1993 ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА Том 35, № 5
1993 SOLID STATE PHYSICS Vol. 35, N 5

О ВЛИЯНИИ КУЛОНОВСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НА ЧАСТОТЫ КРАЕВЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ ЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМ В РЕЖИМЕ КВАНТОВОГО ЭФФЕКТА ХОЛЛА

Я.М.Блантер, Ю.Е.Лозовик

Исследуется двумерная электронная система в квантующем магнитном поле и удерживающем потенциале при степенях заполнения, соответствующих плато в режиме квантового эффекта Холла. Показано, что существует лишь один тип краевых возбуждений с частотой, определяющейся двумя параметрами: характерным кулоновским взаимодействием и градиентом удерживающего потенциала. При учете случайного потенциала примесей в системе появляются также „внутренние границы", т.е. эквипотенциали случайного потенциала на уровне Ферми. В рамках двух моделей — краевые возбуждения в кольце и в системе из двух непересекающихся кругов — изучены эффекты взаимодействия между возбуждениями, локализованными на двух различных границах. Перенормировка частот этих возбуждений, обусловленная взаимодействием электронов на различных границах, мала в случае, когда расстояние между границами превышает ширину локализации КВ.

Как известно, вдоль границ электронных систем в режиме квантового эффекта Холла (КЭХ) могут распространятся коллективные возбуждения, например краевые магнитоплазмоны (КМП), локализованные на масштабах, пропорциональных диагональной проводимости σ_{xx} (см. [1–6] и цитированную там литературу). С другой стороны, электроны в приграничном слое находятся в скрещенных магнитном и электрическом полях, что связано с наличием удерживающего потенциала U. Это приводит к распространению вдоль границ заряженных возбуждений с дрейфовой скоростью $v_0 \sim cE/H \sim c\nabla U/H$ [7]. Такие возбуждения связаны с эффектом дрейфового резонанса, т.е. резонансного отклика электронов при совпадении внешней частоты с частотой дрейфа электронов вдоль эквипотенциалей случайного потенциала на уровне Ферми [7–9], и существуют даже в отсутствие примесного рассеяния ($\sigma_{xx} = 0$). Однако до сих пор остаются не вполне ясными некоторые моменты, касающиеся связи между КМП и дрейфовыми возбуждениями (ДВ). Прежде всего неизвестно, два ли это различных типа возбуждения или один и тот же, но рассмотренный в разных условиях (отсутствие удерживающего потенциала для КМП и пренебрежение кулоновским взаимодействием для ДВ). В любом случае частоты возбуждений определяются как кулоновским взаимодействием, так и приграничным электрическим полем. Ниже будет показано, что при $\sigma_{xx} = 0$, во-первых, в системе существует лишь один тип[1] краевых возбуждений (КВ) с частотой, которая определяется и удерживающим потенциалом, и кулоновским взаимодействием; во-вторых, кулоновская перенормировка частот ДВ может быть мала (ситуация, обратная рассмотренной в [11]).

Частотный отклик реальной системы в режиме КЭХ определяется сложной картиной возбуждений, связанных со случайным потенциалом примесей и модифицированных межэлектронным взаимодействием. Эти возбуждения локализованы на границах областей сложной формы, занятых электронами. При степенях заполнения, соответствующих плато КЭХ, одна из этих границ (внешняя) практически совпадает с границей образца, а „внутренние границы" определяются эквипотенциалями случайного потенциала на уровне Ферми. Таким образом, в системе появляются возбуждения, локализованные как на внешней, так и на „внутренних" границах, и возникает задача о перенормировке частот этих возбуждений за счет кулоновского взаимодействия между электронами, находящимися на различных границах. Эти вопросы в рамках различных моделей также изучаются ниже.

Рассмотрим вначале образец в форме круга ($r < R$) в режиме плато КЭХ, соответствующем фактору заполнения ν. Будем считать, что форма образца удерживается радиально-симметричным граничным потенциалом, убывающим на масштабах порядка d и обращающимся в нуль внутри системы. Предположим, что производная $\gamma = |dU/dr|_{r=R}$ постоянна во всей характерной приграничной области шириной d.

В случае сильных полей можно воспользоваться дрейфовым приближением [7,12] и пренебречь магнитной длиной $l = (c\hbar/eH)^{1/2}$ по сравнению со всеми другими величинами в системе с размерностью длины, кроме d. Пусть частоты возбуждений существенно меньше циклотронной (что есть просто условие существования КЭХ) и концентрация примесей достаточно мала. В этом случае можно пренебречь всеми компонентами тензора проводимости, кроме $\sigma_H \equiv \mathrm{Re}\,\sigma_{xy} = \nu e^2/2\pi\hbar$ [13].

В сделанных допущениях плотность электронов внутри образца постоянна. Она определяется только удерживающим потенциалом и пропорциональна в нашем приближении $\theta(R-r)$. (В дрейфовом приближении размытие профиля плотности также определяется только удерживающим потенциалом). Распространение возбуждений связано с избыточным зарядом, который может накапливаться на границах. Плотность этого заряда имеет вид

$$\rho(r,\phi) = \delta(r-R)s(\phi), \tag{1}$$

где r и ϕ — полярные координаты, $R \gg l$, $s(\phi)$ — краевая плотность заряда.

Электростатический потенциал $\varphi(r,\phi)$ с учетом (1) записывается в форме

$$\varphi(\phi) = \varphi(R,\phi) = \int \frac{s(\phi')d\phi'}{2\left|\sin\left(\frac{\phi-\phi'}{2}\right)\right|}. \tag{2}$$

[1] Для системы без удерживающего потенциала этот факт был формально доказан Веном [10].

Для избыточной плотности $\rho(r, \phi)$, связанной с возбуждениями, имеет место уравнение непрерывности $\partial\rho/\partial t = -\operatorname{div}\mathbf{j}$. Радиальная компонента тока $\mathbf{j}$ есть

$$j_r = \frac{\sigma_H}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial\phi}\theta(R-r), \tag{3}$$

а угловая компонента имеет вид

$$j_\phi = -\sigma_H - \frac{\partial\varphi}{\partial r}\theta(R-r) - \omega_0 R s(\phi)\delta(r-R). \tag{4}$$

Правая часть (3) и первый член в правой части (4) обозначают холловский ток, а второй член в правой части (4) описывает дрейф электрона в скрещенных магнитом и электрическом полях. Частота этого дрейфа ω_0 и характерный параметр удерживающего потенциала $\gamma = |dU/dr|_{r=R}$ связаны посредством дрейфового уравнения движения $r\,d\phi/dt = -(l/\hbar)dU/dr$. При $r = R$ имеем $\omega_0 = l^2\gamma/\hbar R$.

Подставляя (3) и (4) в уравнение непрерывности, получаем

$$\frac{\partial\sigma}{\partial t} = \frac{\sigma_H}{R}\left.\frac{\partial\varphi}{\partial\phi}\right|_{r=R} + \omega_0\frac{\partial s}{\partial\phi}. \tag{5}$$

Из условия совместности системы уравнений (2) и (5), предполагая $\varphi, s \sim \exp(-i\omega t)$ и переходя к Фурье-компонентам по ϕ, находим

$$\omega = n\omega_0 + 2\pi n\sigma_H K_n/R, \tag{6}$$

где

$$K_n = (4\pi)^{-1}\int_0^{2\pi} d\phi \frac{e^{-in\phi}}{|\sin(\phi/2)|} = (2\pi)^{-1}\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\infty} \frac{e^{-in\phi}\delta(r-R)r\,dr}{[r^2+R^2-2Rr\cos\phi]^{1/2}}. \tag{7}$$

Интеграл в (7) расходится. Это связано с тем, что мы считаем весь избыточный заряд сосредоточенным на границе круга, в то время как он в действительности размыт на ширине порядка $\xi = 2\beta\sigma_H/\omega_c|^{1/2}$ [6] из-за конечности σ_{xx} (β — коэффициент Эйнштейна, ω_c — циклотронная частота). Заменяя в (7) δ-функцию на ступенчатую функцию $f(r)$

$$f(r) = \begin{cases} 1/\xi, & R-\xi < r < R, \\ 0 & \text{во всех остальных точках,} \end{cases} \tag{8}$$

имеем

$$\pi K_n = \ln(2R/\xi) - \phi(|n| + 1/2) + 1 - \mathbb{C}, \tag{9}$$

где $\psi(x)$ — логарифмическая производная гамма-функции Эйлера, $\mathbb{C}$ — постоянная Эйлера. Спектр (6) теперь принимает вид

$$\omega_n = n\omega_0 + (2n\sigma_H/R)\left(\ln(2R/\xi) - \phi(|n| + 1/2) + 1 - \mathbb{C}\right). \tag{10}$$

В отсутствие кулоновского взаимодействия выражение (10) описывает ДВ, рассмотренные в [7], а в обратном случае, когда отсутствует удерживающий потенциал, оно переходит в спектр КМП, полученный в [2].

Таким образом, существует только смешанный тип возбуждений. Такое возбуждение может рассматриваться как ДВ, перенормированное кулоновским взаимодействием, или как КМП, перенормированный удерживающим потенциалом. Относительная величина перенормировки есть отношение кулоновского и дрейфового вкладов $\varepsilon = \sigma_H \ln(2R/\xi) \ / \ (R\omega_0) = (e^2/2\pi\hbar R\omega_0)\ln(2R/\xi)$. В реальной экспериментальной ситуации краевое поле γ может достигать больших значений (например, работа выхода, отнесенная к нескольким межатомным расстояниям), когда существенным ограничением на частоту КВ становится $\omega_0 R \ll c$. В случае $\omega_0 R \leqslant c$ имеем $\varepsilon \geqslant (1/137)(2\pi)^{-1}\ln(2R/\xi)$. Таким образом, даже при малых значениях ξ перенормировка ε может стать меньше единицы и КВ в этом случае имеет вид ДВ, слабо перенормированного кулоновским взаимодействием (конечно, возможен и обратный случай [11]).

Рассмотрим теперь кольцо $R_1 < r < R_2$ в тех же условиях, как выше. Обозначим $\gamma_1 = -\left|dU/dr\right|_{r=R_1}$, $\gamma_2 = \left|dU/dr\right|_{r=R_2}$, $\gamma_1 > 0$, $\gamma_2 > 0$. Избыточная плотность заряда на границах теперь записывается в виде

$$\rho(r,\phi) = \delta(r-R_1)s_1(\phi) + \delta(r-R_2)s_2(\phi), \tag{11}$$

выражение для потенциала

$$\varphi(R_1,\phi) = \int \frac{s_1(\phi')d\phi'}{2\left|\sin\left(\frac{\phi-\phi'}{2}\right)\right|} + R_2 \int \frac{s_2(\phi')d\phi'}{\left[R_1^2 + R_2^2 - 2R_1R_2\cos(\phi-\phi')\right]^{1/2}}, \tag{12}$$

и аналогично для $\varphi(R_2,\phi)$. Проделав те же вычисления, как и для случая одной границы, получим частоты собственных возбуждений такой системы

$$\omega = (n/2)\left\{\omega_2' - \omega_1' \pm \left[(\omega_2' + \omega_1')^2 + 16\pi^2\sigma_H^2 Q_n^2\right]^{1/2}\right\} \tag{13}$$

где $\omega_{01} = l^2\gamma_1/\hbar R_1$, $\omega_{02} = l^2\gamma_2/\hbar R_2$ — частоты электронного дрейфа на внутренней и внешней границах соответственно, а $\omega_{1,2}' = \omega_{01,2} + 2\pi\sigma_H K_{1,2n}/R_{1,2}$ — собственные частоты КВ на этих границах в отсутствие взаимодействия между ними. Мы обозначили

$$\pi K_{1,2n} = \ln(2R_{1,2}/\xi) - \phi\left(|n| + 1/2\right) + 1 - \mathbb{C}, \tag{14}$$

$$Q_n = (2\pi)^{-1}\int_0^{2\pi}\left[R_1^2 + R_2^2 - 2R_1R_2\cos\phi\right]^{1/2} e^{-in\phi}d\phi. \tag{15}$$

Кулоновское взаимодействие между различными границами проявляется в слагаемых, пропорциональных Q_n^2. Поскольку $Q_n < (R_2 - R_1)^{-1}$, то перенормировка становится существенной лишь при $(R_2 - R_1) \propto \xi$ даже в отсутствие удерживающего потенциала. В остальных случаях она мала и выражение (13) может быть разложено по этому параметру

$$\omega_1 = n\left(\omega_1' + 4\pi^2\sigma_H^2 Q_n^2 \ / \ (\omega_1' + \omega_2')\right),$$

$$\omega_2 = n\left(-\omega_2' - 4\pi^2\sigma_H^2 Q_n^2 \ / \ (\omega_1' + \omega_2')\right). \tag{16}$$

Таким образом, значения частот каждого возбуждения растут по абсолютной величине из-за кулоновского взаимодействия между границами, однако эта перенормировка мала и убывает степенны́м образом с увеличением расстояния между границами ($\propto (R_2 - R_1)^{-2}$).

Рассмотрим теперь другую модель — электронный газ в форме двух непересекающихся кругов. Пусть радиусы кругов R и R', а расстояние между их центрами R_1. Для упрощения вычислений удобно ввести полярные координаты r, ϕ, r', ϕ', связанные с первым и вторым кругами соответственно. Как и ранее, предположим, что удерживающий потенциал в каждом из кругов радиально-симметричен и величина краевого электрического поля равна соответственно γ_1 и γ_2. Вводя плотность краевого заряда на границах $s_1(\phi)$ и $s_2(\phi')$, записывая уравнение непрерывности и выполняя преобразование Фурье по углу, получим (аналогично случаю одного круга)

$$i\omega s_{1n} = in\sigma_H \varphi_{1n}/R + in\omega_{01}s_{1n}, \tag{17}$$

$$i\omega s_{2n} = in\sigma_H \varphi_{2n}/R' + in\omega_{02}s_{2n}, \tag{18}$$

Здесь дрейфовые частоты равны $\omega_{01} = l^2\gamma_1/\hbar R$, $\omega_{02} = l^2\gamma_2/\hbar R'$; φ_{1n} и φ_{2n} — Фурье-компоненты потенциала, взятые на окружностях

$$\varphi_1(R,\phi) = \int \frac{s_1(\phi'')d\phi''}{2\left|\sin\left(\frac{\phi-\phi''}{2}\right)\right|} +$$

$$+R'\int \frac{s_2(\phi'')d\phi''}{\left[R_1^2 + R^2 + R'^2 - 2RR_1\cos\phi + 2R'R_1\cos\phi'' - 2RR'\cos(\phi-\phi'')\right]^{1/2}}, \tag{19}$$

и аналогично для φ_2. Совместное решение получившейся системы уравнений должно дать нам частоты возбуждений. Хотя эту систему и не удается решить точно, однако ответ может быть получен в виде разложения частот по параметрам R/R_1 и R'/R_1 (эти параметры меньше единицы). Результат вычисления во втором порядке по выбранным параметрам показывает, что частоты $\omega_{1,1}$, $\omega_{2,1}$ и $\omega_{1,-1} = -\omega_{1,1}$, $\omega_{2,-1} = -\omega_{2,1}$ перенормируются

$$\omega = (1/2)\left\{\omega'_{1,1} + \omega'_{2,1} \pm \left[(\omega'_{1,1} - \omega'_{2,1})^2 + 4\pi^2\sigma_H^2 R^2 R'^2 \Big/ R_1^6\right]^{1/2}\right\}, \tag{20}$$

т.е. в результате перенормировки бо́льшая из частот $\omega'_{1,1}$ и $\omega'_{2,1}$, соответствующих частотам (10) для одной окружности, увеличивается, а меньшая уменьшается. Величина этой перенормировки пропорциональна $(RR'/R_1^2)^2$ и мала в случае, если расстояние между окружностями не превышает ξ. Собственные же частоты ω_{1n} и ω_{2n} при $n = 0$ или $|n| > 1$ не перенормируются с выбранной точностью и задаются выражением (10) для системы с одной границей. При учете в разложении членов вплоть до m–го порядка по выбранным параметрам частоты до $|n| = m - 1$ перенормируются на величину $(RR'/R_1^2)^{2(m-1)}$, т.е. относительная величина перенормировки уменьшается с ростом n.

Таким образом, исследованы краевые возбуждения в системе двумерных электронов в форме круга, находящихся в сильном магнитном поле и удерживающем потенциале. Оказывается, что по крайней мере при малых концентрациях примесей ($\sigma_{xx} = 0$) в системе существует лишь один тип краевых возбуждений. Их частота может быть представлена в виде суммы дрейфового слагаемого, связанного с удерживающим потенциалом, и члена, обусловленного кулоновским взаимодействием между электронами. Соотношение между этими вкладами может быть произвольным и обусловливает экспериментально наблюдаемые явления: КМП, не чувствительные к удерживающему потенциалу [1,3,11], или ДВ без кулоновского взаимодействия [8,9]. (Разумеется, возможны также промежуточные случаи). Известно также [2], что учет примесного рассеяния (по крайней мере в отсутствие удерживающего потенциала) ведет лишь к появлению затухания возбуждений, пропорционального σ_{xx} (конечность ширины приграничной области, также зависящей от σ_{xx}, мы уже учли выше).

Обсудим теперь эффекты, связанные с влиянием случайного потенциала примесей на спектр возбуждений. Теперь необходимо учесть также и резонансы, связанные с дрейфом электронов вдоль эквипотенциалей случайного потенциала на уровне Ферми [7]. Если энергия Ферми превышает амплитуду случайного потенциала, то единственной такой линией является внешняя граница системы, однако в обратном случае появляются также и „внутренние границы", т.е. замкнутые эквипотенциали на уровне Ферми внутри образца. Поведение возбуждений, связанных с дрейфовым резонансом на „внутренних границах" (с частотой ω_0, определяющейся примесным потенциалом), аналогично поведению возбуждений, локализованных на границе образца. Представляет интерес проблема взаимодействия этих возбуждений. В рамках рассмотренной выше модели такое взаимодействие проявляется в перенормировке дрейфовых частот, обязанной кулоновскому взаимодействию между электронами на различных границах. Эта перенормировка оказывается существенной лишь в том случае, когда расстояние между границами становится порядка ξ, т.е. когда можно говорить не о двух различных возбуждениях, а об одном, локализованном одновременно на двух различных границах. В случае, когда расстояние между границами становится больше ξ, перенормировка мала и убывает по степенно́му закону с ростом расстояния между границами.

Подчеркнем, наконец, что все полученные выше выражения справедливы как в случае целочисленного, так и в случае дробного холловского квантования.

Авторы благодарны С.М.Апенко за сотрудничество на ранних этапах выполнения работы.

Список литературы

[1] Говорков С.А., Резников М.И., Сеничкин А.П., Тальянский В.И. // Письма в ЖЭТФ. 1986. Т. 44. № 8. С. 380–382.
[2] Волков В.А., Михайлов С.А. // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. № 8. С. 217–141.
[3] Волков В.А., Галченков Л.А., Гродненский И.М. и др. // Сб. „Физика двумерных электронных систем в полупроводниках". Л., ФТИ, 1988. 32 с.
[4] Шикин В.Б. // ЖЭТФ. 1989. Т. 95. № 2. С. 1513–1522.
[5] Fetter A.L. // Phys. Rev. B. 1986. V. 33. N 6. P. 3717–3723.
[6] Косевич Ю.А. // Письма в ЖЭТФ. 1989. Т. 50. № 9. С. 472–475.
[7] Апенко С.М., Лозовик Ю.Е. // ЖЭТФ. 1985. Т. 89. № 2. С. 573–588.
[8] Брандт Н.Б., Кульбачинский В.А., Лозовик Ю.Е. и др. // ФНТ. 1988. Т. 14. № 9. С. 988–1000; ФТТ. 1989. Т. 31. № 3. С. 73–78.

[9] Chudinov S.M., Kulbachinskii V.A., Lozovik Yu.E. et al. // Sol. St. Commun. 1990. V. 73. N 8. P. 583–588.
[10] Wen X.G. // Mod. Phys. Lett. B. 1991. V. 5. N 1. P. 39–46.
[11] Wassermeier M., Oshinowo J., Kotthaus J.P. et al. // Phys. Rev. B. 1990. V. 41. N 14. P. 10287–10290.
[12] Iordansky S.V. // Sol. St. Commun. 1982. V. 43. N 1. P. 1–3; Prange R.E., Joynt R. // Phys. Rev. B. 1982. V. 25. N 4. P. 2943–2946.
[13] Platzman P.M., Girvin S.M., McDonald A.H.// Phys. Rev. B. 1985. V. 32. N 12. P. 8458–8461.

Институт спектроскопии РАН
Троицк
Московская обл.

Поступило в Редакцию
27 октября 1992 г.