НЕЛИНЕЙНЫЕ ПОВЕРХНОСТНЫЕ СПИНОВЫЕ ВОЛНЫ В ФЕРРОМАГНЕТИКЕ

А.С.Ковалев

В рамках уравнения Ландау–Лифшица исследована нелинейная поверхностная спиновая волна в одноосном легкоосном ферромагнетике. Найдены выражения для распределения намагниченности в ней и связь интегралов движения для такой волны. Предсказана возможность экспериментальной идентификации нелинейной поверхностной спиновой волны и ее отличия от нелинейной объемной волны.

Поверхностные спиновые волны в ферромагнетике широко исследовались как экспериментально, так и теоретически [1,2]. С ростом амплитуды спиновых волн существенными становятся нелинейные эффекты. В частности, однородная спиновая волна становится неустойчивой и модуляционная неустойчивость приводит к распаду нелинейной волны на цуг последовательных магнитных солитонов [3]. Солитоны образуются и при импульсном возбуждении магнетика [4–6].

При изучении нелинейных поверхностных волн основное внимание до сих пор уделялось вопросам нелинейного затухания, неустойчивости, генерации высших гармоник [7].

Однако учет нелинейности системы может привести к гораздо более существенным эффектам. В частности, при этом появляется возможность образования специфических нелинейных поверхностных волн, не имеющих аналога в линейном пределе и делокализующихся при нулевой амплитуде волны.

Обычные поверхностные спиновые волны (линейные) возникают при учете капиллярных эффектов на границе ферромагнетика или учете взаимодействия не только ближайших спинов. Такие возбуждения близки к однокомпонентным (например, сдвиговым) упругим поверхностным волнам в теории упругости. Нелинейные поверхностные волны (как спиновые, так и упругие) могут существовать и при отсутствии капиллярных эффектов и использовании стандартных условий на границе кристалла. Хотя для поверхностных спиновых волн, как правило, существенным является учет магнитодипольных взаимодействий, возможны ситуации, когда такие волны имеют чисто обменное происхождение [1,2]. Ниже мы ограничимся именно таким приближением.

Наконец, заметим, что в стандартной постановке экспериментов по исследованию нелинейной спиновой динамики в магнетиках [3–6] спиновые волны возбуждаются полосовыми антеннами на одной из поверхностей пленок или пластин магнетика. Эта ситуация благоприятна для возбуждения именно поверхностных нелинейных волн, локализованных вблизи одной из границ, прилегающей к излучателю.

В качестве простейшего случая рассмотрим полуограниченный одноосный ферромагнетик с анизотропией типа оси легкого намагничивания. Плотность энергии в этом случае имеет простой вид

$$E = \alpha/2(\nabla \mathbf{M})^2 - \beta/2M_z^2, \tag{1}$$

где α — обменная константа, β — константа анизотропии ($\beta > 0$) и $\mathbf{M}$ — вектор намагниченности (ось z совпадает с осью анизотропии).

Соответствующие динамические уравнения (уравнения Ландау–Лифшица) при этом записываются в виде [8]

$$l_0^2 \Delta\vartheta - \left[1 + l_0^2(\nabla\varphi)^2\right]\sin\vartheta\cos\vartheta +$$

$$+1/\omega_0 \partial\varphi/\partial t \sin\vartheta = 0, \tag{2а}$$

$$l_0^2 \operatorname{div}\left[\sin^2\vartheta\nabla\varphi\right] - l/\omega_0\partial\vartheta/\partial t\sin\vartheta = 0, \tag{2б}$$

где ϑ и φ — угловые переменные в полярных координатах, связанных с осью анизотропии; магнитная длина $l_0 = \sqrt{\alpha/\beta}$, частота однородного ферромагнитного резонанса $\omega_0 = 2\beta\mu_0 M_0/\hbar$.

Рассмотрим нелинейные волны намагниченности, в которых поле вектора $\mathbf{M}$ зависит только от двух координат: $\mathbf{M} = \mathbf{M}(x, z)$, где ось x направлена вдоль поверхности в направлении распространения волны, а ось z совпадает с нормалью к поверхности ($z = 0$). Такая геометрия задачи естественна для экспериментов с линейными полосовыми излучателями [3–6]. Уравнения (2а), (2б) дополним простейшими граничными условиями на поверхности кристалла ($z = 0$)

$$\partial\vartheta/\partial z|_{z=0} = \partial\varphi/\partial z|_{z=0} = 0. \tag{3}$$

Решение для нелинейной поверхностной волны естественно искать в виде

$$\vartheta = \vartheta(z), \qquad \varphi = \omega t - kx, \tag{4}$$

где k — волновой вектор нелинейной спиновой волны в направлении ее распространения. Условие локализации волны у поверхности сводится к требованию $\vartheta(z \to \infty) = 0$. При произвольном значении k уравнение (2б) удовлетворяется автоматически, а уравнение (2а) сводится к следующему:

$$l_0^2\partial^2\vartheta/dz^2 - \left(l + k^2 l_0^2\right)\sin\vartheta\cos\vartheta + \omega/\omega_0\sin\vartheta = 0. \tag{5}$$

Это уравнение совпадает с уравнением для одномерных магнитных солитонов [9], если в нем произвести замену $l_0 \to l_0\sqrt{l + k^2 l_0^2}$ и $\omega_0 \to \omega_0(l + k^2 l_0^2)$. Решение уравнения (5) для нелинейной спиновой волны при положительных и отрицательных частотах имеет соответственно вид

$$\operatorname{tg}(\vartheta/2) = \left\{(1 + k^2 l_0^2)\omega_0/\omega - 1\right\}^{1/2} \times$$

$$\times \operatorname{sech}\left[\left\{1+k^2 l_0^2-\omega/\omega_0\right\}^{1/2} z/l_0\right], \qquad 0<\omega<\omega_0\left(1+k^2 l_0^2\right), \tag{6а}$$

$$\operatorname{tg}(\vartheta/2)=\left\{(1+k^2 l_0^2)\omega_0/|\omega|+1\right\}^{1/2}\times$$
$$\times \operatorname{cosech}\left[\left\{1+k^2 l_0^2+|\omega|/\omega_0\right\}^{1/2} z/l_0\right], \qquad \omega<0. \tag{6б}$$

Решение (6а) при не слишком малых частотах представляет собой малоамплитудную нелинейную спиновую волну, распространяющуюся вдоль направления x и локализованную вблизи поверхности кристалла. Такое решение существует лишь при частотах $\omega<\omega_0(1+k^2 l_0^2)$, что согласуется с понижением частот нелинейных спиновых волн по сравнению со спектром линейных магнонов $\omega=\omega_0(1+k^2 l_0^2)$. При понижении амплитуды волны и переходе к линейному пределу область локализации волны вблизи поверхности $\delta=l_0\{1+k^2 l_0^2-\omega/\omega_0\}^{-1/2}$ растет, волна делокализуется и в линейном пределе переходит в объемную спиновую волну.

Введя амплитуду волны на поверхности образца $\vartheta_*=\vartheta(z=0)$, выпишем нелинейный закон дисперсии поверхностных спиновых волн

$$\omega=\omega_0\cos^2(\vartheta_*/2)(1+k^2 l_0^2). \tag{7}$$

При слабой нелинейности в длинноволновом пределе это сводится к выражению $\omega/\omega_0 \cong 1+k^2 l_0^2-\vartheta_*^2/4$ и выполняется такое соотношение $(\partial^2\omega/\partial k^2)/(\partial\omega/\partial\vartheta_*^2)=-8l_0^2<0$. Согласно критерию Лайтхилла [10], при таком знаке неравенства малоамплитудные волны модуляционно неустойчивы и нелинейная поверхностная волна имеет тенденцию к распаду на цуг поверхностных солитонов, распространяющихся вдоль поверхности. Фактически нелинейные поверхностные спиновые волны представляют из себя магнитные солитоны, в которых локализация магнонов происходит в направлении, перпендикулярном направлению их распространения (имеет место своеобразное нелинейное каналирование магнонов вблизи поверхности). Продольная модуляционная неустойчивость нелинейных поверхностных спиновых волн отличает магнетики от нелинейных упругих сред, в которых нелинейные поверхностные упругие сдвиговые волны модуляционно устойчивы в направлении своего распространения [11].

Описывая малоамплитудные поверхностные спиновые волны в рамках нелинейного уравнения Шредингера для величины $\varphi=M_x+iM_Y$, легко воспользоваться результатами исследования модуляционной неустойчивости однородных нелинейных волн для такого уравнения [10] и оценить характерное время нарастания неустойчивости в рассматриваемом случае: $\tau\propto\left\{\omega_0(1+k^2 l_0^2)-\omega\right\}^{-1}$. Учитывая, что в малоамплитудном случае групповая скорость распространения спиновых волн примерно равна величине $V=2\omega_0 l_0(kl_0)$, оцениваем расстояния, на которых развивается неоднородность распределения намагниченности в нелинейной поверхностной волне в направлении x

$$L/l_0\propto kl_0\left\{1+k^2 l_0^2-\omega/\omega_0\right\}^{-1}.$$

Более интересен существенно нелинейный предел низкочастотных нелинейных спиновых поверхностных волн. В этом пределе объемные и поверхностные спиновые волны становятся существенно различными. В однородной (объемной) нелинейной волне амплитуда стремится к величине $\vartheta(\omega \to 0) = \pi/2$, в то время как в нелинейной поверхностной волне амплитуда на границе стремится к значению $\vartheta_*(\omega \to 0) = \pi$. При этом поверхностную волну можно трактовать как поток магнонов с максимально возможной плотностью спиновых отклонений. С другой стороны, в этом пределе нелинейная поверхностная волна превращается в доменную границу, параллельную поверхности образца, вдоль которой происходит распространение потока магнонов. В этом пределе приближенное решение имеет вид

$$\vartheta \cong \pi - 2\,\mathrm{arctg}\exp\left\{(\Delta - z)/l_*\right\}, \tag{8}$$

где толщина доменной границы $l_* = l_0/\sqrt{1+k^2 l_0^2}$ уменьшается с ростом волнового числа распространяющихся магнонов, а расстояние доменной границы от поверхности равно $\Delta = l_* |\ln(\omega/\omega_0)|$ и толщина перемагниченного приповерхностного домена логарифмически растет при понижении частоты возбуждаемых поверхностных волн.

Найдем для нелинейных поверхностных волн физически важные интегральные характеристики. В первую очередь таковыми являются энергия, полевой импульс и число спиновых отклонений (число магнонов) в поверхностной волне (на единицу площади поверхности). Выражения для этих величин имеют следующий вид [8,9]:

$$N = a^2 M_0/2\mu_0 \int\limits_0^\infty dz(1 - \cos\vartheta(z)), \tag{9}$$

$$P = -\hbar a^2 M_0/2\mu_0 \int\limits_0^\infty dz(1 - \cos\vartheta)\partial\varphi/\partial x, \tag{10}$$

$$E = a^2 M_0^2 \int\limits_0^\infty dz\left\{\alpha/2\left[(\partial\vartheta/\partial z)^2 + \sin^2\vartheta(\partial\varphi/\partial x)^2\right] - \beta/2(\cos^2\vartheta - 1)\right\}. \tag{11}$$

В определение этих интегралов движения введен дополнительный множитель a^2 (a — постоянная решетки) для сохранения размерности физических величин. Плотность полевого импульса определяется плотностью магнонов в поверхностной волне $p_x = \hbar k n(z)$, и полный полевой импульс в направлении распространения волны равен

$$P = \hbar k N. \tag{12}$$

Подставляя в формулы (9)–(12) решение (6) для поверхностных спиновых волн, получаем окончательные выражения для энергии и числа магнонов и их зависимость от динамических параметров решения — его частоты и волнового числа k

$$N = N_1(1+k^2 l_0^2)^{-1/2}\,\mathrm{Arccth}\left\{1 - \omega/\omega_0(1+k^2 l_0^2)\right\}^{-1/2}, \tag{13}$$

$$E = \hbar\omega_0 N_1\left\{1 + k^2 l_0^2 - \omega/\omega_0\right\}^{1/2}, \tag{14}$$

где $N_1 = 2s(l_0/a)$ — характерное число магнонов (число магнонов на толщине доменной границы при их максимальной плотности).

Исключая из соотношений (12)–(14) динамические параметры ω и k, находим зависимость энергии поверхностной волны от полного импульса этой волны и числа магнонов в ней

$$E = \hbar\omega_0 N_1 \,\mathrm{th}\left\{(N/N_1)\sqrt{1+(\pi P N_1/2P_0 N)^2}\right\}\sqrt{1+(\pi P N_1/2P_0 N)^2}. \quad (15)$$

Здесь введено обозначение P_0 для характерного полевого импульса $P_0 = 2\pi\hbar s/a$. Видно, что в отличие от рассматривавшихся ранее магнитных солитонов, локализованных в направлении своего распространения [8,9], в которых энергия была периодической функцией полевого импульса с периодом P_0, в случае нелинейной поверхностной волны эта зависимость имеет монотонный характер. При $N \ll N_1$ получается обычный закон дисперсии линейных магнонов $E/N \cong \hbar\omega_0\left\{1 + l_0^2(P/N)^2\right\}$. В обратном нелинейном пределе $N \gg N_1$ имеем зависимость релятивистского типа

$$E = \hbar\omega_0 N_1\sqrt{1+(\pi P N_1/2P_0 N)^2}. \quad (16)$$

В этом пределе магноны с почти максимальной плотностью движутся в слое шириной $\Delta = l_0 N/N_1$, а вся энергия волны сконцентрирована практически полностью в плоскости доменной границы, отделяющей перемагниченную приповерхностную область. С ростом полного импульса ($P/P_0 \gg N/N_1$) происходит лишь уменьшение толщины границы

$$l \propto l_0\left\{1+(\pi P N_1/2P_0 N)^2\right\}^{-1/2} \ll l_0.$$

Наиболее важным представляется вопрос об идентификации нелинейных поверхностных волн и возможности их отличия от нелинейных объемных волн, поскольку эксперименты по нелинейным спиновым волнам проводятся на пленочных образцах и тонких пластинах магнетиков. Сравним полученные зависимости (12)–(15) с таковыми для нелинейных объемных спиновых волн в пластине конечной толщины h. Однородное по толщине пленки решение уравнений (2) имеет простой вид

$$\vartheta = \arccos\left\{\omega/\omega_0(1+k^2 l_0^2)\right\}. \quad (17)$$

Подставляя это выражение в формулы (9)–(11), где интегрирование теперь производится в интервале $0 \leqslant z \leqslant h$, получаем выражения для интегралов движения

$$N = N_1\frac{h}{2l_0}\left\{1 - \omega/\omega_0(1+k^2 l_0^2)\right\}, \quad (18)$$

$$E = \hbar\omega_0 N_1(h/4l_0)\left\{1 + k^2 l_0^2 - (\omega/\omega_0)^2\Big/(1+k^2 l_0^2)\right\}, \quad (19)$$

а зависимость $E = E(P,N)$, заменяющая теперь соотношение (15), приобретает следующий вид:

$$E = \hbar\omega_0 N_1(N/N_1)(1 - N l_0/N_1 h)\left\{1 + (\pi P/2P_0)^2(N_1/N)^2\right\}. \quad (20)$$

Поскольку в условиях эксперимента задается частота возбуждаемой волны и возможно изменение ее мощности, то наиболее интересно сравнение для поверхностной и объемной волн формул (14) и (19), в которые входят эти величины. Выразим волновой вектор возбуждаемых объемной и поверхностной волн через их энергию и частоту и учтем, что в малоамплитудном случае волновое число связано с групповой скоростью простым соотношением $kl_0 = V/V_0$, где $V_0 = 2\omega_0 l_0$ — минимальная фазовая скорость спиновых волн. Если ввести характерную энергию $E_* = \hbar\omega_0 N_1$, то зависимости $V = V(E,\omega)$ для поверхностной и объемной волн примут соответственно такую форму

$$V_s/V_0 = \sqrt{(\omega/\omega) - 1 + (E/E_*)^2}, \qquad (21)$$

$$V_v/V_0 = \left\{(E/E_*)(2l_0/h) - 1 + \sqrt{(E/E_*)^2(2l_0/h)^2 + (\omega/\omega_0)^2}\right\}^{1/2}. \qquad (22)$$

Величина V может измеряться при возбуждении спиновых волн в импульсном режиме по временно́й задержке сигнала от излучающей до приемной полосовой антенны. При фиксированной частоте возбуждаемых магнонов наиболее характерной является зависимость $V = V(E)$ при частотах, близких к частоте однородного ферромагнитного резонанса ω_0. Если положить $\omega = \omega_0$ и учесть, что рассмотрение проводилось в длинноволновом пределе $kl_0 \ll 1$ (т.е. $V \ll V_0$), то получаются следующие зависимости $V = V(E)$ для нелинейной поверхностной и объемной волн:

$$V_s/V_0 \cong E/E_*, \qquad (23)$$

$$V_v/V_0 \cong \sqrt{2l_0/h}\sqrt{E/E_*}. \qquad (24)$$

Отсюда видно, что, во-первых, приведенные зависимости имеют принципиально разный характер: линейный для поверхностных и корневой для объемных волн; во-вторых, скорость поверхностных волн превышает скорость объемных при уровнях накачки энергии $E > \tilde{E} = E_* 2l_0/h$. Заметим, что при сравнении двух типов волн для поверхностных нелинейных волн мы пользовались решением для полубесконечной среды, т.е. предполагали, что глубина проникновения волны в пластину $\delta \ll h$. Это соотношение эквивалентно неравенству $E \gg \tilde{E}$. Поскольку длинноволновость рассмотрения приводит к дополнительному неравенству $E \ll E_*$, то полученные результаты справедливы в интервале энергий $\tilde{E} \ll E \ll E_*$, который допустим при $h \gg l_0$. Заметим, что при $\omega = \omega_0$ условие длинноволновости рассмотрения совпадает с условием малоамплитудности решения и справедлива использованная связь волнового числа с групповой скоростью.

В заключение обратим внимание на возможность существования отрицательно частотных нелинейных поверхностных спиновых волн, описываемых выражением (6б). Хотя формально в этом решении $\partial\vartheta/dz|_{z=0} \neq 0$, но это обстоятельство связано со скачком переменной φ на границе $z = 0$. Все физические поля на границе удовлетворяют нужным граничным условиям. Например, z-компонента намагниченности имеет вид

$$M_z = 2\varkappa A\,\mathrm{sh}(2\varkappa z)\left\{A + \mathrm{sh}^2(\varkappa z)\right\}^{-1}, \qquad (25)$$

где

$$A = (1 + k^2 l_0^2)\omega_0/|\omega| + 1, \qquad \varkappa l_0 = \left\{1 + k^2 l_0^2 + |\omega|/\omega_0\right\}^{1/2}.$$

Очевидно, что $\partial M_z/\partial z|_{z=0} = 0$ и удовлетворяется необходимое граничное условие на свободной границе. При отрицательных частотах прецессии вектора $\mathbf{M}$ намагниченность на поверхности в нелинейной поверхностной волне строго противоположна основному состоянию в глубине образца: $\vartheta = \pi$. При частотах $|\omega| \sim \omega_0$ поверхностная волна локализована в приповерхностном слое толщиной $\delta \sim l_0$ и локализация увеличивается с увеличением $|\omega|$. Поверхностная волна «выталкивается» из объема, поскольку при заданном основном состоянии в магнетике фиксируется знак частоты прецессии намагниченности. Возможно, что такие аномальные поверхностные волны могут быть возбуждены при определенном направлении вращения циркулярного поля, возбуждающего поверхностную волну.

Список литературы

[1] Филиппов Б.Н. // ФТТ. 1967. Т. 9. № 5. С. 1339–1344.

[2] Wallis R.F., Maradudin A.A., Ipatova I.P., Klochikhin A.A. // Sol. State Comm. 1967. V. 5. P. 89–92.

[3] Зильберман П.Е., Никитов С.А., Темирязев А.Г. // Письма в ЖЭТФ. 1985. Т. 42. С. 92–95.

[4] Калиникос Б.А., Ковшиков Н.Г., Славин А.Н. // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. № 2. С. 159–176.

[5] Горнаков В.С., Дедух Л.М., Никитенко В.И. // Письма в ЖЭТФ. 1984. Т. 39. № 5. С. 199–202.

[6] Der Gasperis P., Marcelli R., Miccoli G. // J. Appl. Phys. 1988. T. 63. N 8. P. 4136–4140.

[7] Berdman A.D.,Nikitov S.A. // Phys. Rev. B. 1988. V. 38. N 16. P. 11444–11451.

[8] Косевич А.М., Иванов Б.А., Ковалев А.С. // Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны. Киев: Наукова думка, 1983. 200 с.

[9] Kosevich A.M., Ivanov B.A., Kovalev A.S. // Magnetic solitons. Phys. Rep. 1990. V. 191. N 3/4 P. 117–238.

[10] Косевич А.М., Ковалев А.С. // Введение в нелинейную физическую механику. Киев: Наукова думка, 1989. 300 с.

[11] Ковалев А.С., Сыркин Е.С. // ЖЭТФ. 1992. Т. 102. № 2(8). С. 522–533.

Физико-технический институт
низких температур АН Украины
Харьков

Поступило в Редакцию
23 февраля 1993 г.