

УДК 621.315.592:535 001

©1993

# ГИПЕРКОМБИНАЦИОННОЕ РАССЕЯНИЕ СВЕТА ПОВЕРХНОСТНЫМИ КОЛЕБАНИЯМИ РЕШЕТКИ ПОГЛОЩАЮЩЕГО ПОЛУПРОВОДНИКА

И.П.Ипатова, Л.В.Удод

Теоретически рассчитана дифференциальная интенсивность гиперкомбинационного рассеяния света (ГКРС) поверхностными колебаниями решетки поглощающего полупроводника. Исследование проведено на основании классических макроскопических уравнений Максвелла. Построенная теория учитывает процесс поглощения света в рассматриваемой среде за счет наличия у диэлектрической проницаемости среды мнимой части как на частоте падающего света, так и на частоте гиперрассеяния. Максимальная интенсивность сигнала ГКРС получается при этом для случая  $p$ -поляризованного падающего света при угле падения, эквивалентному углу Брюстера. Этот угол определяется из требования того, чтобы интенсивность отраженной волны была бы минимальной. В аналитическом виде рассмотрены случаи слабого и сильного поглощения падающего света. Для обоих случаев интенсивность ГКРС в брюстовской геометрии на 1-2 порядка больше интенсивности КРС при падающем свете  $s$ -поляризации и при том же угле падения для типичных полупроводников (Si,Ge).

Гиперкомбинационное рассеяние света — нелинейное оптическое явление, наблюдаемое на частоте  $\omega^{(s)}$ , сдвинутой по отношению к удвоенной частоте падающего света  $2\omega^{(i)}$  на малую величину  $\Lambda$

$$\omega^{(s)} = 2\omega^{(i)} \pm \Lambda, \quad (1)$$

где  $\Lambda$  — собственная частота возбуждений, активных в гиперкомбинационном рассеянии света (ГКРС);  $\Lambda \ll 2\omega^{(i)}$  [1].

В отличие от обычного комбинационного рассеяния света (КРС) явление ГКРС (как и другие нелинейные оптические явления) возникает при учете зависимости поляризуемости среды от величины напряженности электромагнитного поля падающей световой волны. Нелинейная поляризация среды в ГКРС рассчитывается во втором порядке по напряженности электромагнитного поля возбуждающего света, и поэтому ГКРС является более слабым эффектом, чем КРС. Тем не менее ГКРС может быть использовано в качестве эффективного самостоятельного метода изучения кристаллов и, в частности, их поверхностей.

Во-первых, так как оптические правила отбора в КРС и ГКРС различны, то оказывается возможным детектировать в ГКРС возбуждения, не проявляющиеся в КРС (например, детектирование "молчащих" фоновых мод [2]).

Во-вторых, поскольку падающий свет формирует нелинейную поляризацию и, следовательно, рассеянное гиперкомбинационное излучение,

то при наличии поглощения света хотя бы на одной из частот — падения  $\omega^{(i)}$  или гиперрассеяния  $\omega^{(s)}$  — отклик ГКРС дает информацию только о возбуждениях в приповерхностной области кристалла. Например, в эксперименте часто реализуется ситуация, когда кристалл прозрачен на частоте падающего света  $\omega^{(i)}$  (например, в ИК области и в длинноволновой части видимого света), а на удвоенной частоте он имеет заметное поглощение [3]. В связи с этим представляется актуальным теоретическое рассмотрение ГКРС с учетом поглощения в среде и на частоте возбуждения  $\omega^{(i)}$ , и на частоте гиперрассеяния  $\omega^{(s)}$ . Вследствие поглощения поле падающей или рассеянной волны в объем не проникает и наблюдается отклик от поверхности кристалла.

В теоретических работах [4,5] была показана другая возможность выделения поверхностного отклика ГКРС, обусловленная его существенным усилением по сравнению с объемным за счет возрастания поля падающей световой волны в приповерхностной области полупроводника вследствие инверсии знака диэлектрической проницаемости  $\epsilon$  в области сильного поверхностного изгиба энергетических зон.

В настоящей работе вычислена дифференциальная интенсивность  $dI$  нелинейного оптического процесса ГКРС колебаниями решетки приповерхностной области поглощающей полупроводниковой среды. Показано, что максимальное поле падающей волны в приповерхностной области поглощающего кристалла реализуется для геометрии Брюстера, при которой поток энергии в отраженной от поверхности поглощающего кристалла волне минимален. При этом за счет геометрии Брюстера усиление дифференциальной интенсивности ГКРС может достигать 1–2 порядков для типичных полупроводниковых материалов.

## 1. Постановка задачи

Рассмотрим геометрию рассеяния, при которой из вакуума на плоскую границу раздела  $xy$  с полубесконечной поглощающей изотропной средой под углом  $\theta^{(i)}$  к нормали падает плоская монохроматическая световая волна. Пусть к выбранной геометрии плоскость  $xz$  является плоскостью падения, а ось  $Oz$  направлена по нормали к плоской границе раздела внутрь среды (см. рисунок). Электрическое поле падающей световой волны в вакууме можно записать в виде

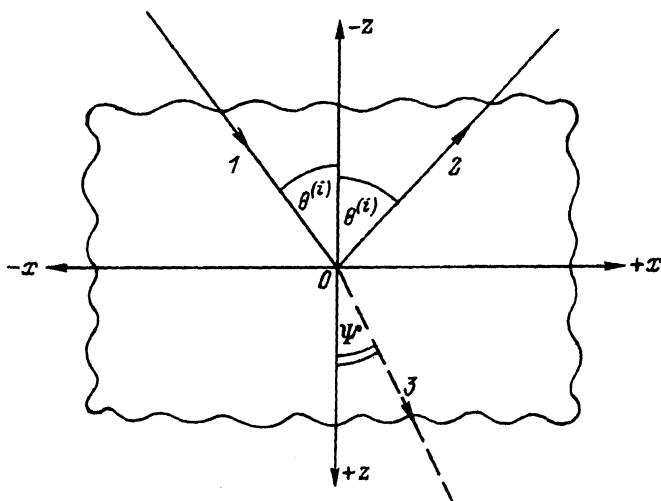
$$\mathbf{E}_v^{(i)} = \frac{1}{2} \mathbf{E}_{0,v}^{(i)} \exp \left[ -i\omega^{(i)} t + i \left( k_{0,x}^{(i)} x + k_{0,z}^{(i)} z \right) \right] + \text{к.с.}, \quad (2)$$

где компоненты амплитуды  $\mathbf{E}_{0,v}^{(i)}$  представляются следующим образом:

$$\left( E_{0,v}^{(i)} \right)_x = E_{0,v}^{(i)} \cos \xi \cos \theta^{(i)},$$

$$\left( E_{0,v}^{(i)} \right)_y = -E_{0,v}^{(i)} \sin \xi,$$

$$\left( E_{0,v}^{(i)} \right)_z = -E_{0,v}^{(i)} \cos \xi \sin \theta^{(i)},$$



Ход лучей для падающей плоской монохроматической световой волны на плоской границе ( $z = 0$ ) двух полубесконечных сред: вакуума ( $z < 0$ ) и изотропного поглощающего полупроводника ( $z > 0$ ).

1 — падающий луч, 2 — отраженный луч, 3 — "преломленный" луч (с комплексным волновым числом),  $\Psi$  — "угол преломления" (комплексный).

$\xi$  — угол между электрическим вектором  $E_v^{(i)}$  и плоскостью падения; при  $\xi = 0$  вектор  $E_v^{(i)}$  параллелен плоскости падения  $xz$  ( $p$ -поляризованный свет), а при  $\xi = \pi/2$  он перпендикулярен плоскости падения ( $s$ -поляризованный свет);  $k_{0,x}^{(i)}, k_{0,z}^{(i)}$  — соответствующие компоненты волнового вектора  $k_0^{(i)}$  в вакууме;  $k_0^{(i)} = \omega^{(i)}/c$ .

Будем ниже рассматривать случай слабой нелинейности, когда можно пренебречь обратным влиянием поля ГКРС на поле падающей волны в среде. При этом электрическое поле прошедшей волны в нелинейной среде на частоте падающего света  $\omega^{(i)}$  можно представить в виде, аналогичном (2), с амплитудой и волновым вектором, рассчитанными по формулам Френеля и Снеллиуса.

Обычно рассматривают ГКРС в прозрачной среде [1]. В настоящей работе рассматривается ГКРС в поглощающей среде. Предполагается, что описывающая это поглощение мнимая часть диэлектрической проницаемости среды отлична от нуля  $\text{Im } \epsilon(\omega) \neq 0$  и на падающей частоте ( $\omega = \omega^{(i)}$ ), и на частоте рассеяния ( $\omega = \omega^{(s)}$ ). При этом нормальные компоненты  $z$  волновых векторов падающей и рассеянных волн будут также комплексными, причем их мнимые части  $\text{Im } k_{d,z}^{(i)} \neq 0$  и  $\text{Im } k_{d,z}^{(s)} \neq 0$  определяют затухание соответствующих электромагнитных полей в глубь кристалла, а ГКРС дает информацию о поверхностной области кристалла.

Вектор электрической индукции  $D^{(s)}$  поля рассеянной волны в среде можно представить в виде суммы линейного и нелинейного вкладов на частоте рассеяния  $\omega^{(s)}$

$$(D^{(s)})_p = \epsilon_{pk}^{(s)} E_k^{(s)} + 4\pi P_p^{NL}, \quad (3)$$

где  $\varepsilon_{pk}$  ( $p, k = x, y, z$ ) — компоненты тензора диэлектрической проницаемости кристалла на частоте  $\omega^{(s)}$ ,  $E_k^{(s)}$  — компоненты напряженности электрического поля рассеянной волны в среде. Полная нелинейная (квадратичная) поляризация среды имеет вид [6]

$$P_p^{NL} = \alpha_{pkl} E_k^{(i)} E_l^{(i)} + \beta_{pklm} E_k^{(i)} \nabla_l E_m^{(i)} + \gamma_{pklm} \nabla_k E_l^{(i)} E_m^{(i)}, \quad (4)$$

где  $E_j^{(i)}$  ( $j = k, l, m$ ) — компоненты напряженности электрического поля падающей волны в среде (индексы  $k, l, m$  пробегают значения  $x, y, z$ );  $\alpha_{pkl}$ ,  $\beta_{pklm}$ ,  $\gamma_{pklm}$  — феноменологические тензорные нелинейные восприимчивости.

В качестве примера рассмотрим ниже рассеяние полносимметричными оптическими колебаниями атомов кристаллической решетки из приповерхностной области кристалла. В этом случае первое слагаемое в (4) не дает вклада в ГКРС. Далее будем считать для простоты, что среда является однородной вплоть до самой границы раздела. Тогда в силу уравнений электродинамики второй член в (4) тоже отсутствует и в нелинейной поляризации (4) остается только третий член, который, как и в работе [7], можно записать в векторном виде

$$\mathbf{P}^{NL} = \gamma \nabla \left( \mathbf{E}^{(i)} \right)^2. \quad (4a)$$

Нелинейная восприимчивость  $\gamma$  зависит от амплитуд колебаний атомов кристаллической решетки, и ее можно разложить в ряд по нормальным координатам  $Q_{j\mathbf{q}}$  колебаний кристаллической решетки. Тогда она примет вид функции, модулированной этими колебаниями

$$\gamma = (V)^{-1/2} \sum_{j\mathbf{q}} (\gamma_0)_{j\mathbf{q}} Q_{j\mathbf{q}} \exp \left[ -i\omega_{j\mathbf{q}} t + i(q_x x + q_y y + q_z z) / \hbar \right]. \quad (5)$$

Здесь индекс  $j$  нумерует ветви фононного спектра,  $\mathbf{q} = (q_x, q_y, q_z)$  — квазимпульс фона,  $V$  — объем,  $(\gamma_0)_{j\mathbf{q}}$  — амплитуда компоненты  $j\mathbf{q}$  разложения.

## 2. Поле рассеянной волны

Поле рассеянной волны в среде вблизи удвоенной частоты  $2\omega^{(i)}$  имеет вид

$$\mathbf{E}^{(s)}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \mathbf{E}_0^{(s)}(\mathbf{r}, t) \exp \left( -2i\omega^{(i)} t + 2ik_{d,x}^{(i)} x \right) + \text{к.с.}, \quad (6)$$

где комплексная амплитуда  $\mathbf{E}_0^{(s)}(\mathbf{r}, t)$  содержит плавную зависимость от времени и координат, обусловленную колебаниями решетки с характерной частотой  $\Lambda \ll 2\omega^{(i)}$ , а также явную затухающую зависимость от координаты  $z$ . При этом комплексную амплитуду удобно записать в виде интеграла Фурье

$$\mathbf{E}_0^{(s)}(\mathbf{r}, t) = \int_{\Lambda} \int_{k_x} \int_{k_y} \mathbf{E}_0^{(s)}(\Lambda, k_x, k_y, z) \exp(-i\lambda t + ik_x x + ik_y y) d\Lambda dk_x dk_y / (2\pi)^3. \quad (7)$$

Фурье-компоненты поля рассеянной волны с индексами  $(\Omega, k_x, k_y)$  связана с плоскостью рассеяния, повернутой на угол  $\varphi$  вокруг оси  $Oz$  относительно плоскости падения. Следует отметить, что поляризация такой Фурье-компоненты никак не связана с поляризацией исходной падающей волны и является произвольной. Зависимость же каждой Фурье-компоненты от координаты  $z$  будем по-прежнему считать экспоненциальной, определяемой комплексной нормальной компонентой волнового вектора  $k_{d,z}^{(s)}$ , рассчитанной для рассматриваемой частоты рассеяния

$$E_0^{(s)}(\Lambda, k_x, k_y, z) = E_0^{(s)}(\Lambda, k_x, k_y) \left( \exp ik_{d,z}^{(s)} z \right), \quad (8)$$

где  $E_0^{(s)}(\Lambda, k_x, k_y)$  — Фурье-компоненты поля на поверхности (при  $z = 0$ ).

В выбранной декартовой системе координат (см. рисунок) рассматриваемая Фурье-компонента амплитуд напряженности электрического поля рассеянной волны в декартовых компонентах записывается в следующем виде:

$$\mathbf{E}_0^{(s)}(\Lambda, k_x, k_y) = E_0^{(s)}(\Lambda, k_x, k_y)(f_x, f_y, f_z), \quad (9)$$

где

$$f_x = \sin \alpha \sin \varphi - \cos \alpha \cos \varphi \cos \theta_d^{(s)},$$

$$f_y = -\sin \alpha \cos \varphi - \cos \alpha \sin \varphi \cos \theta_d^{(s)},$$

$$f_z = -\cos \alpha \sin \theta_d^{(s)}, \quad (9a)$$

$\alpha$  — угол, определяющий поляризацию рассматриваемой Фурье-компоненты (в среде) относительно плоскости рассеяния. Углы  $\varphi$  и  $\theta_d^{(s)}$  (между волновым вектором и нормалью) в (9a) определяются следующим образом:

$$\cos \varphi = k_x^{(s)} / k_{\parallel}^{(s)}, \quad \sin \varphi = k_y^{(s)} / k_{\parallel}^{(s)},$$

$$\cos \theta_d^{(s)} = k_{d,z}^{(s)} / k_d^{(s)}, \quad k_d^{(s)} = (\omega^{(s)} / c)^2 \varepsilon^{(s)},$$

$$(k_{d,z}^{(s)})^2 = (k_d^{(s)})^2 - (k_{\parallel}^{(s)})^2, \quad (k_{\parallel}^{(s)})^2 = (k_x^{(s)})^2 + (k_y^{(s)})^2. \quad (10)$$

Для стоксовой Фурье-компоненты  $(-\Lambda, -k_x, k_y)$  частота и компоненты волнового числа равны соответственно  $\omega^{(s)} = 2\omega^{(i)} - \Lambda$ ,  $k_x^{(s)} = 2k_x^{(i)} - k_x$ ,  $k_y^{(s)} = -k_y$ , а для антистоксовой Фурье-компоненты  $(+\Lambda, +k_x, +k_y)$  соответственно  $\omega^{(s)} = 2\omega^{(i)} + \Lambda$ ,  $k_x^{(s)} = 2k_x^{(i)} + k_x$ ,  $k_y^{(s)} = k_y$ ;  $\varepsilon^{(s)}$  — диэлектрическая проницаемость рассматриваемой изотропной среды на частоте  $\omega^{(s)}$ .

Если поглощение на частоте рассеянного света  $\omega^{(s)}$  сильнее поглощения на частоте падающего света  $\omega^{(i)}$ , т.е.  $\text{Im } k_{d,z}^{(s)} \gg \text{Im } k_{d,z}^{(i)}$ , то приповерхностный слой, в котором существует ответственная за ГКРС велинейная поляризация, определяется величиной  $z_{\Phi} = (2 \text{Im } k_{d,z}^{(s)})^{-1}$ ; если же, наоборот, сильнее поглощение на частоте  $\omega^{(i)}$ , то  $z_{\Phi} = (2 \text{Im } k_{d,z}^{(i)})^{-1}$ . Таким

образом, ГКРС в любом случае может развиваться лишь в малой приповерхностной области полупроводниковой среды с объемом  $V = z_{\text{зф}} S_{\text{пов}}$ , где  $S_{\text{пов}}$  — площадь освещаемой поверхности полупроводника.

Для вычисления ГКРС от приповерхностного слоя поглощающей нелинейной полупроводниковой среды воспользуемся законом сохранения электромагнитной энергии в приповерхностном слое среды, записанном для рассматриваемой рассеянной волны в виде

$$\overline{dW/dt} = - \oint \overline{\mathbf{S}} \cdot d\mathbf{f}. \quad (11)$$

Согласно (11), изменение плотности электромагнитной энергии  $W$  со временем равно потоку электромагнитной энергии  $\oint \mathbf{S} \cdot d\mathbf{f}$  через границу раздела кристалл-вакуум. Здесь  $\mathbf{S}$  — вектор Пойнтинга, а интеграл берется по всей границе раздела;  $\mathbf{S} = (c/4\pi)[\mathbf{E}^{(s)} \times \mathbf{H}^{(s)}]$  — напряженность магнитного поля рассеянной волны. В величине

$$\overline{dW/dt} = 1/4\pi \int_0^{z_{\text{зф}}} \left( \overline{\mathbf{E}_d^{(s)} \dot{\mathbf{D}}^{(s)}} + \overline{\mathbf{H}^{(s)} \dot{\mathbf{H}}^{(s)}} \right) dz \quad (12)$$

можно выделить слагаемое, определяемое нелинейной частью индукции  $\mathbf{D}^{(s)}$  из (3). Это слагаемое имеет смысл мощности нелинейных источников в приповерхностном слое кристалла. Чертак сверху в (11) и (12) означает усреднение, проведенное по быстрым колебаниям световой волны.

Подставим выражения (4a)–(9a) в выражение для закона сохранения (11) и, используя граничные условия для электромагнитного поля на плоской границе раздела кристалл-вакуум, получим выражение для амплитуды напряженности электрического поля  $E_0^{(s)}(\Lambda, k_x, k_y)$  отдельной Фурье-компоненты рассеянной волны в вакууме

$$E_0^{(s)}(\Lambda, k_x, k_y) = -i \left( \cos \beta_0 \sin \theta_0^{(s)} \right)^{-1} (2\pi)^4 \left( E_0^{(i)} \right)^2 \times \\ \times \left( \cos^2 \xi d_{\parallel}^2 + \sin^2 \xi d_{\perp}^2 \right) (\omega^{(i)} / c) (\varepsilon^{(i)})^{1/2} (V)^{-1/2} \times \\ \times \sum_{j, k_x, k_y, q_z} (\gamma_0)_{j, \mathbf{k}} Q_{j, \mathbf{k}} \delta(\omega_j - \Lambda) \delta(k_x - q_x / \hbar) \delta(k_y - q_y / \hbar) \mathcal{F}, \quad (13)$$

где  $d_p$  и  $d_s$  — коэффициенты Френеля для преломленной волны падающего света  $p$ - и  $s$ -поляризации соответственно;  $\Psi$  — угол преломления (комплексный) для падающего света;  $\beta_0$  — угол, определяющий поляризацию рассматриваемой Фурье-компоненты в вакууме; множитель  $\mathcal{F}$  в (13) равен

$$\mathcal{F} = \cos \Psi + f_z (\sin \Psi f_x + \cos \Psi f_z) k_d^{(s)} \left[ \left( 2k_{d, z}^{(i)} + q_z / \hbar - (k_{d, z}^{(s)})^* \right) \right]^{-1} \times \\ \times \left[ 1 - \exp iz_{\text{зф}} \left( 2k_{d, z}^{(i)} + q_z / \hbar - (k_{d, z}^{(s)})^* \right) \right] \left[ 1 - \exp \left( -2 \operatorname{Im} k_{d, z}^{(s)} z_{\text{зф}} \right) \right]^{-1} \times$$

$$\times \left( \cos \theta_d^{(s)} + i \operatorname{Re} k_d^{(s)} / \operatorname{Im} k_{d,z}^{(s)} \right)^{-1}. \quad (13a)$$

Направление распространения рассматриваемой Фурье-компоненты рассеянной волны в вакууме определяется углами  $\varphi$  и  $\theta_0^{(s)}$  по-прежнему из формул (10), но при  $\varepsilon^{(s)} = 1$  и поэтому при действительном угле  $\theta_0^{(s)}$ , который в вакууме меняется в пределах

$$\pi/2 \leq \theta_0^{(s)} \leq \pi.$$

### 3. Интенсивность гиперкомбинационного рассеяния света

При расчете интенсивности ГКРС в вакууме необходимо еще произвести окончательное усреднение по времени — усреднение по медленным колебаниям фононов. Тогда выражение для дифференциальной интенсивности рассеяния в рассматриваемом направлении в вакууме в интервале частот от  $\omega^{(s)}$  до  $\omega^{(s)} + d\omega^{(s)}$  можно записать в следующем виде:

$$dI = (c/8\pi)(2\pi/2\tau)E_{0,v}^{(s)} \left( E_{0,v}^{(s)} \right)^* dk_x^{(s)} dk_y^{(s)} d\omega^{(s)}, \quad (14)$$

где  $2\tau$  — период колебаний решетки. Усреднение по колебаниям решетки дает

$$\overline{Q_{j,q} Q_{j,q'}^*} = \delta_{j,j} \delta_{q,q} |Q_{j,q}|^2 = \begin{cases} N_{j,q+1}, \\ N_{j,q}, \end{cases} \quad (15)$$

$N_{j,q+1}$  — для стоксовой компоненты,  $N_{j,q}$  — для антистоксовой компоненты,  $N_{j,q}$  — функция заполнения фононов сорта  $j, q$ . Наконец, учтем, что

$$dk_x^{(s)} dk_y^{(s)} = \left( k_0^{(s)} \right)^2 \cos \theta_0^{(s)} d\Phi, \quad (16)$$

где  $d\Phi$  — элементарный телесный угол в вакууме,  $d\Phi = \sin \theta_0^{(s)} d\theta_0^{(s)} d\varphi$ . Переходя от суммирования по  $k_x^{(s)}, k_y^{(s)}, q_z$  к интегрированию, получим окончательное выражение для дифференциальной интенсивности ГКРС в рассматриваемом направлении в вакууме в элементарный телесный угол  $d\Phi$  в интервале частот от  $\omega^{(s)}$  до  $\omega^{(s)} + d\omega^{(s)}$ .

Для простейшего квадратичного закона дисперсии оптических фононов

$$q\omega_j(\mathbf{q}) = \omega_{0j} - \alpha_j q_x^2 - \beta_j q_y^2 - \gamma_j q_z^2$$

получим

$$\begin{aligned} \overline{dI/d\Phi d\omega^{(s)}} &= (1/4c^3\hbar)(2\pi)^2 S_{\text{пов}} \left| \left( \cos^2 \xi d_{||}^2 + \sin^2 \xi d_{\perp}^2 \right) \right|^2 \times \\ &\times \left| E_{0,v}^{(i)} \right|^4 \left| \varepsilon^{(i)} \right| \left( \omega^{(i)} \omega^{(s)} \right)^2 \cos \theta_0^{(s)} \left( 1 / \sin^2 \theta_0^{(s)} \right) \times \\ &\times \sum_{j, \pm q_z} |(\gamma_0)_{j,\tilde{q}}|^2 |Q_{j,\tilde{q}}|^2 |\gamma_j \tilde{q}_z|^{-1} \overline{|\mathcal{F}|^2}, \end{aligned} \quad (17)$$

где  $\tilde{q}_z$  является корнем уравнения  $\omega_j - \Lambda = 0$ ,

$$\tilde{q}_z = \pm \left[ (\omega_{0j} - \omega_j - \alpha_j q_x^2 - \beta_j q_y^2) / \gamma_j \right]^{1/2} \theta(\omega_{0j} - \omega_j - \alpha_j q_x^2 - \beta_j q_y^2),$$

$\theta(x) = 1$  при  $x > 0$ ,  $\theta(x) = 0$  при  $x \leq 0$ . Теперь черта в (17) означает усреднение по произвольным поляризациям рассеянной волны. Кроме того, в выражении (17) везде теперь  $\Lambda = \omega_j$ ,  $k_x = q_x/\hbar$ ,  $k_y = q_y/\hbar$  и  $q_z = \tilde{q}_z$ .

Отметим, что конкретный вид формулы (17) обусловлен выбором нелинейной поляризации  $P_{NL}$  в форме (4а), соответствующей полносимметричным колебаниям рассеивающих свет атомов кристаллической решетки и однородности среды вблизи границы раздела. При отступлении от этих условий формула (17) будет иметь другой аналитический вид, что, однако, никак не отразится на всех характерных сторонах рассматриваемого явления.

#### 4. Усиление ГКРС в геометрии Брюстера

Интенсивность рассеянной волны (17) зависит от интенсивности падающей световой волны в приповерхностном слое полупроводника, причем величина интенсивности падающей волны определяется геометрией эксперимента. Максимальная интенсивность в приповерхностном слое полупроводника получается, если падающую волну  $p$ -поляризации пустить под углом падения, который определяется из требования минимальной интенсивности отраженной волны [8]. Такой угол можно назвать эквивалентным углом Брюстера. При слабом поглощении  $\text{Im } \varepsilon^{(i)} / \text{Re } \varepsilon^{(i)} = \alpha \ll 1$  такой угол будет только на малую поправку отличаться от известного угла Брюстера для прозрачной среды  $\text{tg } \theta_{Br}^{(i)} = (\varepsilon^{(i)})^{1/2}$ , причем в случае прозрачной среды отраженный луч вообще отсутствует. Для сильного поглощения  $\text{Re } \varepsilon^{(i)} / \text{Im } \varepsilon^{(i)} = \alpha^{-1} \ll 1$  такой угол никак не связан с углом Брюстера для прозрачной среды.

Как видно из (17), при одинаковом угле падения, но разных поляризациях падающей световой волны величина интенсивности ГКРС будет различаться значением множителя  $|(\cos^2 \xi d_p^2 + \sin^2 \xi d_s^2)|^2$ . Проведем сравнение эффекта ГКРС максимальной интенсивности при падающем свете  $p$ -поляризации и эквивалентном брюстеровском угле падения с эффектом ГКРС при падающем свете  $s$ -поляризации и при том же угле падения. Их отношение представляет собой своеобразный коэффициент усиления  $G = |d_p/d_s|^4$  эффекта ГКРС за счет выбора оптимальной геометрии эксперимента. Приведем результаты расчета усиления для случаев слабого и сильного поглощений падающего света.

а) Слабое поглощение падающего света

$$\cos^2 \theta_{eBr}^{(i)} = \left( \text{Re } \varepsilon^{(i)} + 1 \right)^{-1} \left( 1 + \alpha^2 m/4 \right), \quad (18)$$

$$G = \left( \text{Re } \varepsilon^{(i)} + 1 \right)^4 \left( 4 \text{Re } \varepsilon^{(i)} \right)^{-2} \left[ 1 + \alpha^2 (1 + q/2 - n/8) \right], \quad (19)$$

где  $m$ ,  $n$ ,  $q$  — безразмерные величины порядка единицы

$$m = \left[ (\operatorname{Re} \varepsilon^{(i)})^3 + 9(\operatorname{Re} \varepsilon^{(i)})^2 - 6 \operatorname{Re} \varepsilon^{(i)} + 2 \right] (\operatorname{Re} \varepsilon^{(i)} - 1)^{-2} (\operatorname{Re} \varepsilon^{(i)} + 1)^{-1},$$

$$n = \left[ 13(\operatorname{Re} \varepsilon^{(i)})^5 + 17(\operatorname{Re} \varepsilon^{(i)})^4 - 28(\operatorname{Re} \varepsilon^{(i)})^3 + 20(\operatorname{Re} \varepsilon^{(i)})^2 - 5 \operatorname{Re} \varepsilon^{(i)} + 7 \right] \times$$

$$\times (\operatorname{Re} \varepsilon^{(i)})^{-2} (\operatorname{Re} \varepsilon^{(i)} - 1)^{-2} (\operatorname{Re} \varepsilon^{(i)} + 1),$$

$$q = \left[ \operatorname{Re} \varepsilon^{(i)} (\operatorname{Re} \varepsilon^{(i)} - 1)^2 (\operatorname{Re} \varepsilon^{(i)} + 1)^{-1} \right] \left[ 2(\operatorname{Re} \varepsilon^{(i)})^4 + 6(\operatorname{Re} \varepsilon^{(i)})^2 - 5 \operatorname{Re} \varepsilon^{(i)} + 3 \right].$$

Используя значения параметров из работы [9], выполним численную оценку по формулам (18), (19). Для кремния при  $\hbar\omega^{(i)} = 2.0$  эВ действительная и мнимая части диэлектрической проницаемости равны соответственно  $\operatorname{Re} \varepsilon^{(i)} = 15.25$ ,  $\operatorname{Im} \varepsilon^{(i)} = 0.172$  и расчет дает  $G = 20$ . Для германия при  $\hbar\omega^{(i)} = 1.5$  эВ  $\operatorname{Re} \varepsilon^{(i)} = 21.5$ ,  $\operatorname{Im} \varepsilon^{(i)} = 2.77$  и  $G = 27$ .

### б) Сильное поглощение падающего света

$$\cos^2 \theta_{eBr}^{(i)} = \left( \operatorname{Im} \varepsilon^{(i)} \right)^{-1} \left[ 1 - \alpha^{-2} - (\operatorname{Im} \varepsilon^{(i)})^{-2} \right], \quad (18a)$$

$$G = \frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{2} \right)^{-2} (\operatorname{Im} \varepsilon^{(i)})^2 (1 - 2\eta + 2\Delta + \alpha^{-2}), \quad (19a)$$

где

$$\eta = \frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{2} \right)^{-1} (\operatorname{Re} \varepsilon^{(i)} + 1) (\operatorname{Im} \varepsilon^{(i)})^{-1} -$$

$$-\frac{1}{4} \left( 1 + \sqrt{2} \right)^{-1} \left( 3 + \sqrt{2} \right) (\operatorname{Im} \varepsilon^{(i)})^{-1} + \frac{1}{4} \alpha^{-2},$$

$$\Delta = \left( \sqrt{2} / \operatorname{Im} \varepsilon^{(i)} \right) + \frac{1}{2} \alpha^{-2}.$$

При использовании параметров из [9] в этом случае для кремния при  $\hbar\omega^{(i)} = 4.0$  эВ имеем  $\operatorname{Re} \varepsilon^{(i)} = 12.0$ ,  $\operatorname{Im} \varepsilon^{(i)} = 36.0$  и получаем  $G = 100$ . Для германия при  $\hbar\omega^{(i)} = 4.0$  эВ  $\operatorname{Re} \varepsilon^{(i)} = 4.123$ ,  $\operatorname{Im} \varepsilon^{(i)} = 26.0$  и усиление будет  $G = 58$ .

Из приведенных примеров, таким образом, видно, что с ростом поглощения, ослабляющего абсолютную величину интенсивности эффекта ГКРС, роль выбора геометрии эксперимента становится особенно существенной. Например, в работе [3] наблюдался эффект ГКРС от поверхности поглощающего кристалла tantalата лития при возбуждении лазерным излучением с длиной волны  $\lambda = 578.2$  нм и частотой полносимметричного колебания оптического фонона  $\Lambda\omega = 200$  см<sup>-1</sup>. Величина эффективности процесса ГКРС оказалась весьма низкой (на три порядка ниже эффективности обычного КРС в бензole). Использование геометрии Брюстера могло бы усилить этот эффект на 1–2 порядка.

## Список литературы

- [1] Келих С. // Квантовая электроника. 1977. Т. 4. № 12. С. 2574–2595.
- [2] Shin S., Tezuka Y., Sugavara A., Jshigame M. // Phus. Rev. B. 1991. V. 44. N 21. P. 11724–11733.
- [3] Агальцов А.М., Горелик В.С., Сущинский М.М. // Опт. и спектр. 1985. Т. 58. № 2. С. 386–389.
- [4] Ипатова И.П., Субашиев А.В., Удод Л.В. // ФТТ. 1986. Т. 28. № 10. С. 3044–3050.
- [5] Ипатова И.П., Субашиев А.В., Удод Л.В. // Поверхность. 1988. № 5. С. 34–41.
- [6] Агранович В.М., Дармаян С.А. // Письма в ЖЭТФ. 1982. Т. 35. № 2. С. 68–70.
- [7] Bloembergen N., Chang R.K., Jha S.S., Lee C.H. // Rhys. Rev. 1968. V. 174. N 3. P. 813–822.
- [8] Стрэттон Дж. А. // Теория электромагнетизма. М.; Л.: Гостехиздат, 1948. С. 447.
- [9] Aspens D.E., Studna A.A. // Phys. Rev. B. 1983. V. 27. N 2. P. 995–1009.

Физико-технический институт  
им. А.Ф. Иоффе РАН  
Санкт-Петербург

Поступило в Редакцию  
30 декабря 1992 г.