

12,13

# Время жизни резонансных состояний сплошного спектра электронов квантово-размерной пленки Cu(001)

© Г.В. Вольф, Ю.П. Чубурин

Физико-технический институт УрО РАН,  
Ижевск, Россия

E-mail: wolf@otf.fti.udmurcia.su

(Поступила в Редакцию 27 декабря 2010 г.)

Впервые рассчитан закон дисперсии и времена жизни резонансов упругого рассеяния электронов с энергиями выше границы сплошного спектра электронов (001) ГЦК-пленки меди. Найдено, что в определенном интервале значений квазиимпульса электронов, лежащего на направлении  $\bar{Y}$  двумерной зоны Бриллюэна, существует резонансная зона с очень большими временами жизни. Учет специфики этих состояний важен при описании транспорта скользящих пучков низкоэнергетических электронов в квантово-размерной пленке меди.

## 1. Введение

Динамика резонансных состояний квантово-размерных кристаллических пленок представляет значительный интерес. Исследование этого вопроса важно не только с точки зрения выяснения фундаментальных характеристик таких систем, но в свете развития нанотехнологий имеет и существенное прикладное значение [1–10].

Наибольшие достижения в теоретическом описании и расчетах динамики электронных возбуждений ограниченных кристаллов получены для состояний ридберговского типа и других поверхностно локализованных состояний, лежащих ниже границы сплошного спектра [11,12]. Влияние пространственного конфайнмента на динамику квазистационарных электронных состояний, расположенных выше границы сплошного спектра, изучено значительно меньше. Это связано как с трудностями решения уравнения Шредингера для комплексных „энергий“ в случае анизотропного пленочного потенциала, так и со сложностью экспериментального определения времени жизни резонансов.

Недавний прогресс в области многофотонной фотоэмиссии с разрешением по времени позволил не только экспериментально подтвердить существование резонансов, погруженных в континуум состояний сплошного спектра, но и измерить упругий и неупругий вклады в величину их времени жизни [13,14]. Имеется продвижение и в теоретическом описании резонансов упругого рассеяния электронов на кристаллических пленках. В работах [10,15] показано, что в пленках кубических кристаллов для электронных состояний определенной симметрии ширина упругого резонанса равна нулю, т.е. возможно существование зон связанных состояний, погруженных в континуум делокализованных состояний сплошного спектра.

Целью настоящей работы является исследование закона дисперсии и времени жизни резонансов упругого

рассеяния электронов на монослое Cu(001), лежащих вблизи границы сплошного спектра.

## 2. Связанные и резонансные состояния вблизи границы сплошного спектра

Зоны связанных, нормируемых в ячейке пленки состояний могут пересекать границу сплошного спектра электронов, задаваемую параболоидом  $E = \mathbf{k}^2$ , где  $E$  — энергия, а  $\mathbf{k}$  — двумерный (2D) приведенный квазиимпульс<sup>1</sup> (рис. 1). Характер „продолжения“ этих зон в область сплошного спектра зависит от симметрии отвечающих им волновых функций  $\Psi_{\mathbf{k}}^{(j)}(\mathbf{r}, E)$ , преобразующихся по  $j$ -му неприводимому представлению группы волнового вектора  $\mathbf{k}$ . Как показано в работах [10,15], если интеграл по элементарной ячейке пленки<sup>2</sup> имеет вид

$$\int_{\Omega} \exp(i(\mathbf{k}, \pm k_z)\mathbf{r}) V(\mathbf{r}) \Psi_{\mathbf{k}}^{(j)}(\mathbf{r}, E) d\mathbf{r} = 0, \quad (1)$$

где  $k_z = \sqrt{E - k^2}$ ,  $V(\mathbf{r})$  — кристаллический потенциал, а  $\Psi_{\mathbf{k}}^{(j)}(\mathbf{r}, E)$  — волновая функция электрона, удовлетворяющая однородному уравнению Липпмана–Швингера, то зона состояний данного типа продолжает оставаться зоной связанных состояний и выше границы сплошного спектра. Условие (1) означает, что входящая в подинтегральное выражение плоская волна не преобразуется по  $j$ -му неприводимому представлению группы волнового вектора  $\mathbf{k}$ , т.е.

$$\hat{P}_{\mathbf{k}}^{(j)}[\exp(i(\mathbf{k}, \pm k_z)\mathbf{r})] = 0, \quad (2)$$

где  $\hat{P}_{\mathbf{k}}^{(j)}$  — оператор проектирования, отвечающий  $j$ -му неприводимому представлению группы волнового век-

<sup>1</sup> В формулах настоящей работы использована атомная система единиц с энергией в Ry.

<sup>2</sup> Полагаем, что поверхности пленки параллельны плоскости  $z = 0$ .

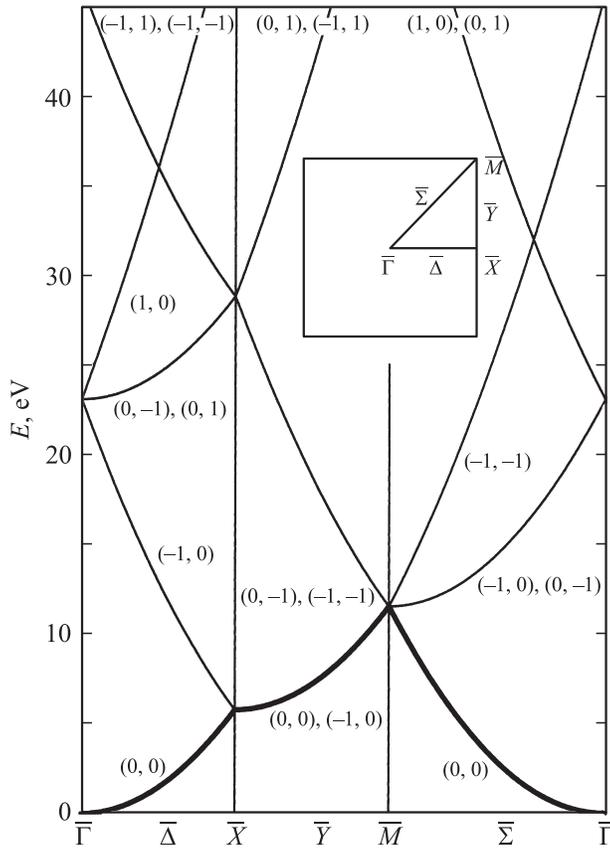


Рис. 1. Пороговые энергии (001) ГЦК-пленки. Жирная линия отвечает границе сплошного спектра  $E = k^2$ .

тора  $\mathbf{k}$  [16]. Из результатов работ [10,15] следует, что в (001) ГЦК-пленке появление локализованных состояний в континууме делокализованных состояний сплошного спектра возможно в направлениях  $\bar{\Delta}$  и  $\bar{\Sigma}$  2D-зоны Бриллюэна (см. вставку на рис. 1). В работе [15] показано, что в Cu(001) ГЦК-монослое такие зоны действительно реализуются в направлении  $\bar{\Sigma}$  и отвечают состояниям, преобразующимся по представлениям  $\bar{\Sigma}_3$  и  $\bar{\Sigma}_4$  (см. таблицу).

Неприводимые представления групп волновых векторов  $\mathbf{k}$ , лежащих вдоль направлений  $\bar{\Delta}$ ,  $\bar{\Sigma}$  и  $\bar{Y}$

$\bar{\Delta}$	$\bar{\Sigma}$	$\bar{Y}$	$\hat{E}$	$\hat{C}_2^{(100)}$	$\hat{\sigma}_z$	$\hat{\sigma}_y$
$\bar{\Sigma}_1$	$\bar{\Sigma}_1$	$\bar{Y}_1$	$\hat{E}$	$\hat{C}_2^{(110)}$	$\hat{\sigma}_z$	$\hat{\sigma}_{x=y}$
$\bar{\Sigma}_2$	$\bar{\Sigma}_2$	$\bar{Y}_2$	$\hat{E}$	$\hat{C}_2^{(010)}$	$\hat{\sigma}_z$	$\hat{\sigma}_x$
$\bar{\Delta}_1$	$\bar{\Sigma}_1$	$\bar{Y}_1$	1	1	1	1
$\bar{\Delta}_2$	$\bar{\Sigma}_2$	$\bar{Y}_2$	1	-1	-1	1
$\bar{\Delta}_3$	$\bar{\Sigma}_3$	$\bar{Y}_3$	1	1	-1	-1
$\bar{\Delta}_4$	$\bar{\Sigma}_4$	$\bar{Y}_4$	1	-1	1	-1

Примечание.  $\hat{E}$  — тождественное преобразование,  $\hat{C}_2^{(100)}$ ,  $\hat{C}_2^{(110)}$  и  $\hat{C}_2^{(010)}$  — повороты на угол  $\pi$  вокруг осей [100], [110] и [010] соответственно,  $\hat{\sigma}_z$ ,  $\hat{\sigma}_{x=y}$  и  $\hat{\sigma}_x$  — отражения в плоскостях  $z = 0$ ,  $x = y$  и  $x = 0$ .

Для направления  $\bar{Y}$  ( $\mathbf{k} = \frac{2\pi}{A}(\frac{1}{2}, \xi)$ ,  $\xi \in (0, \frac{1}{2})$ ,  $A$  — постоянная плоской решетки<sup>3</sup>)

$$\hat{P}_{\mathbf{k}}^{(j)} e^{i(\mathbf{k}, \mathbf{k}_z) \mathbf{r}} \neq 0 \quad (3)$$

для всех неприводимых представлений группы данного волнового вектора (табл. 1). Следовательно, для этого направления все зоны связанных состояний, пересекающие границу сплошного спектра, переходят в зоны резонансных состояний  $E_R(\mathbf{k}) = E(\mathbf{k}) - i\Gamma(\mathbf{k})$ , где мнимая часть, определяющая ширину резонанса, не равна нулю ( $\Gamma(\mathbf{k}) > 0$ ). Согласно расчету работы [15], в Cu(001) ГЦК-монослое такими зонами являются зоны состояний, преобразующихся по представлениям  $\bar{Y}_1$ ,  $\bar{Y}_3$  и  $\bar{Y}_4$ . К сожалению, метод, использованный в упомянутой работе, позволяет рассчитать лишь вещественные проекции энергий резонансов, оставляя открытым вопрос о их времени жизни.

### 3. Время жизни резонансов упругого рассеяния вблизи границы сплошного спектра (001) ГЦК-пленки

Уравнение для определения связанных и резонансных состояний имеет вид

$$\Psi_{\mathbf{k}}^{(j)}(\mathbf{r}, E) = - \int_{\Omega} G_{\mathbf{k}}^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; E) V(\mathbf{r}') \Psi_{\mathbf{k}}^{(j)}(\mathbf{r}', E) d\mathbf{r}', \quad (4)$$

где  $G_{\mathbf{k}}^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; E)$  — функция Грина свободных электронов кристаллической пленки,

$$G_{\mathbf{k}}^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; E) = - \frac{1}{2iS} \sum_{\mathbf{K}_\mu} \frac{e^{i(\mathbf{k} + \mathbf{K}_\mu, \sqrt{E - (\mathbf{k} + \mathbf{K}_\mu)^2}) (\mathbf{u} - \mathbf{u}', |z - z'|)}{\sqrt{E - (\mathbf{k} + \mathbf{K}_\mu)^2}}. \quad (5)$$

Здесь  $S$  — площадь сечения элементарной ячейки пленки плоскостью поверхности кристалла,  $\mathbf{K}_\mu$  — векторы обратной решетки рассматриваемой пленки,  $\mathbf{u}$  и  $\mathbf{u}'$  — параллельные поверхности составляющие векторов  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{r}'$ .

Пронумеруем векторы  $\mathbf{K}_\mu$  так, что  $\mathbf{K}_1 = 0$ ,  $\mathbf{K}_2 = (2\pi/A)(0, -1)$ ,  $\mathbf{K}_3 = (2\pi/A)(-1, 0)$  и  $\mathbf{K}_4 = (2\pi/A)(1, -1)$ .

Рассмотрим энергии вблизи нижних порогов  $E_{(0,0)} = k^2$  и  $E_{(0,-1)} = (\mathbf{k} + \mathbf{K}_2)^2$  (рис. 1). Для вектора  $\mathbf{k}$ , лежащего на направлении  $\bar{Y}$  2D-зоны Бриллюэна, оба рассматриваемых порога вырождены, т. е.

$$E_{(0,0)} = E_{(-1,0)} = (\mathbf{k} + \mathbf{K}_1)^2 = (\mathbf{k} + \mathbf{K}_3)^2,$$

$$E_{(0,-1)} = E_{(-1,-1)} = (\mathbf{k} + \mathbf{K}_2)^2 = (\mathbf{k} + \mathbf{K}_4)^2. \quad (6)$$

<sup>3</sup> Для (001) ГЦК-пленки  $A = A_\infty / \sqrt{2}$ , где  $A_\infty$  — постоянная решетки объемного кристалла.

Сохраняя в разложении функции Грина (5) лишь ведущие члены с  $\mu = 1, 2, 3, 4$  и учитывая трансформационные свойства функций  $\Psi_{\mathbf{k}}^{(j)}(\mathbf{r}, E)$ , получим

$$\Psi_{\mathbf{k}}^{(j)}(\mathbf{r}, E) = \sum_{t=1}^2 C_t^{(j)}(z) (e^{i(\mathbf{k}+\mathbf{K}_t)\mathbf{u}} + \bar{Y}^{(j)}(\hat{\sigma}_x) e^{i\hat{\sigma}_x(\mathbf{k}+\mathbf{K}_t)\mathbf{u}}), \quad (7)$$

где

$$C_t^{(j)}(z) = \frac{1}{2iSk_{zt}} \int_S e^{-i(\mathbf{k}+\mathbf{K}_t)\mathbf{u}'} d\mathbf{u}' \times \int_0^d (e^{ik_{zt}|z-z'|} + \bar{Y}^{(j)}(\hat{\sigma}_z) e^{ik_{zt}|z+z'|}) V(\mathbf{r}') \Psi_{\mathbf{k}}^{(j)}(\mathbf{r}', E) dz', \quad (8)$$

$k_{zt} = \sqrt{E - (\mathbf{k} + \mathbf{K}_t)^2}$ , а  $\bar{Y}^{(j)}(\hat{\alpha})$  — элемент  $j$ -го неприводимого представления, отвечающий преобразованию  $\hat{\alpha}$  (табл. 1).  $d$  — полутолщина пленки, определяемая условием:  $V(\mathbf{u}, \pm d) = 0$ .

Подставляя (7) в выражение (8), найдем

$$C_t^{(j)}(z) = \frac{1}{2iSk_{zt}} \times \sum_{t'=1}^2 \int_0^d (e^{ik_{zt}|z-z'|} + \bar{Y}^{(j)}(\hat{\sigma}_z) e^{ik_{zt}|z+z'|}) W_{tt'}^{(j)}(z') C_{t'}^{(j)}(z') dz', \quad (9)$$

где

$$W_{11}^{(j)} = W_{22}^{(j)} = V_1(z) + \bar{Y}^{(j)}(\hat{\sigma}_x) V_3(z), \\ W_{12}^{(j)} = W_{21}^{(j)} = V_2(z) + \bar{Y}^{(j)}(\hat{\sigma}_x) V_4(z), \quad (10)$$

а

$$V_i(z) = \frac{1}{S} \int_S V(\mathbf{r}) \exp(i\mathbf{K}_t\mathbf{u}) d\mathbf{u} \quad (11)$$

— компоненты Фурье в разложении потенциала в ряд по векторам обратной решетки пленки.

Проводя дискретизацию уравнения (9) с помощью квадратурной формулы Гаусса, получим систему линейных однородных уравнений

$$\sum_{t'=1}^2 \sum_{i'=1}^n [M_{ii',t't'}^{(j)}(\mathbf{k}, E) - 4ik_{zt}\delta_{ii'}\delta_{t't'}] C_{i't'}^{(j)} = 0, \quad (12)$$

где

$$C_{ii'}^{(j)} = \frac{d}{2} (x_i + 1) C_i^{(j)}, \quad (13)$$

$x_i$  — узлы  $n$ -точечной квадратурной формулы Гаусса, а

$$M_{ii',t't'}^{(j)}(\mathbf{k}, E) = \omega_{i'} d W_{tt'}^{(j)}(d(x_{i'} + 1)/2) \times \left[ \exp\left(i \frac{k_{zt}d}{2} |x_i - x_{i'}|\right) + \bar{Y}^{(j)}(\hat{\sigma}_z) \exp\left(i \frac{k_{zt}d}{2} |x_i + x_{i'}|\right) \right], \quad (14)$$

где  $\omega_i$  — веса квадратурной формулы.

Для резонансных состояний, отвечающих комплексным „энергиям“, условие нетривиальной совместности системы уравнений (12), требующее одновременного обращения в нуль вещественной и мнимой частей определителя системы, позволяет определить  $E(\mathbf{k})$  и  $\Gamma(\mathbf{k})$  при каждом фиксированном значении  $\mathbf{k}$ .

Расчет резонансов упругого рассеяния монослоя Cu(001). При энергиях ниже границы сплошного спектра обращение в нуль детерминанта системы уравнений (12) определяет энергию связанных по  $z$  состояний. Эти состояния можно получить в стандартном расчете электронной структуры кристаллической пленки. Сравнение результатов позволяет оценить степень искажений, вносимых усечением разложения функции Грина по векторам  $\mathbf{K}_\mu$  и дискретизацией интегрального уравнения (9).

В расчете настоящей работы использован тот же самый кристаллический потенциал, что и в прецизионном расчете энергетического спектра электронов монослоя Cu(001) [15]. Дискретизация уравнения (9) осуществлялась с помощью 32-точечной схемы Гаусса. Определитель комплексной матрицы общего вида вычислялся методом Гаусса с выбором ведущего элемента по столбцу.<sup>4</sup>

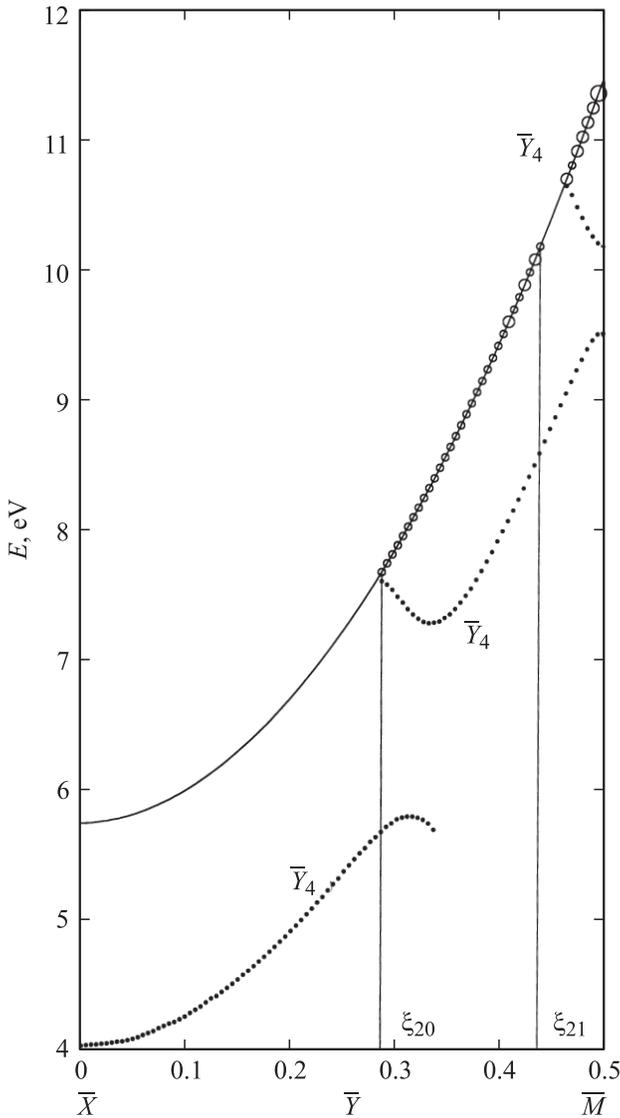
Качественно картина зон связанных состояний вблизи границы сплошного спектра расчета [15] согласуется с полученной в подходе настоящей работы. Совпадают число и симметрия зон, наличие или отсутствие пересечения зоны данного типа с границей сплошного спектра. Количественные отклонения довольно велики и различны для разных зон. Наилучшее согласие имеет место для зон состояний, преобразующихся по представлению  $\bar{Y}_4$ . Резонансные состояния, возникающие при пересечении этих зон границы сплошного спектра, рассмотрены далее.

На рис. 2 приведены результаты расчета связанных и резонансных состояний, преобразующихся по представлению  $\bar{Y}_4$ , в окрестности границы сплошного спектра. Зоны связанных состояний пересекают границу сплошного спектра при  $\mathbf{k}_1 = (2\pi/A)(1/2, 0.285)$  а.е. и  $\mathbf{k}_2 = (2\pi/A)(1/2, 0.443)$  а.е. Между этими точками в континууме состояний сплошного спектра лежит зона резонансных состояний. Расстояние от этой зоны до границы сплошного спектра не превышает  $10^{-5}$  Ry. Ширина резонансов  $\Gamma(\mathbf{k})$  отражена в размерах точек. Кружки наименьшего диаметра отвечают интервалу изменения  $\Gamma$   $[0, 10^{-17}]$  Ry и затем в порядке возрастания размера  $[10^{-17}, 10^{-16}]$ ,  $[10^{-16}, 10^{-15}]$  и  $[10^{-15}, 10^{-14}]$  Ry.

#### 4. Обсуждение результатов

Обращает на себя внимание резкое изменение производной дисперсионных кривых  $E(\mathbf{k})$  при пересечении границы сплошного спектра (рис. 2). Этому мож-

<sup>4</sup> Использовалась программа ADG2C библиотеки численного анализа НИВЦ МГУ.



**Рис. 2.** Связанные и резонансные состояния симметрии  $\bar{Y}_4$  вблизи границы сплошного спектра монослоя Cu(001). Темные точки отвечают энергиям зон связанных состояний. Положения центров светлых кружков отвечают вещественной части „энергии“ резонансных состояний, а их диаметр отражает время жизни данного резонансного состояния (см. текст).

но дать следующее объяснение. Детерминант системы уравнений (12)  $\Delta(k_2, k_3)$  является аналитической функцией переменных  $k_2 = (2\pi/A)\xi$  и  $k_3 = \sqrt{E' - k_2^2}$ , где  $E' = E - (\pi/A)^2$ . Для связанных и резонансных состояний

$$\Delta(k_2, k_3) = 0. \quad (15)$$

Пусть  $k_{20} = (2\pi/A)\xi_{20}$  отвечает точке пересечения дисперсионных кривых с границей сплошного спектра (рис. 2). На границе сплошного спектра  $k_{30} = \sqrt{E' - k_2^2} = 0$ .

Рассмотрим разложения  $\Delta(k_2, k_3)$  в степенные ряды в малых окрестностях точки  $(k_{20}, 0)$ , лежащих выше и

ниже границы сплошного спектра. При  $0 < \delta \ll 1$  в силу условия (15) и ввиду малости  $\delta$  получим

$$\begin{aligned} \Delta(k_2, k_3) &\approx \Delta(k_{20}, \delta) + a_{\pm}(k_3 \mp \delta) + b_{\pm}(k_2 - k_{20}) \\ &\approx a_{\pm}k_3 + b_{\pm}(k_2 - k_{20}) \approx 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Тогда

$$k_3 = c_{\pm}(k_2 - k_{20}) \quad (17)$$

или

$$E' - k_2^2 = c_{\pm}^2(k_2 - k_{20})^2. \quad (18)$$

Для связанных состояний  $E' < k_2^2$  и  $c_- = i\eta$  — чисто мнимая величина, и

$$E' = k_2^2 - \eta^2(k_2 - k_{20})^2. \quad (19)$$

Соответствие между выражением (19) и расчетной кривой, представленной на рис. 2, имеет место при  $\eta^2 \gg 1$ , когда положение максимума кривой (19) практически совпадает с точкой  $k_{20}$ .

Для резонансных состояний  $E'_R(k_2) = E'(k_2) - i\Gamma(k_2)$  ( $E'(k_2) > k_2^2$ ,  $\Gamma(k_2) > 0$ ,  $\Gamma(k_{20}) = 0$ ) условие (17) дает

$$\sqrt{E' - k_2^2 - i\Gamma} = c_+(k_2 - k_{20}), \quad (20)$$

где  $c_+ = u + iv$  — комплексная величина. Выделяя вещественную часть, получим

$$E' = k_2^2 + (u^2 - v^2)(k_2 - k_{20})^2, \quad (21)$$

где  $u^2 - v^2 > 0$ . В окрестности точки пересечения  $k_{20}$  разность производных дисперсионных кривых выше (21) и ниже (19) границы сплошного спектра равна  $2(u^2 - v^2 + \eta^2)(k_2 - k_{20})$  и из-за большой величины  $\eta^2$  достаточно велика.

Заметим, что энергии резонансных состояний существуют лишь в односторонней окрестности значения квазиимпульса, при котором эти состояния достигают границы сплошного спектра. Действительно, при переходе  $k_2$  из области существования резонансного состояния в область, расположенную по другую сторону от значения, при котором зона резонансных состояний достигает границы сплошного спектра, в силу равенства (17)  $\text{Im} k_3$  меняет знак. Следовательно, из-за наличия в составе функции Грина (5) экспоненты  $\exp(ik_3|z - z'|)$  волновая функция этих состояний экспоненциально убывает при удалении от пленки в вакуум и отвечает квадратично интегрируемыми решениям уравнения Шредингера для комплексных энергий, что несовместимо с эрмитовостью гамильтониана. С этим связан обрыв зоны резонансных состояний в точке  $\xi_{21}$  (рис. 2), где зона резонансных состояний достигает границы сплошного спектра.

Для состояний ниже границы сплошного спектра отрицательный знак  $k_3$  отвечает виртуальным состояниям.

## 5. Заключение

Результаты расчета электронных состояний монослоя Cu(001), расположенных вблизи границы сплошного спектра в направлении  $\bar{Y}$  2D-зоны Бриллюэна, показывают необычное поведение закона дисперсии и времен жизни резонансов упругого рассеяния электронов. При трансформации зоны связанных состояний в зону резонансов происходит резкое изменение производной энергии электрона по квазиимпульсу данного направления. Выше границы сплошного спектра электронов рассматриваемой пленки закон дисперсии вещественной части „энергии“ резонанса близок к квадратичной зависимости, а время жизни электронных состояний данной зоны очень велико и варьируется от нескольких секунд в окрестности пересечения с границей сплошного спектра до нескольких миллисекунд при приближении к точке  $\bar{M}$  2D-зоны Бриллюэна (рис. 2). При переходе через значение  $\mathbf{k}_{21} = (2\pi/A)(1/2, \xi_{21})$ , где  $\Gamma(\mathbf{k}_{21}) = 0$  (рис. 2), состояния зоны резонансных состояний переходят на другой лист римановой поверхности и перестают существовать. Такая эволюция резонансных состояний, определяющих полюса амплитуды упругого рассеяния электронов, должна проявляться в интенсивности отражения и прохождения скользящих пучков низкоэнергетических электронов, налетающих на монослой Cu(001) в направлении  $\bar{Y}$  его зоны Бриллюэна, и в других явлениях с участием рассматриваемых электронных состояний.

Насколько нам известно, исследование закона дисперсии и времен жизни резонансов упругого рассеяния электронов на анизотропной кристаллической пленке, выполненное в настоящей работе, является первым и пока единственным исследованием такого рода. Дальнейшее изучение этого вопроса, связанное с расчетом резонансных состояний другой симметрии и расширением рассматриваемого интервала энергий, представляется необходимым и важным не только для углубления знаний о электронной структуре низкоразмерных систем, но и для перспектив их практических приложений.

## Список литературы

- [1] R.C. Jaklevic, L.C. Davis. Phys. Rev. B **26**, 5381 (1982).
- [2] E.G. McRae. Rev. Mod. Phys. **51**, 541 (1979).
- [3] J.I. Gersten, E.G. McRae. Surf. Sci. **29**, 483 (1972).
- [4] R.K. Kawakami, E. Rotenberg, Hyuk J. Choi, Ernesto J. Escorcia-Aparicio, M.O. Bowen, J.H. Wolfe, E. Arenholz, Z.D. Zhang, N.V. Smith, Z.Q. Qiu. Nature **398**, 132 (1999).
- [5] Hui Liu, Jun Yan, Hongwu Zhao, Shiwu Gao, Dongmin Chen. Phys. Rev. B **76**, 113 403 (2007).
- [6] Hong-mei Wang, Ya-fei Zhang. Eur. Phys. J. Appl. Phys. **37**, 11 (2007).
- [7] T.-C. Chiang. Surf. Sci. Rep. **39**, 181 (2000).
- [8] Г.В. Вольф, Ю.П. Чубурин, А.Е. Павлов, Л.А. Рубцова. Поверхность **12**, 24 (1992).
- [9] M.S. Altman. J. Phys.: Cond. Matter **17**, S1305 (2005).
- [10] G.V. Wolf, Yu.P. Chuburin. J. Phys.: Cond. Mater **21**, 185 007 (2009).

- [11] P.M. Echenique, R. Berndt, E.V. Chulkov, T. Fauster, A. Goldmann, U. Höfer. Surf. Sci. Rep. **52**, 219 (2004).
- [12] J. Kröger, M. Becker, H. Jensen, Tu von Hofe, N. Néel, L. Limot, R. Berndt, S. Crampin, E. Pehlke, C. Corriol, V.M. Silkin, D. Sánchez-Portal, A. Arnau, E.V. Chulkov, P.M. Echenique. Progr. Surf. Sci. **82**, 293 (2007).
- [13] V. Chis, S. Caravti, G.B. Butti, M.I. Trioni, P. Cabrera-Sanfeliix, A. Arnau, B. Hellsing. Phys. Rev. B **76**, 153 404 (2007).
- [14] F. Bisio, M. Nývlt, J. Franta, H. Petek, J. Krischner. Phys. Rev. Lett. **96**, 087 601 (2006).
- [15] Г.В. Вольф, Ю.П. Чубурин. ФТТ **52**, 2283 (2010).
- [16] Г. Штрайтвольф. Теория групп в физике твердого тела. Мир, М. (1971). 262 с.