

©1993

## ЭЛЕКТРОННАЯ СПИН-СПИНОВАЯ ФАЗОВАЯ РЕЛАКСАЦИЯ В ТВЕРДЫХ ДИЭЛЕКТРИКАХ

*В.В.Поморцев*

Рассмотрено влияние спин-спиновых переходов в магнитно-разбавленной спиновой системе с неоднородно-уширенной линией ЭПР на спад сигнала ЭСЭ. Показано, что спин-спиновые переходы наиболее эффективны для спинов, расстояния между которыми превышает величину  $r_0 = n^{-1/3}$ , где  $n$  — концентрация спинов. Сделан вывод о некоррелированном характере эволюции магнитных локальных полей на резонансных спинах, возбуждаемых СВЧ импульсами. Предложена модель электронной фазовой спин-спиновой релаксации, пренебрегающая эффектами корреляции локальных магнитных полей. Квантовомеханическое решение задачи во втором порядке теории возмущений по кросс-релаксационным взаимодействиям приводит к экспоненциальному спаду для сигнала электронного спинового эха.

1. Распространенным способом исследования фазовой релаксации в магнитно-разбавленных спиновых системах с неоднородно-уширенными линиями ЭПР является метод электронного спинового эха (ЭСЭ) [1]. В литературе по ЭСЭ спины системы делят на две группы  $A$  и  $B$ . В группу  $A$  входят спины, непосредственно возбуждаемые микроволновым полем, в группу  $B$  — остальные. Флуктуации  $z$ -компонент локальных магнитных полей на спинах  $A$  приводят к необратимой расфазировке прецессирующих магнитных моментов, что в свою очередь приводит к ослаблению сигнала ЭСЭ. Причиной флуктуаций магнитных полей могут быть спин-решеточные и спин-спиновые переходы соседних со спином  $A$  парамагнитных центров или магнитных ядер решетки [2,3]. В первом случае фазовая релаксация происходит за счет модуляции секулярной части гамильтониана диполь-дипольных взаимодействий

$$\sum_B \alpha_{AB} S_A^z S_B^z$$

спин-решеточными переходами нерезонансных спинов — спинов  $B$ . Этот случай достаточно основательно изучен как теоретически [4-7], так и экспериментально [1,8].

В работе [9] применительно к ЭСЭ учтена характерная черта спин-спиновых переходов в магнитно-разбавленных системах, заключающаяся в наличии в таких системах распределения вероятностей флип-флоп переходов [10], обусловленного различными реализациями пространственного расположения спинов. Однако флуктуации магнитного поля, создаваемого спином  $B$ , аппроксимировались в этой работе моделью мгновенных перескоков между двумя состояниями, что не позволяет учесть эффекты

закаждывания, существенные для многоспиновых задач. Действительно, скорость спада сигнала ЭСЭ определяется скоростью расфазировки поперечных компонент спинов  $A$ . С другой стороны, модель мгновенных перескоков включает в себя предположение о мгновенном исчезновении фазовой когерентности в системе спинов  $B$ . Поскольку  $A$  и  $B$  спины отличаются друг от друга лишь резонансными частотами, такая несамосогласованность требует обоснования.

Инерциальность спин-спиновых переходов учтена в работе [11], в которой спад сигнала ЭСЭ выражен через корреляционную функцию оператора кросс-релаксационных взаимодействий. Эта функция определяет временную эволюцию магнитного локального поля, создаваемого спинами  $B$  на спинах  $A$ . К сожалению, надежного расчета этой функции к настоящему времени не существует. Построение теории спиновой фазовой релаксации невозможно без понимания механизма элементарного акта флип-флопа в многочастичной магнитно-разбавленной системе. Недостаточное понимание этого механизма является также препятствием к созданию последовательной микроскопической теории кросс-релаксации и поглощения высокочастотной энергии в низкоконцентрированных спиновых системах с неоднородно-уширенными линиями ЭПР.

В работе [11] рассмотрены случай больших времен корреляции (спины  $B$  — ядерные спины решетки при низкой концентрации) и случай малых времен корреляции (обратное время корреляции превышает разброс ларморовских частот спинов  $B$ ), что может иметь место для ситуации, когда спинами  $B$  являются парамагнитные ионы с относительно узкими линиями ЭПР [12]. Практически более важен случай одинаковой природы сортов парамагнитных центров  $A$  и  $B$ . В настоящей работе рассматривается модель, отражающая существенные черты фазовой спин-спиновой релаксации в магнитно-разведенной системе парамагнитных центров с широкой линией ЭПР.

2. Для обоснования рассматриваемой ниже модели существенным является вопрос о взаимном пространственном расположении спинов, участвующих в эффективных спин-спиновых переходах. Во втором порядке теории возмущений в пренебрежении угловой зависимостью диполь-дипольных взаимодействий вероятность флип-флопа спинов  $S_j = 1/2$  и  $S_k = 1/2$  определяется выражением [13]

$$w_{jk} = \frac{\pi \hbar^2 \gamma^4}{8 r_{jk}^6} \varphi(\Delta_{jk}). \quad (1)$$

Здесь  $\Delta_{jk}$  — разность резонансных частот спинов  $S_j$  и  $S_k$ ,  $\varphi(\Delta_{jk})$  — плотность состояний,  $\gamma$  — гиромагнитное отношение,  $r_{jk}$  — расстояние между узлами  $j$  и  $k$ .

Суммарная скорость изменения поляризации сигнала  $S_j$  равна

$$W_j = \sum_k w_{jk}. \quad (2)$$

Разбавленная система характеризуется распределением по величинам  $W_j$  вследствие различных возможностей пространственного расположения спинов, плотность которого, согласно методу Маркова, примененному к подобным задачам в работе Андерсона [10], имеет вид

$$P(W_j) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} dt e^{-n(K_1^c + K_2^c)} \cos [tW_j - n(K_1^s + K_2^s)] \quad (3).$$

Функции

$$K_1^c(t) = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} g(\Delta) d\Delta \int_0^{r_0} r^2 dr (1 - \cos tw_{jk}), \quad (4a)$$

$$K_1^s(t) = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} d\Delta g(\Delta) \int_0^{r_0} r^2 dr \sin tw_{jk} \quad (4б)$$

соответствуют вкладу парамагнитных центров, расположенных друг от друга на расстояниях, не превышающих  $r_0 = n^{-1/3}$  (ближние спины).

Функции

$$K_2^c(t) = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} d\Delta g(\Delta) \int_{r_0}^{\infty} r^2 dr (1 - \cos tw_{jk}), \quad (5a)$$

$$K_2^s(t) = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} d\Delta g(\Delta) \int_{r_0}^{\infty} r^2 dr \sin tw_{jk} \quad (5б)$$

соответствуют вкладу в выражение (3) от дальних спинов, расстояние между которыми превышает  $r_0$ . Здесь  $g(\Delta)$  — функция формы линии ЭПР,  $n$  — концентрация парамагнитных центров.

При помощи подстановки

$$y = \hbar\gamma^2 \sqrt{\frac{\pi t}{8}} \varphi(\Delta) \frac{1}{r^3}$$

для прямоугольного вида функции распределения  $g(\Delta)$  с шириной  $\sigma$  и функции плотности состояний вида

$$\varphi(\Delta) = \frac{\tau}{2} \exp(-\tau|\Delta|)$$

представим выражения (4a)–(5б) следующим образом:

$$K_1^c = \frac{8\pi}{3} \frac{r_0^3}{\tau\sigma} \int_{a\epsilon}^a dy J_1^c(y), \quad (6a)$$

$$K_1^s = \frac{8\pi}{3} \frac{r_0^3}{\tau\sigma} \int_{a\epsilon}^a dy J_1^s(y), \quad (6б)$$

$$K_2^c = \frac{8\pi}{3} \frac{r_0^3}{\tau\sigma} \int_{a\varepsilon}^a dy J_2^c(y), \quad (7a)$$

$$K_2^s = \frac{8\pi}{3} \frac{r_0^3}{\tau\sigma} \int_{a\varepsilon}^a dy J_2^s(y). \quad (7b)$$

Здесь

$$J_1^c(y) = \int_y^\infty dz \frac{(1 - \cos z^2)}{z^2}, \quad J_2^c(y) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} - J_1^c(y),$$

$$J_1^s(y) = \int_y^\infty dz \frac{\sin z^2}{z^2}, \quad J_2^s(y) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} - J_1^s(y),$$

$$a = \frac{\hbar\gamma^2}{4r_0^3} \sqrt{\pi t\tau}, \quad \varepsilon = e^{-\frac{\tau\sigma}{2}}.$$

Предполагая, что выполняется условие  $\tau\sigma \gg 1$ , и опуская члены порядка  $(\tau\sigma)^{-1}$  по сравнению с единицей, получим из (3), (6a)–(7b) после некоторых преобразований

$$P(W) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty dt e^{-[L_\delta^s(t) + L_g^s(t)]} \cos \{tW - [L_\delta^c(t) + L_g^c(t)]\}, \quad (8)$$

где функции

$$L_\delta^s(t) = \sqrt{2}\pi^{3/2} \frac{8}{3} \frac{a}{\tau\sigma} \left[ \frac{1}{2} - S\left(\sqrt{\frac{2}{\pi}}a\right) \right] = \sqrt{2}\pi^{3/2} \frac{4}{3} \frac{a}{\tau\sigma} - L_g^s,$$

$$L_\delta^c(t) = \sqrt{2}\pi^{3/2} \frac{8}{3} \frac{a}{\tau\sigma} \left[ \frac{1}{2} - C\left(\sqrt{\frac{2}{\pi}}a\right) \right] = \sqrt{2}\pi^{3/2} \frac{4}{3} \frac{a}{\tau\sigma} - L_g^c$$

соответствуют спидам, расстояния между которыми не превышает  $r_0$ . Здесь

$$S(z) = \int_0^z \sin \frac{\pi}{2} y^2 dy, \quad C(z) = \int_0^z \cos \frac{\pi}{2} y^2 dy.$$

Для времен, удовлетворяющих условию

$$\sqrt{\frac{2}{\pi}}a(t) \geq 5, \quad (9)$$

можно положить

$$S\left(\sqrt{\frac{2}{\pi}}a\right) = C\left(\sqrt{\frac{2}{\pi}}a\right) \simeq \frac{1}{2},$$

и следовательно, при больших временах ближние спины не вносят вклада в выражение (8). При малых временах, удовлетворяющих условию

$$\sqrt{\frac{2}{\pi}} a(t) \leq 5, \quad (10)$$

выполняются соотношения

$$L_g^s(t) \ll 1, \quad L_g^s \ll 1; \quad L_g^c \ll 1, \quad L_g^c(t) \ll 1,$$

которые являются следствием малости величины  $(\tau\sigma)^{-1}$ . Кроме того, вычисление интеграла (8) показывает, что наиболее вероятное значение величины  $W$  удовлетворяет соотношению  $Wt \ll 1$  для времен, ограниченных условием (10). Следовательно, вклад рассматриваемого временного интервала в выражение (8) имеет значение порядка  $(\sim 25/\pi\tau)(4\tau_0^3/\hbar\gamma^2)^2$ , что гораздо меньше величины  $P(W)$  для наиболее вероятного значения  $W = W_{\max}$ . Таким образом, можно утверждать, что наиболее эффективные спин-спиновые переходы соответствуют парам спинов, расстояние между которыми превышает  $r_0$ .

3. Проведенное выше рассмотрение позволяет нам сформулировать достаточно простую модель фазовой спин-спиновой релаксации. Основное допущение модели заключается в предположении о некоррелированности локальных магнитных полей, создаваемых спинами  $B$  на спине  $A$ .

Действительно, заметное магнитное поле на спине  $A$  создают лишь спины  $B$ , расположенные внутри сферы радиуса  $r_0$  с центром в месте фиксации спина  $A$ . Следовательно, если один из спинов группы  $B$ , принимающих участие в эффективном спин-спиновом переходе, расположен на расстоянии, не превышающем  $r_0$  от спина  $A$ , то второй из спинов группы  $B$  удален от спина  $A$  на расстояние, превышающее  $r_0$ . Вклад от таких спинов в локальное магнитное поле на спине  $A$  не учитывается в нашей модели. Для того чтобы различать эти два сорта спинов, удобно условно разбить группу спинов  $B$  на две группы — группу  $B_e$  для ближних спинов и группу  $B_K$  для спинов, расположенных на расстоянии, превышающем  $r_0$  от спина  $A$ .

В методе двухимпульсного ЭСЭ на спиновую систему воздействуют два разделенных промежутком времени  $\tau$  импульса переменного магнитного поля на частоте  $\omega_A$ , взаимодействие с которым в системе координат, вращающейся с частотой, описывается оператором

$$\hat{H}_1 = \hbar\omega_1 \hat{S}_A^x.$$

До момента включения первого импульса спиновая система находится в состоянии термодинамического равновесия и в высокотемпературном приближении описывается статистическим оператором  $\hat{\rho}_0$ :

$$\hat{\rho}_0 = Z^{-1} \left( \hat{1} - \frac{\hbar\omega_A}{kT} S_A^z \right), \quad (11)$$

где

$$Z = \text{Sp} \hat{\rho}_0.$$

Первый  $90^\circ$  импульс выстраивает вектор намагниченности  $\text{Sp}\hat{\rho}S_A^z$  по оси  $y$ , а оператор  $\hat{\rho}_0$  переводит в оператор  $\hat{\rho}(0)$

$$\hat{\rho}(0) \simeq Z^{-1} \left( \hat{1} - \frac{\hbar\omega_A}{kT} S_A^y \right). \quad (12)$$

В момент времени  $\tau$  второй импульс поворачивает вектор намагниченности вокруг оси  $x$  на  $180^\circ$ . Сигнал ЭСЭ пропорционален среднему магнитному моменту

$$M^y = \text{Sp}\rho(t)S_A^y$$

в момент времени  $t = 2\tau$  и равен в нашей модели

$$G = \langle \prod_{B_e} \tilde{G}_{B_e} \rangle,$$

$$\tilde{G}_{B_e} = \frac{kT}{\hbar\omega_A} \text{Sp}S_A^y e^{-\frac{i\tau\hat{H}}{\hbar}} e^{-i\pi S_A^z} e^{-\frac{i\tau\hat{H}}{\hbar}} \hat{\rho}(0) e^{\frac{i\tau\hat{H}}{\hbar}} e^{i\pi S_A^z} e^{\frac{i\tau\hat{H}}{\hbar}}. \quad (13)$$

Здесь волнистой чертой обозначено усреднение по пространственным конфигурациям  $B_k$  спинов, а угловыми скобками — усреднение по пространственным конфигурациям  $B_e$  спинов;  $\hat{H}$  — оператор, отвечающий за взаимодействие спина  $A$  с одним из ближних спинов  $B$ , эволюция со временем которого обязана его взаимодействию со спинами  $B_k$ , непосредственно не взаимодействующих со спином  $A$

$$\hat{H} = \hbar\omega_e S_{B_e}^z + \sum_k \hbar\omega_{B_k} S_{B_k}^z + \alpha_{AB_e} S_A^z S_{B_e}^z + \sum_{B_k} \beta_{B_e B_k} (S_{B_e}^+ S_{B_k}^- + S_{B_e}^- S_{B_k}^+) + \hat{H}'. \quad (14)$$

Оператор  $\hat{H}'$  ответствен за взаимодействия, не существенные в низшем порядке теории возмущений по кросс-релаксационным взаимодействиям;  $\alpha_{AB_e}$  и  $\beta_{B_e B_k}$  — константы диполь-дипольного взаимодействия

$$\alpha_{AB_e} = \frac{\hbar\gamma^2}{|\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_{B_e}|^3} (1 - 3 \cos^2 \theta_{AB_e}),$$

$$\beta_{B_e B_k} = \frac{1}{4} \frac{\hbar\gamma^2}{|\mathbf{r}_{B_e} - \mathbf{r}_{B_k}|^3} (1 - 3 \cos^2 \theta_{B_e B_k}).$$

4. Вследствие того что разброс резонансных частот в рассматриваемой системе намного превышает характерную величину спин-спиновых взаимодействий, вероятности спин-спиновых переходов гораздо меньше частот прецессии спинов в локальных магнитных полях, создаваемых спинами друг на друге.

Во втором порядке теории возмущений по величине кросс-релаксационных взаимодействий будем иметь

$$G_{B_e} = 1 - \Phi_{B_e}, \quad (15)$$

где

$$\Phi_{B_e} = \sum_k \phi_{B_e B_k},$$

$$\Phi_{B_e B_k} = \hbar^{-4} \sum_{B_k} \beta_{B_e B_k}^2 \left[ \frac{\alpha_{AB_e} (\cos \Delta_{B_e B_k} \tau - \cos \frac{\alpha_{AB_e} \tau}{2\hbar})}{(\frac{\alpha_{AB_e}}{2\hbar})^2 - \Delta_{B_e B_k}^2} \right]^2.$$

Вычислим плотность распределения случайной величины  $\Phi_{B_e}$ .

$$P(\Phi_{B_e}) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} dt e^{-nK^c(t)} \cos [t\Phi_{B_e} - nK^s(t)]. \quad (16)$$

В континуальной модели среды интегрирование по пространственным переменным в выражениях

$$K^c(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\Delta) d\Delta \int dV (1 - \cos t\Phi_{B_e B_k}),$$

$$K^s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\Delta) d\Delta \int dV \sin t\Phi_{B_e B_k} \quad (17)$$

позволяет получить

$$K^c(t) = K^s(t) = K = \sqrt{t} \frac{8\pi^{3/2}}{g\sqrt{6}} \hbar \gamma^2 \int_{-\infty}^{\infty} g(\Delta) d\Delta Q(\Delta), \quad (18)$$

где

$$Q(t) = \frac{\frac{\alpha_{AB_e}}{2\hbar} (\cos \Delta_{B_e B_k} \tau - \cos \frac{\alpha_{AB_e} \tau}{2\hbar})}{(\frac{\alpha_{AB_e}}{2\hbar})^2 - \Delta_{B_e B_k}^2}.$$

Для прямоугольного вида функции  $g(\omega)$  с шириной спектра  $\sigma$  для времен, удовлетворяющих условию  $\tau \gg 1/\sigma$  (члены порядка  $\frac{\alpha_{AB_e}}{\hbar\sigma}$  малости опускаем), будем иметь

$$K = \xi_{B_e} \sqrt{t}, \quad (19)$$

где

$$\xi_{B_e} = \frac{8\pi^{5/2}}{9\sqrt{6}} \frac{\hbar \gamma^2}{\sigma} n \sin \frac{\alpha_{AB_e}}{2\hbar} \tau.$$

Вычисление интеграла (16) при учете (19) приводит к следующему выражению:

$$P(\Phi_{B_e}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\Phi_{B_e}^{3/2}} \xi e^{-\xi^2/2\Phi_{B_e}}. \quad (20)$$

Плотность распределения  $P(\Phi_{B_e})$  имеет максимум при значении  $\tilde{\Phi}_{B_e}$ ,

$$\tilde{\Phi}_{B_e} = \frac{1}{3} \xi_{B_e}^2. \quad (21)$$

Усреднение по конфигурациям  $B_k$  спинов аппроксимируем заменой случайной величины  $G_{B_c}$  ее наиболее вероятным значением

$$\tilde{G}_{B_c} = 1 - \bar{\Phi}_{B_c}. \quad (22)$$

Усредняя выражение  $\prod_{B_c} \tilde{G}_{B_c}$  по случайному распределению спинов, получим для сигнала ЭСЭ

$$G = \langle \prod_{B_c} \tilde{G}_{B_c} \rangle = e^{-a\tau}, \quad (23)$$

где

$$a = 2.2 \frac{\omega_{1/2}^3}{\sigma^2}, \quad \omega_{1/2} = 2.5 \hbar \gamma^2 n.$$

Экспоненциальный закон распада сигнала ЭСЭ был обнаружен в экспериментах по ЭСЭ при низких температурах [1]. Для количественного сравнения, однако, требуются значительные теоретические и экспериментальные усилия.

### Список литературы

- [1] Салихов К.М., Семенов А.Г., Цветков Ю.Д. Электронное спиновое эхо и его применение. Новосибирск, 1976. С. 3-341
- [2] Поморцев В.В. // ФТТ. 1975. Т. 17. № 6. С. 1764.
- [3] Поморцев В.В. // ЖЭТФ. 1977, Т. 72. С. 180.
- [4] Klauder J.R., Anderson P.W. // Phys. Rev. 1962. V. 125. P. 912.
- [5] Жидомиров Г.М., Салихов К.М. // ЖЭТФ. 1969. Т. 56. С. 1973.
- [6] Поморцев В.В., Сафронова У.И., Жидомиров Г.М. // ФТТ. 1970. Т. 12. № 1. С. 16.
- [7] Hu P., Hartman S.R. // Phys. Rev. B. 1974. V. 9. P. 1.
- [8] Hartman S.R., Hu P. // J. Magn. Res. 1974. V. 15. P. 226.
- [9] Милов А.Д., Салихов К.М., Цветков Ю.Д. // ЖЭТФ. 1972. Т. 63. С. 2229.
- [10] Anderson P.W. // Phys. Rev. 1958. V. 109. P. 1492.
- [11] Поморцев В.В., Жидомиров Г.М. // ФТТ. 1973. Т. 15. № 1. С. 178.
- [12] Altshuler S.A., Kurkin I.N., Shlyonkin V.J. // Proceedings of the XX Congress Ampere. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1979. P. 203.

Институт химической физики  
им. Н.Л.Семенова РАН  
Москва

Поступило в Редакцию  
4 марта 1993 г.

