35}$$

Здесь

$$\in = \frac{1}{TN}\sum_{\mathbf{q}} \omega_{\mathbf{q}} N^0_{\mathbf{q}},$$

$$\tilde{\in} = \frac{1}{3TN}\sum_{\mathbf{q}} \mathbf{q} \cdot \mathbf{w}_{\mathbf{q}} N^0_{\mathbf{q}},$$

$$\tilde{C} = \frac{\partial \tilde{\in}}{\partial \Theta_{\text{м}}}, \quad \tilde{D} = \Theta_{\text{м}} \frac{\partial \tilde{N}}{\partial \Theta_{\text{м}}},$$

$$\tilde{N} = \frac{1}{3N}\sum_{\mathbf{q}} \frac{q^2}{\omega_{\mathbf{q}}} N^0_{\mathbf{q}}.$$

В случаях низких и высоких магнонных температур (L и H) имеем

$$\tilde{C}_d = \alpha_d C_d, \ \tilde{\in}_d = \alpha_d \in_d, \ \tilde{D}_d = M_d D_d, \ C_d = d\in_d / d\Theta_{\text{м}},$$

где для $d = L, H$ находим

$$\alpha_L = \frac{2}{3}, \quad \alpha_H \equiv \alpha,$$

$$M_L = \frac{4}{15}\frac{\zeta(3/2)}{\zeta(5/2)} m_S, \quad M_H = \frac{\beta T}{c_m^2},$$

$$\alpha = \frac{1}{\pi^3}\int_0^\pi dx \int_0^\pi dy \int_0^\pi dz \frac{x \sin x}{\Omega_{\mathbf{x}}} 0.37,$$

$$\beta = \frac{1}{\pi^3}\int_0^\pi dx \int_0^\pi dy \int_0^\pi dz \frac{x^2}{\Omega^2_{\mathbf{x}}} \ 0.46,$$

$$C_L = \Theta_{\text{м}}^{3/2} C_T, \ \in_L = \Theta_{\text{м}}^{5/2} \in_T, \ D_L = C_L,$$

$$C_H = 1, \quad \in_H = \Theta_{\text{м}}, \quad D_H = \Theta_{\text{м}},$$

$$\in_T = \frac{2}{5} C_T, \quad C_T = \frac{15\zeta(5/2)}{32\pi^{3/2}} \left(\frac{T}{\Theta_c}\right)^{3/2}, \tag{4.36}$$

$c_m = \hbar / a m_S$ — величина, имеющая размерность скорости. Величины Q и $\mathbf{P}$ даются соответствующими выражениями, вычисленными выше в случаях L и H.

Как показывают оценки, основной вклад в скорость релаксации импульса дает величина $\mathbf{P}_{mm}^U$ (при очень низких температурах и больших концентрациях примесей существенна также скорость $\mathbf{P}_{mi}$), поэтому для простоты далее полагаем, что

$$\mathbf{P} \simeq \frac{Vne\mathbf{E}_0}{1 + \delta^{-1}} + \mathbf{P}_{mm}^U. \tag{4.37}$$

5. Стационарное состояние электрон-магнонной системы

Рассмотрим пространственно-однородное стационарное состояние электронов и магнонов в постоянном электрическом поле $\mathbf{E}_0$. В этой ситуации из (4.35) и (4.37) следует, что дрейфовая скорость магнонного газа $\mathbf{u}_s$ (стационарные значения $\mathbf{u}$, $\Theta_м$ и δ обозначаем индексом s) равна

$$\mathbf{u}_s = \frac{ena^3 \tau_{mm}^U h(\Theta_{sм})}{m_S \Theta_{sм}^3 (1 + \delta_s^{-1})} \mathbf{E}_0, \tag{5.1}$$

где в случае H

$$h(\Theta_м) = 1,$$

а в случае L

$$h(\Theta_м) = \exp\left\{-\gamma_L \frac{\Theta_c}{T} \left(1 - \frac{1}{\Theta_м}\right)\right\}. \tag{5.2}$$

Таким образом, обнаруживаем эффект увлечения магнонов электронами. В случае электронов и фононов аналогичный эффект называют эффектом Гуревича [19]. Как видно из формул (5.1), (5.2), данный эффект существенно зависит от разогрева магнонов: эффект может быть заметным при низких температурах, если в сильном электрическом поле $\mathbf{E}_0$ магноны греются не очень сильно $\Theta_{Sм} - 1 \sim 1$. При высоких температурах эффект, по-видимому мал, $(\tau_{mm}^U \sim 10^{-11}/\varkappa_H$ с). Вычислим теперь плотность тока

$$\mathbf{J} = \frac{e}{mV} \sum_{\mathbf{p}} \mathbf{p} f_a(\mathbf{p}). \tag{5.3}$$

Как видно из формулы (3.4) для f_a, ток $\mathbf{J}$ складывается из двух частей: обычного тока $\mathbf{J}_0$, обусловленного дрейфом носителей в поле $\mathbf{E}_0$, и тока $\mathbf{J}_\mathbf{u}$, связанного с увлечением электронов магнонами

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_0 + \mathbf{J}_\mathbf{u}. \tag{5.4}$$

Здесь

$$\mathbf{J}_0 = \frac{2ne^2\tau^\mathbf{p}}{3m} \mathbf{E}_0, \tag{5.5}$$

$$\mathbf{J}_{\mathbf{u}} = en\,\frac{2\bar{\varepsilon}}{3T_{\text{м}}}\,\mathbf{u}, \tag{5.6}$$

где

$$\tau^{\mathrm{p}} = \tau^{\mathrm{p}}_{emp}\left\langle\frac{T^{1/2}}{\varepsilon^{1/2}}\right\rangle, \quad \bar{\varepsilon} \equiv \langle\varepsilon\rangle. \tag{5.7}$$

Как и в предыдущем параграфе, вычислим величины $\langle\varepsilon^{-1/2}\rangle_j$ и $\bar{\varepsilon}_j$ в трех случаях ($j = 1, 2, 3$), определенных неравенствами (4.29)—(4.31). Тогда формулы для $\mathbf{J}_0$ и $\mathbf{J}_{\mathbf{u}}$ примут вид (формулы для $\mathbf{J}_{\mathbf{u}}$, согласно (5.6), определяют также среднюю энергию электронов $\bar{\varepsilon}$)

$$1)\ \ \mathbf{J}_0 = \mathbf{E}_0\,\frac{4ne^2\tau^{\mathrm{p}}_{emp}}{3\pi^{1/2}m}\left[1 - 2\,(1 - \ln 2)\,\mu_{\mathrm{E}} - \left(\frac{4}{\pi^{1/2}} - \pi^{1/2}\right)\mu_{\mathbf{u}}\right], \tag{5.8}$$

$$\mathbf{J}_{\mathbf{u}} = \frac{en\mathbf{u}}{\Theta_{\text{м}}}\left[1 + \frac{2}{3}\mu_{\mathrm{E}} + \frac{4}{3\pi^{1/2}}\mu_{\mathbf{u}}\right], \tag{5.9}$$

$$2)\ \ \mathbf{J}_0 = \frac{2^{3/4}\pi^{1/2}}{3\Gamma(3/\,4)}\,\frac{ne^2\tau^{\mathrm{p}}_{emp}}{m\mu_{\mathrm{E}}^{1/4}}\,\mathbf{E}_0, \tag{5.10}$$

$$\mathbf{J}_{\mathbf{u}} = \frac{2^{3/2}\Gamma\,(5/4)}{3\Gamma\,(3/4)}\,\frac{\mu_{\mathrm{E}}^{1/2}}{\Theta_{\text{м}}}\,en\mathbf{u}, \tag{5.11}$$

$$3)\ \ \mathbf{J}_0 = \frac{2ne^2\tau^{\mathrm{p}}_{emp}}{3m\mu_{\mathbf{u}}}\,\mathbf{E}_0, \tag{5.12}$$

$$\mathbf{J}_{\mathbf{u}} = \frac{2\mu_{\mathbf{u}}^2}{3\Theta_{\text{м}}}\,en\mathbf{u}, \tag{5.13}$$

где

$$\mu_{\mathrm{E}} = \frac{F_{ep}^2}{1+\delta},\ \mu_{\mathbf{u}} = \frac{F_m^2 h\,(\Theta_{\text{м}})}{\Theta_{\text{м}}^4\,(1+\delta^{-1})^2},$$

$$\mathbf{F}_m = \frac{\mathbf{E}_0}{E_m},\ E_m^2 = \frac{3m_sT}{2e^2na^3\tau^{U}_{mm}\tau^{0}_{ep}}, \tag{5.14}$$

$$\delta = \delta_{\mathrm{p}}\,\Theta_{\text{м}}^{7/2},\ \delta_{\mathrm{p}} = (T/T^{L}_{\mathrm{p}})^3.$$

Для получения окончательных формул для стационарных величин $\mathbf{u}$, $\mathbf{J}_0$ и $\mathbf{J}_{\mathbf{u}}$ необходимо найти соответствующие выражения для $\Theta_{s\text{м}}$ из стационарного уравнения (4.35) с учетом формул (4.21) и (4.32) для Q_{mp} и Q_{mej} (для случаев L и H, в которых может реализоваться как слабый $\Theta_{s\text{м}} - 1 < 1$, так и сильный разогрев магнонов $\Theta_{s\text{м}} \gg 1$).

Итак, в случае L имеем

$$1)\ \Theta_{s\,\mathrm{M}} \equiv 1 + \vartheta_s, \quad \delta \simeq \delta_{\mathrm{p}} \ll 1,$$

$$\vartheta_s = \frac{(1/2)\, F_{ep}^2 + (3\pi^{1/2}/8)\, F_{m1}^2}{1 + \tilde{n}_1^{-1}}, \tag{5.15}$$

$$2)\ \tilde{\varepsilon} \simeq \mu_{\mathrm{E}}^{1/2} T,$$

$$\tilde{n}_2 \mu_{\mathrm{E}}^{3/4} \left(1 - \frac{2^{3/2}}{\pi^{1/2}} \frac{\Theta_{s\,\mathrm{M}}}{\mu_{\mathrm{E}}^{1/2}} \right) - \Theta_{s\,\mathrm{M}}^6 (\Theta_{s\,\mathrm{M}} - 1) = 0, \tag{5.16}$$

$$\mathrm{a)}\ \delta < 1,\ \Theta_{s\,\mathrm{M}} - 1 \sim 1,\ \mu_{\mathrm{E}} \simeq F_{ep}^2,$$

$$\Theta_{s\,\mathrm{M}} \simeq \tilde{n}_2^{1/6} F_{ep}^{1/4}, \tag{5.17}$$

$$\mathrm{b)}\ \delta \ll 1, \quad \Theta_{s\,\mathrm{M}} \gg 1, \quad \mu_{\mathrm{E}} \simeq F_{ep}^2,$$

$$\Theta_{s\,\mathrm{M}} \simeq \tilde{n}_2^{1/7} F_{ep}^{3/14}, \tag{5.18}$$

$$\mathrm{c)}\ \delta > 1, \quad \Theta_{s\,\mathrm{M}} \gg 1, \quad \mu_{\mathrm{E}} \simeq F_{em}^2 / \Theta_{s\,\mathrm{M}}^{7/2},$$

$$\Theta_{s\,\mathrm{M}} \simeq \tilde{n}_2^{8/77} F_{em}^{12/77},$$

$$\bar{\varepsilon} \simeq \tilde{n}_2^{-2/11} F_{em}^{8/11} T, \tag{5.19}$$

$$3)\ \bar{\varepsilon} = \mu_{\mathrm{u}}^2 T,$$

$$\tilde{n}_3 \mu_{\mathrm{u}}^3 \left(1 - \frac{2\Theta_{s\,\mathrm{M}}}{\mu_{\mathrm{u}}^2} \right) - \Theta_{s\,\mathrm{M}}^6 (\Theta_{s\,\mathrm{M}} - 1) = 0, \tag{5.20}$$

$$\delta \gg 1, \quad \Theta_{s\,\mathrm{M}} \gg 1, \quad \mu_{\mathrm{u}} \simeq \tilde{n}_3^{-1/3} \Theta_{s\,\mathrm{M}}^{7/3},$$

$$\Theta_{s\,\mathrm{M}} \simeq \tilde{n}_3^{1/19} F_{m2}^{6/19},$$

$$h(\Theta_{s\,\mathrm{M}}) \simeq h_c \equiv \exp\left\{ -\gamma_L \frac{\Theta_c}{T} \right\},$$

$$\mu_{\mathrm{E}} \simeq \tilde{n}_3^{7/38} F_{m3}^{17/19}, \quad \mu_{\mathrm{u}}^2 = \tilde{n}_3^{-8/19} F_{m2}^{28/19}. \tag{5.21}$$

Здесь введены безразмерные концентрации $\tilde{n}_j = n/n_j$ и поля $\mathrm{E}_{ml} = \mathrm{E}_0/E_{ml}$ $(l = 1, 2, \ldots)$, где

$$n_j = \frac{1}{a^3} \frac{\tau_{emj}^0}{\tau_{mp}^0}, \quad E_{m1} = E_m/\delta_{\mathrm{p}},$$

$$E_{m2} = E_m/h_c^{1/2}, \quad E_{m3} = E_{em}\left(\frac{E_{em}}{E_{m2}}\right)^{21/17}.$$

Запишем теперь критерии разогрева электронов и магнонов согласно (4.29)—(4.31) и (5.15)—(5.21)

$$1)\ F_{ep}^2 \ll 1, \quad F_{m1}^2 \ll 1, \tag{5.22}$$

$$2a)\ F_{ep}^2 \gg 1, \tag{5.23}$$

$$2b)\ F_{ep}^{3/14} \gg 1, \tag{5.24}$$

$$2c)\ F_{em}^{12/77} \gg 1, \tag{5.25}$$

$$3)\ \frac{F_{m4}^{38/19}}{4\tilde{n}_3^{25/38}\,(1 + F_{m5}^{11/19}/\tilde{n}_3^{9/19}} \gg 1, \tag{5.26}$$

где

$$E_{m4} = E_{m2} = \left(\frac{E_{m2}}{E_{em}}\right)^{28/39}, \quad E_{m5} = E_{m2}\left(\frac{E_{m2}}{E_{em}}\right)^{38/11}.$$

Реализация описанных выше режимов разогрева и увлечения электронов и магнонов зависит от соотношения между характерными полями E_{ep}, E_{em} и E_{m4}. Будем считать, что $E_{m2} \gg E_{em}$, тогда введенные выше характерные поля можно упорядочить следующим образом:

$$E_{ep} < E_{em} \ll E_{m2} \ll E_{m4} \ll E_{m5}. \tag{5.27}$$

Напомним, что данное рассмотрение справедливо для одной спиновой подзоны и поле E_0 ограничено сверху неравенством $\bar{\varepsilon} \ll AS$. С учетом последнего из неравенств (5.27) критерий сильного увлечения электронов магнонами для $E_0 < E_{m5}$ и $\tilde{n}_3 \sim 1$ можно записать в более простой форме

$$F_{m4}^2 > 1. \tag{5.28}$$

Если $\tau_{mm}^U \sim 10^{-4}$ с, то $E_{m4} \sim 10^5$ В/см. Так что наблюдение эффектов увлечения в ферромагнитных полупроводниках вполне реально. Следует также иметь в виду, что при сильном разогреве магнонов ($\Theta_{\text{м}} \gg 1$) может возникнуть необходимость перейти от случая L к случаю H (если $T_{\text{м}} \gtrsim z\Theta_c$). Случай H реализуется также при $T \gtrsim z\Theta_c$ как при слабом разогреве магнонов, так и при сильном. Рассмотрим этот случай.

При высоких магнонных температурах процессы переброса существенно уменьшают дрейфовую скорость магнонов, что приводит к подавлению эффекта увлечения электронов магнонами. Поэтому в электронной функции распределения полагаем $\mathbf{u} = 0$. Тогда в случае H для слабого ($\mu_{\text{E}} \ll 1$) и сильного ($m_{\text{E}} \gg 1$) разогрева электронов имеем ($\mu_{\text{E}} = F_{ep}^2/(1 + \delta)$, $\delta = \delta_{\text{p}}\Theta_{\text{м}}^2$, $\delta_{\text{p}} = T/T_{\text{p}}^H \sim 1$)

$$1)\ \Theta_{s\,\text{м}} \equiv 1 + \vartheta_s, \quad \delta \simeq \delta_{\text{p}},$$

$$\vartheta_s = \frac{\mu_{\text{E}}/2}{1 + \tilde{n}_1^{-1}}, \tag{5.29}$$

$$2)\ \bar{\varepsilon} \simeq \mu_{\text{E}}^{1/2} T, \quad \delta = \delta_{\text{p}} \Theta_{s\,\text{м}}^2,$$

$$\tilde{n}_2 \mu_{\text{E}}^{3/4} \left(1 - \frac{2^{3/2}}{\pi^{1/2}} \frac{\Theta_{s\,\text{м}}}{\mu_{\text{E}}^{1/2}}\right) - \Theta_{s\,\text{м}}^3 (\Theta_{s\,\text{м}} - 1) = 0, \tag{5.30}$$

$$\Theta_{s\,\text{м}} \gg 1, \quad \delta \gg 1, \quad \mu_{\text{E}} \simeq F_{em}^2 / \Theta_{s\,\text{м}}^2,$$

$$\Theta_{s\,\text{м}} \simeq \tilde{n}_2^{2/9} F_{em}^{1/3}. \tag{5.31}$$

Условие сильного разогрева электронов и магнонов для $\tilde{n}_2 \sim 1$ имеет вид

$$F_{em}^{1/3} \gg 1. \tag{5.32}$$

Полученные выше формулы (5.8)—(5.13) для плотности тока **J**, а также соответствующие формулы для магнонной температуры $\Theta_{s\text{м}}$ позволяют описать стационарное состояние электрон-магнонной системы в широкой области электрических полей $\mathbf{E}_0$ и электронных концентраций n.

Приведем несколько зависимостей плотности тока $\mathbf{J} = \mathbf{J}_0 + \mathbf{J}_{\text{u}}$ от n и $\mathbf{E}_0$. В случае L имеем

$$2\text{a})\ J_0 \propto n E_0^{1/2}, \quad J_{\text{u}} \propto n^{11/12} E_0^{15/8},$$

$$2\text{c})\ J_0 \propto n^{8/11} E_0^{1/11}, \quad J_{\text{u}} \propto n^{31/77} E_0^{85/77},$$

$$3)\ J_0 \propto n^{23/38} E_0^{-16/19}, \quad J_{\text{u}} \propto n^{18/19} E_0^{23/19}. \tag{5.33}$$

Как видно из этих формул (а также формул (5.8) и (5.9)), в зависимости от параметров системы вольт-амперная характеристика может быть как сублинейной или N-образной, так и суперлинейной. Возможно, что эффектом увлечения электронов магнонами можно объяснить наблюдавшийся в работе [20] рост электропроводности при увеличении электрического поля в $HgCr_2Se_4$ при $T = 4.2$ K. В [20] также сообщается об уменьшении намагниченности (за время $\sim 10^{-6}$ с) в полях, превышающих 500 В/см, что свидетельствует о разогреве магнонов (см. формулы (7.5)—(7.7)). Для количественного сравнения теории с экспериментом [20] необходима дополнительная информация о параметрах полупроводника.

В случае H ток увлечения $\mathbf{J}_{\text{u}}$ мал и для сильного разогрева электронов и магнонов находим

$$J \simeq J_0 \propto n^{10/9} E_0^{2/3}. \tag{5.34}$$

Таким образом, стационарное состояние электрон-магнон-фононной системы характеризуется взаимным увлечением и разогревом электронов и магнонов. Показано, что форма вольт-амперных характеристик и разогрев магнонов существенно зависят от температуры, концентрации электронов и других параметров системы. Например, из формул (5.15) и (5.29) видно, что в слабых полях разогрев магнонов мал при низких концентрациях электронов

$$n < n_1 \equiv \frac{1}{a^3}\frac{\tau^0_{em1}}{\tau^0_{mp}}, \tag{5.35}$$

а в сильных полях разогрев магнонов может быть значительным и при малых n. Отметим также то, что сильный разогрев магнонов может не оказывать видимого влияния на электропроводность. Это видно, например, из формулы (5.10); магнонная температура может быть большой, но параметр $\delta = \delta_{\rm p}\Theta^b_{\rm м}$ ($b = 7/2$ или 2), где $\delta_{\rm p} = \tau^{\rm p}_{ep}/\tau^{\rm p}_{em}$, может быть малым (см. (5.18)). Ослабление влияния разогрева магнонов на электропроводность должно происходить при понижении температуры, так как $\delta_{\rm p}$ убывает при уменьшении T. Такое поведение электропроводности наблюдалось в работе [21].

Относительно достижения стационарного состояния заметим следующее. В случае слабого разогрева электронов и магнонов линеаризованные по ϑ и u уравнения (4.34) и (4.35) легко решаются и их решения характеризуются временами релаксации магнонов по энергии и импульсу: τ^0_{mp} и τ^U_{mm} соответственно. Сравнение теории с экспериментами [5, 6, 20] позволяет считать, что $\tau^0_{mp} \sim 10^{-3} \div 10^{-6}$ с. Вопрос о величине скорости релаксации магнонов по импульсу и эффектах увлечения остается открытым. Представляет интерес экспериментальное исследование данной проблемы. Укажем еще, что время достижения стационарного состояния в системе уменьшается с ростом электрического поля. В случае H для релаксации электронов как по импульсу, так и по энергии на магнонах это показано в [4] численным решением уравнения (4.34) и подтверждается экспериментально [5]. Это свойство системы легко понять, если рассмотреть процесс магнон-фононной релаксации вблизи стационарного состояния: $\Theta_{\rm м} \equiv \Theta_{s\,\rm м} + \vartheta$ и $\vartheta \ll 1$. Тогда частота магнон-фононных столкновений $1/\tau^0_{mp}$, согласно (4.24), увеличивается в $\Theta^2_{s\,\rm м}(4\Theta_{s\,\rm м} - 3)$ раз.

6. Релаксация магнонов к равновесию

Обратимся теперь к пространственно-однородной релаксации магнонов к равновесию после выключения электрического поля $\mathbf{E}_0$ и рассмотрим случай H. За время энергетической электрон-фононной релаксации τ^0_{ep} после выключения поля устанавливается максвелловское энергетическое распределение для электронов и магноны отдают свою энергию равновесным электронам и фононам. При этом мощность, отдаваемая магнонами равновесным электронам (вычислена по формуле (4.9)), равна

$$Q_{me} = -\frac{VT}{a^3}\frac{1}{\tau^{0n}_{em1}}\Theta_{\rm м}(\Theta_{\rm м} - 1). \tag{6.1}$$

Если концентрация электронов не очень велика, то $\tau^{0n}_{em1} \gg \tau^0_{mp}$ и релаксация магнонов будет связана в основном с фононами. Тогда уравнение (4.34) примет вид

$$\frac{d\Theta_{\rm м}}{dt} = -\frac{1}{\tau^0_{mp}}\Theta^3_{\rm м}(\Theta_{\rm м} - 1). \tag{6.2}$$

Из уравнения (6.2) видно, что релаксацию $\Theta_м$ от некоторого значения Θ_0 при $t=0$ к равновесному значению $\Theta_м = 1$ в каждый момент времени можно представить временем релаксации $\tau_i(t) = \tau^0_{mp}/\Theta^3_м$ ($\tau_i(t)$ изменяется от τ^0_{mp}/Θ^3_0 при $t = 0$ до τ^0_{mp} при $t \to \infty$). Нетрудно найти решение (6.2) в форме $t = t(\Theta_м)$. Однако для простоты приведем решение (6.2) в случае $\Theta^3_м \gg 1$

$$\Theta_м(t) = \Theta_0 \left[1 + 3\Theta_0^3 \frac{t}{\tau^0_{mp}}\right]^{-1/3}. \tag{6.3}$$

Это решение справедливо на начальном этапе релаксации, пока $3t \ll \tau^0_{mp}$. Из решения уравнения (6.2): $t = t(\Theta_м)$, а также вида $\tau_i(t)$ следует, что увеличение Θ_0 затягивает процесс релаксации. Например, при изменении Θ_0 от 1.2 до 2 время достижения $\Theta_м$ значения 1.1 увеличивается от $\tau^0_{mp}/2$ до τ^0_{mp}.

Таким образом, процесс установления неравновесного стационарного состояния в магнонной подсистеме в случае сильного разогрева магнонов при включении электрического поля и последующей релаксации к равновесию после выключения поля существенно асимметричен во времени. Время магнон-фононной релаксации само по себе достаточно велико ($\tau^0_{mp} \sim 10^{-3} \div 10^{-6}$ с), а разогрев затягивает процесс установления равновесия в магнонной подсистеме на еще более длительные времена. Все это говорит о том, что в системе имеются благоприятные условия для наблюдения нестационарных пространственно-неоднородных состояний спиновой системы.

7. Магнонный звук

Перейдем к исследованию пространственно-неоднородных состояний газа магнонов. Как и в предыдущем параграфе, проследим за поведением магнонной подсистемы после выключения поля E_0. В случае H мощность Q_{me} дана формулой (6.1), а в случае L Q_{me} получается домножением правой части (6.1) на $\Theta_м^{5/2}$ и соответствующей заменой τ^{0n}_{em1} для случая L. Чтобы понять характер решений уравнений (4.34) и (4.35), рассмотрим случай слабого разогрева магнонов ($\Theta_м \equiv 1 + \vartheta$ и $|\vartheta| \ll 1$) и малых скоростей $\mathbf{u}$, т. е. случай, когда уравнения (4.34) и (4.35) можно линеаризовать по $\mathbf{u}$ и ϑ. В результате легко находим, например, уравнение для ϑ [7]

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial t^2} - V_d^2 \nabla^2 \vartheta + \omega_g^2 \vartheta = -2\gamma_+ \frac{\partial \vartheta}{\partial t}, \tag{7.1}$$

где $d = L, H$ (для краткости в ряде величин, как и прежде, этот индекс опущен),

$$V_L = \left(\frac{5\zeta(5/2)}{3\zeta(3/2)} \frac{T}{m_S}\right)^{1/2} \simeq 0.925 \left(\frac{T}{m_S}\right)^{1/2},$$

$$V_H = \frac{a}{\beta^{1/2}} c_m \simeq 0.55 c_m, \quad c_m = \frac{\hbar}{a m_S},$$

$$\gamma_\pm = \frac{1}{2}(\gamma^{\mathrm{p}} \pm \gamma^0), \quad \omega_g^2 = \gamma^0 \gamma^{\mathrm{p}},$$

$$\gamma^0 = \frac{1+\tilde{n}_1}{c_d \tau^0_{mp}}, \quad \gamma^{\rm p} = \frac{m_S}{M_d c_d \tau^U_{mm}}. \tag{7.2}$$

Для возмущения $\vartheta \propto \exp\{\lambda t + i\mathbf{kr}\}$ получаем дисперсионное соотношение для λ и волнового вектора $\mathbf{k}$, откуда находим λ

$$\lambda = -\gamma_+ \pm i\omega_d, \tag{7.3}$$

где

$$\omega_d = kV_d (1 - k_d^2/k^2)^{1/2},$$

$$k_d^2 = \frac{\gamma_-^2}{V_d^2}, \tag{7.4}$$

т. е. для $k \geqslant k_d$ имеем затухающие волны с частотой ω_d и декрементом γ_+. Для $k^2 \gg k_d^2$ это волны звукового типа, распространяющиеся со скоростью $V_d (\sim 10^5$ см/с). Заметим, что V_L соотносится с V_H так, как тепловая скорость невырожденных электронов — с фермиевской скоростью электронов в кристалле. Продольные волны дрейфовой скорости $\mathbf{u}$ имеют такой же закон дисперсии, как и волны магнонной температуры: а поперечные моды $\mathbf{u}$ оказываются чисто затухающими. Волны магнонной температуры и дрейфовой скорости будем называть магнонным звуком. В случае H магнонный звук был рассмотрен в работе [7], где предполагалось, что магноны релаксируют как по энергии, так и по импульсу на фононах. Однако при высоких магнонных температурах существенны магнон-магнонные столкновения с участием процессов переброса, поэтому для наблюдения магнонного звука более реальным представляется случай L, в котором можно ожидать, что декремент γ_+ не очень велик $(\sim 10^5\ \text{с}^{-1})$. Обратим внимание на то, что спектр (7.3) отличается пороговым характером от звукового спектра, полученного для температурных волн в ферродиэлектриках в [8–10] (звуковой спектр отвечает сохранению энергии и квазиимпульса в магнонной подсистеме, т. е. $\omega_d = \gamma_+ \equiv 0$ в уравнении (7.1) и $\omega_d = V_d k$).

Колебания магнонной температуры $T_{\text{м}}$ определяют колебания намагниченности $M(T_{\text{м}})$

$$M(0) - M(T_{\text{м}}) = \frac{2\mu_B}{V} \sum_{\mathbf{q}} N^0_{\mathbf{q}} \equiv D(T_{\text{м}}), \tag{7.5}$$

а значит, и колебания магнитного поля в кристалле. (Чтобы учесть наличие в системе переменного магнитного поля, необходимо уравнения баланса (4.34) и (4.35) дополнить уравнениями Максвелла аналогично тому, как это сделано в работе [8]).

Размагниченность $D(T_{\text{м}})$ в случаях L и H дается формулами

$$D_L = \frac{2\mu_B}{a^3} \frac{m_S}{M_L} \left(\frac{T_{\text{м}}}{\Theta_c}\right)^{3/2}, \tag{7.6}$$

$$D_H = \frac{2\mu_B}{a^3} \alpha_1 \frac{T_{\text{м}}}{z\Theta_c},$$

$$\alpha_1 = \frac{3}{\pi^3}\int_0^\pi dx \int_0^\pi dy \int_0^\pi dz \Omega_{\mathbf{x}}^{-1}, \tag{7.7}$$

где $m_S/M_L \simeq 0.52$, $z = 6$ и $\alpha_1 \simeq 1.51$ [10, с. 233]. Так что магнонный звук — это фактически волны намагниченности, которые в свою очередь могут индуцировать переменное магнитное поле [8]. Это означает, что экспериментально возможно как наблюдение распространения магнитных возмущений в ферромагнитном полупроводнике, так и излучение электромагнитных волн. Представляет также интерес нелинейное распространение магнонного звука в случае сильного разогрева магнонов. Аналитическое решение (4.34) и (4.35) в этом случае найти не удается, однако эксперимент и численные расчеты могут восполнить этот пробел.

8. Усиление магнонного звука дрейфующими электронами

Остается выяснить, как влияет наличие постоянного электрического поля $\mathbf{E}_0$ на распространение магнонного звука. Будем рассматривать случай L (низких магнонных температур) как наиболее благоприятный для наблюдения магнонного звука. Ясно, что решение уравнений (4.34) и (4.35) в общем случае затруднительно, поэтому ограничимся исследованием (4.34) и (4.35) вблизи стационарного состояния, рассмотренного в разделе 5. Будем считать, что $\Theta_{\text{м}} \equiv \Theta_{s\text{м}} + \vartheta$ и $\mathbf{u} \equiv \mathbf{u}_s + \mathbf{v}$, где ϑ и $\mathbf{v}$ являются функциями координат и времени, и $|\vartheta| \ll \Theta_{s\text{м}}$, $v \ll u_s$, что позволяет линеаризовать уравнения (4.34) и (4.35) по ϑ и v вблизи стационарного состояния, описываемого величинами $\Theta_{s\text{м}}$ и $\mathbf{u}_s$, не зависящими от координат и времени. Уравнения для ϑ и $\mathbf{v}$ имеют одинаковую форму как для слабого, так и сильного разогрева, но отличаются коэффициентами. Это различие при необходимости будем, как и прежде, отмечать индексом $j = 1, 2, 3$ соответственно. Кроме того, будем рассматривать только продольную моду $\mathbf{v} = \{v, 0, 0\}$, распространяющуюся вдоль $\mathbf{E}_0 = \{E_0, 0, 0\}$, причем $\vartheta = \vartheta(x, t)$ и $v = v(x, t)$. Эти предположения не ограничивают общности результатов, так как поперечные моды v являются затухающими. Итак, находим уравнения для ϑ и v

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = -\gamma^{\vartheta}_{\text{mep}}\vartheta - \frac{5}{3} u_s \nabla_x \vartheta - \frac{2}{3}\Theta_{s\text{м}} \nabla_x v, \tag{8.1}$$

$$\frac{\partial v}{dt} = -\gamma^{\vartheta}_U u_s \vartheta + \frac{2}{5}\left(\frac{u_s^2}{\Theta_{s\text{м}}} - \frac{3}{5} V_L^2\right) \nabla_x \vartheta - \gamma^{v}_U v + u_s \nabla_x v. \tag{8.2}$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$\gamma^{\vartheta}_{mep} = \gamma^{\vartheta}_{me} + \gamma^{\vartheta}_{mp},$$

$$\gamma^{\vartheta}_{mej} = \frac{a^3}{VT}\frac{d}{d\Theta_{\text{м}}}\left(\frac{Q_{mej}}{C_L}\right)\Bigg|_{\Theta_{\text{м}} = \Theta_{s\text{м}}},$$

$$\gamma^{\vartheta}_{mp} = \frac{9\Theta^7_{s\text{м}}(\Theta_{s\text{м}} - 8/9)}{C_T \tau^0_{mp}},$$

$$\gamma^{\vartheta}_{me1} = \frac{1}{C_T \tau^{0n}_{em1}}, \quad \gamma^{\nu}_{U} = \frac{\Theta^{3/2}_{s\,\text{м}}}{h(\Theta_{s\,\text{м}})}\gamma_U,$$

$$\gamma_U = \frac{m_S}{M_L C_T \tau^{U}_{mm}}, \quad \gamma^{\vartheta}_{U} = \gamma^{\vartheta}_{m} - \frac{3}{2\Theta_{s\,\text{м}}}\gamma^{\vartheta}_{mep},$$

$$\gamma^{\vartheta}_{m} = \left(\frac{\gamma_L \Theta_c}{T} - \frac{1}{2}\Theta_{s\,\text{м}} + \frac{7\delta_s}{2\Theta_{s\,\text{м}}(1+\delta_s)}\right)\frac{\gamma_u}{\Theta^{1/2}_{s\,\text{м}} h(\Theta_{s\,\text{м}})}.$$

Решение системы уравнений (8.1) и (8.2) ищем в виде

$$Y(x, t) = Y(t)\, e^{ikx}, \tag{8.3}$$

где $Y = \{\vartheta, \nu\}$, k — волновое число. Систему типа (8.1)—(8.2) можно представить в виде

$$\dot{Y} = KY + b. \tag{8.4}$$

В данном случае $b = 0$; K — матрица 2×2, составленная из коэффициентов при ϑ и ν.

Решение уравнения (8.4) хорошо известно (см., например, [22])

$$Y(t) = e^{-K(t-t_0)}Y(t_0) + e^{Kt}\int\limits_{t_0}^{t} e^{-K\tau} b(\tau)\, d\tau, \tag{8.5}$$

где $Y(t_0)$ — начальное условие. Здесь ограничимся тем, что найдем собственные значения λ матрицы K из уравнения $\det(K - \lambda) = 0$

$$\tilde{\lambda} = -\tilde{\gamma} - i\frac{1}{3}\varkappa w + Z^{1/2},$$

$$Z = 1 - \varkappa^2 + i2\varkappa w, \tag{8.6}$$

где

$$\tilde{\lambda} = \frac{\lambda}{\gamma_-}, \quad \tilde{\gamma} = \frac{\gamma_+}{\gamma_-}, \quad \varkappa = \frac{k}{k_c}, \quad w = \frac{u_s}{\tilde{V}_L},$$

$$\tilde{V}_L = \left(\Theta_{s\,\text{м}} V_L^2 + \frac{1}{9}u_s^2\right)^{1/2}, \quad \gamma_{\pm} = \frac{1}{2}(\gamma^{\nu}_{U} \pm \gamma^{\vartheta}_{mep}),$$

$$k_c^2 = \frac{\gamma_-^2}{\tilde{V}_L^2}, \quad w_{\pm} = \frac{u_{s\pm}}{\tilde{V}_L}, \quad u_{s\pm} = \frac{\Gamma}{2\gamma_{\pm}}u_s.$$

Тогда собственные значения $\tilde{\lambda}_\nu$ и $\tilde{\lambda}_\vartheta$, отвечающие ν- и ϑ-модам, имеют вид

$$\tilde{\lambda}_\nu = -\gamma_\nu - i\omega_\nu, \quad \tilde{\lambda}_\vartheta = -\gamma_\vartheta + i\omega_\vartheta. \tag{8.7}$$

Здесь

$$\omega_v = B_- + \frac{1}{3}\varkappa w, \quad \gamma_v = \tilde{\gamma} + B_+, \tag{8.8}$$

$$\omega_\vartheta = B_- - \frac{1}{3}\varkappa w, \quad \gamma_\vartheta = \tilde{\gamma} - B_+, \tag{8.9}$$

где

$$B_\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}\,[\,|Z| \pm (1 - \varkappa^2)\,]^{1/2}.$$

Как видно из формул (8.7) и (8.9), v- и ϑ-моды распространяются в противоположных направлениях, а ϑ-мода может быть как затухающей, так и нарастающей. Последнее имеет место, если

$$\tilde{\gamma} - B_+ < 0 \tag{8.10}$$

или

$$k^2 > k_t \equiv \frac{\gamma_U^v \gamma_{теp}^\vartheta}{u_{s+}^2 - \tilde{V}_L^2}. \tag{8.11}$$

Ясно, что пороговое волновое число k_t должно быть действительным ($k_t^2 > 0$), поэтому необходимым условием существования нарастающих мод магнонного звука является неравенство

$$u_s > V_t \equiv \frac{2\gamma_+}{\Gamma}\tilde{V}_L \; \frac{3}{2\gamma_L}\frac{T_м}{\Theta_c} V_L. \tag{8.12}$$

Таким образом, в ферромагнитном полупроводнике возможно усиление мод магнонного звука с длинами волн, определенными неравенством (8.11), если дрейфовая скорость газа магнонов превышает пороговую скорость V_t — порядка скорости магнонного звука V_L (для $k^2 >> k_L^2$).

Чтобы нагляднее представлять зависимости частот $\omega_{v,\vartheta}$ и декрементов $\gamma_{v,\vartheta}$ от k, приведем формулы (8.8) и (8.9) для трех случаев: $w_{-1} = 1$ (или $u_s = V_L$), $\varkappa^2 << 1$ и $\varkappa^2 >> 1$ соответственно

$$\omega_v = \left(1 + \frac{1}{3}w\right)\varkappa, \quad \gamma_v = \gamma_U^v/\gamma_-,$$

$$\omega_\vartheta = \left(1 - \frac{1}{3}w\right)\varkappa, \quad \gamma_\vartheta = \gamma_{теp}^\vartheta/\gamma_-, \tag{8.13}$$

$$\omega_{v,\vartheta} \simeq \left(w_- \pm \frac{1}{3}w\right)\varkappa, \quad \gamma_{v,\vartheta} \simeq \tilde{\gamma} \pm \left[1 - (1 - w_-^2)\frac{\varkappa^2}{2}\right], \tag{8.14}$$

$$\omega_{v,\vartheta} \simeq \left(1 \pm \frac{1}{3}w\right)\varkappa, \quad \gamma_{v,\vartheta} \simeq \tilde{\gamma} \pm w_-. \tag{8.15}$$

Случай $w_- = 1$ (формулы (8.13)) выделен тем, что частоты $\omega_{v,\vartheta}$ линейно зависят от k для всех k. Спектр звукового типа имеет место и для двух других случаев, однако для $\varkappa^2 \ll 1$ и $\varkappa^2 \gg 1$ зависимости $\omega_{\nu,\vartheta}$ от k отличаются наклоном (скоростью мод): для $w_- < 1$ скорости ν- и ϑ-мод меньше для $\varkappa^2 \ll 1$, чем для $\varkappa^2 \gg 1$, а для $w_- > 1$ наоборот. Отметим также, что спектры ν- и ϑ-мод (8.8) и (8.9) не обладают пороговой зависимостью от k, как в случае $E_0 = 0$ (см. (7.4)). Характер зависимостей декрементов $\gamma_{\nu,\vartheta}$ от k также существенно зависит от величины w_-. В частности, из формулы (8.15) для γ_ϑ видно, что условие усиления ϑ-моды $\tilde{\gamma} - w_- < 0$ совпадает с неравенством (8.12).

Как отмечено в предыдущем параграфе, с магнонным звуком (волнами намагниченности) связаны колебания магнитного поля. Усиление магнонного звука приведет к усилению электромагнитных волн. Возможно, что с этим эффектом связано СВЧ излучение из ферромагнитного полупроводника (n-$HgCr_2Se_4$), наблюдавшееся в сильном электрическом поле [23]. В работе [23] предполагается, что СВЧ излучение связано с усилением спиновых волн, предсказанным Ахиезером, Барьяхтаром и Пелетминским [10, 24] (для ферромагнетика, через который проходит пучок заряженных частиц) и рассмотренным для ферромагнитных полупроводников в работах [25, 26]. Заметим, что механизм усиления спиновых волн, рассмотренный в [26], предполагает сильный разогрев электронов $\bar{\varepsilon} \gtrsim AS$. Поэтому, чтобы объяснить СВЧ излучение усилением спиновых волн, описанным в [26], необходимо найти причины нарушения неравенства $\bar{\varepsilon} \ll AS$, которое, по-видимому, имело место в [23]. Чтобы установить природу излучения, наблюдавшегося в [23], нужны дополнительные эксперименты.

Обратим внимание на отличие двух неустойчивостей: усиление спиновых волн [24—26] и усиление магнонного звука. В первом случае имеет место черенковская генерация магнонов электронами при условии, что проекция дрейфовой скорости электронов на импульс магнонов равна фазовой скорости магнонов [10, 24] или превышает величину этой скорости [25, 26]. Во втором случае неустойчивость возникает в газе магнонов, движущемся со «сверхзвуковой» скоростью, т. е. со скоростью, превышающей некоторую пороговую $u_s > V_t \sim V_L$. Роль электронов сводится к увлечению газа магнонов.

Заключение

В этой работе исследована кинетика электрон-магнон-фононной системы ферромагнитного полупроводника, находящегося в электрическом поле. В условиях взаимного увлечения и разогрева электронов и магнонов рассмотрены неравновесное стационарное состояние электрон-магнонной системы, а также нестационарное пространственно-неоднородное поведение спиновой подсистемы вблизи стационарного состояния. Неравновесные состояния электрон-магнонной системы исследуются посредством кинетического уравнения для электронов, в которое величины, характеризующие магнонную подсистему — магнонная температура и дрейфовая скорость магнонов, — входят как параметры и определяются из уравнений баланса энергии и импульса магнонов.

Все рассмотрение проводилось в условиях не очень больших электронных концентраций, т. е. когда электрон-электронными столкновениями можно пренебречь. В случае, когда концентрация электронов велика и электрон-электронные столкновения преобладают над всеми другими процессами рассеяния, в качестве функции распределения электронов можно взять смещенное максвелловское или фермиевское распределение и наряду с уравнениями баланса для магнонной подсистемы рассмотреть уравнение баланса числа частиц, энергии и импульса для электронов. В этой ситуации все предсказания относительно эффектов взаимного увлечения и разогрева электронов и магнонов, а также усиления магнонного звука постоянным электрическим полем сохраняются. Экспериментальных данных для детального сравнения с теорией, по-видимому, нет, однако эксперименты [5, 6, 20, 21] качественно подтверждают некоторые из полученных выше результатов, относящихся к разогреву электронов и магнонов (см. также [4]). Отметим еще, что наличие сильного электрического поля может привести к необходимости учета верхней спиновой подзоны в электронном спектре и (или) рассеяния электронов на оптических фононах.

Я благодарю И. Я. Коренблита за очень полезные замечания, которые были учтены.

Список литературы

[1] Нагаев Э. Л. Физика магнитных полупроводников. М., Наука, 1979. 432 с.
[2] Balberg I., Pinch H. L. // Phys. Rev. Lett. 1972. V. 28. № 14. P. 909—913.
[3] Коренблит И. Я., Танхилевич Б. Г. // ФТТ. 1976. Т. 18. № 1. С. 62—71.
[4] Рожков С. С., Семчук А. Ю. // ФТТ. 1981. Т. 23. № 7. С. 1913—1916; 1982. Т. 24. № 10. С. 3056—3060.
[5] Самохвалов А. А., Осипов В. В., Калинников В. Т., Аминов Т. Г. // Письма в ЖЭТФ. 1978. Т. 28. № 6. С. 413—416.
[6] Самохвалов А. А., Осипов В. В., Иваев А. Т., Калинников В. Т., Аминов Т. Г. // Письма в ЖЭТФ. 1979. Т. 30. № 10. С. 658—661.
[7] Рожков С. С. // ФТТ. 1989. Т. 31. № 5. С. 264—266.
[8] Гуржи Р. Н. // ФТТ.. 1965. Т. 7. № 12. С. 3515—3521.
[9] Гуржи Р. Н. // УФН. 1968. Т. 94. № 4. С. 689—718.
[10] Ахиезер А. И., Барьяхтар В. Г., Пелетминский С. В. Спиновые волны. М.: Наука, 1967. 367 с.
[11] Каганов М. И., Цукерник В. М. // ЖЭТФ. 1959. Т. 36. № 1. С. 224—232.
[12] Танхилевич Б. И. // ФТТ. 1975. Т. 17. № 4. С. 973—975.
[13] Шкловский Б. И. // ФТТ. 1967. Т. 9. № 7. С. 1917—1922.
[14] Барьяхтар В. Г., Урушадзе Г. И. // ЖЭТФ. 1960. Т. 39. № 2. С. 355—361.
[15] Конуэлл Э. Кинетические свойства полупроводников в сильных электрических полях. М.: Мир, 1970. 384 с.
[16] Гуревич В. Л., Катилюс Р. // ЖЭТФ. 1965. Т. 49. № 4. С. 1145—1156.
[17] Рабинович Р. И. // ФТП. 1969. Т. 3. № 7. С. 996—1004.
[18] Грибников З. С., Кочелап В. А. // ЖЭТФ. 1970. Т. 58. № 3. С. 1046—1056.
[19] Займан Дж. Принципы теории твердого тела. М.: Мир, 1974. 472 с.
[20] Гальдикас А., Викторавичус В., Матуленене И. и др. // ФТТ. 1984. Т. 26. № 10. С. 2906—2909.
[21] Самохвалов А. А., Осипов В. В., Калинников В. Г., Аминов Т. А. // ФТТ. 1978. Т. 20. № 2. С. 595—597.
[22] Эрроусмит Д., Плейс К. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Качественная теория с приложениями. М.: Мир, 1986. 243 с.
[23] Викторавичюс В. С., Гальдикас А. П., Гашка К. И. и др. // ФТТ. 1987. Т. 29. № 12. С. 3678—3681.
[24] Akhiezer A. I., Bar'yakhtar V. G., Peletminskii S. V. / Phys. Lett. 1963. V. 4. № 2. P. 129—130.
[25] Coutnho Filho M. D., Miranda L. C. M., Rezende S. M. // Phys. Stat. Sol. (b). 1973. V. 57. № 1. P. 85—91.
[26] Гуляев Ю. В., Олейник И. Н., Шавров В. Г. // ЖЭТФ. 1987. Т. 92. № 4. С. 1357—1365.

Институт физики АН Украины
Киев

Поступило в Редакцию
10 августа 1990 г.
В окончательной редакции
3 ноября 1992 г.