УДК 587.226

РАСЩЕПЛЕНИЕ ПИКОВ ФОНОННЫХ ПОВТОРЕНИЙ В КВАЗИДВУМЕРНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМАХ В СИЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Л.И.Коровин, С.Т.Павлов, Б.Э.Эшпулатов

На основе общей теории многофононного резонансного комбинационного рассеяния света исследован спектр фононных повторений в изолированной квантовой яме в сильном магнитном поле. Анализируется частотная зависимость тензора рассеяния в случае двух- и трехфононного рассеяния. Учтено расщепление уровней электрон-фононной системы, которое обусловлено переходами электрона между уровнями Ландау с испусканием продольных оптических фононов. Показано, что в области резонансного магнитного поля, когда циклотронная частота близка к частоте фонона, сечение рассеяния резко возрастает и перестает зависеть от фрелиховской константы связи. Если же условие резонанса не выполняется, то сечение рассеяния становится малой величиной, пропорциональной квадрату константы связи. Теория предсказывает, что в области резонансного магнитного поля пик фононного повторения расщепляется на несколько компонент, интенсивность и положение которых сложным образом зависят от величины магнитного поля.

В некоторых массивных полупроводниках на частотной зависимости сечения резонансного комбинационного рассеяния света (РКРС) наблюдаются пики, называемые фононными повторениями (ФП) [1,2]. ФП наблюдаются на частотах, удовлетворяющих условию

$$\omega_s = \omega_l - N\omega_{LO},$$

где ω_s и ω_l — частоты рассеянного и возбуждающего света соответственно; N — номер ФП; ω_{LO} — частота LO-фононов, участвующих в рассеянии.

Характерной особенностью спектра ФП является слабая зависимость интенсивности пиков от номера N [3]. Теория предсказывает, что и в квазидвумерной системе эта зависимость останется слабой [4]. В магнитном поле должна появиться еще одна особенность спектра ФП, связанная с тем, что уровни электрон-фононной системы в магнитном поле расщепляются в результате взаимодействия электронов с LO-фононами [5]. Спектр ФП реагирует на расщепление уровней, что должно проявиться в возникновении у пика ФП сложной структуры. Как показывает проведенный ниже анализ, пик ФП расщепляется на несколько компонент, число которых зависит от номера N и частоты ω_l.

В данной работе на основе общей теории многофононного РКРС исследуется спектр фононных повторений в зависимости от частоты возбуждающего света и величины магнитного поля при условии когда $\omega_{LO} \cong \Omega$ (Ω — циклотронная частота).

1. Тензор рассеяния и функции Грина

В работе [6] были получены следующие выражения для тензора рассеяния $S_{\beta\gamma\beta'\gamma'} \equiv S$ в случае двух- и трехфононного рассеяния соответственно:

$$S_2 = S_2^{(0)}(\alpha_0/2)^2\delta(\omega_l - \omega_S - 2\omega_{LO})\sum C_2 W_2, \tag{1}$$

$$S_3 = S_3^{(0)}(\alpha_0/2)^3\delta(\omega_l - \omega_s - 3\omega_{LO})\sum C_3 W_3, \tag{2}$$

где тензоры $S_2^{(0)}$ и $S_3^{(0)}$ определяются как

$$S_2^{(0)} = \left(\frac{e^2}{\hbar c}\right)^2 \frac{\omega_{LO}^3\Omega}{\omega_l^2\omega_s^2}\frac{c^2 p_\gamma p_\beta^* p_{\gamma'}^* p_{\beta'}}{m_0^4},$$

$$S_3^{(0)} = \omega_{LO}\Omega S_2^{(0)}. \tag{3}$$

Функции W_2 и W_3 представляют собою произведение запаздывающих G и опережающих $\tilde{G}$ функций Грина

$$W_2 = G(n,\omega_0)G(n',\omega_1)G(n,\omega_2)\tilde{G}(n_1,\omega_0)\tilde{G}(n_1',\omega_1)\tilde{G}(n_1,\omega_2), \tag{4}$$

$$W_3 = G(n,\omega_0)G(n',\omega_1)G(n'',\omega_2)G(n,\omega_3)\tilde{G}(n_1,\omega_0)\times$$
$$\times G(n_1'\omega_1)\tilde{G}(n_1'',\omega_2)\tilde{G}(n_1,\omega_3). \tag{5}$$

Расчет проведен для прямоугольной квантовой ямы с бесконечно высокими барьерами в приближении тяжелой дырки, когда эффективная масса электрона $m \ll m_h$ — эффективной массы дырки. Магнитное поле H удовлетворяет условию резонанса $\Omega \cong \omega_{LO}$, что позволило не учитывать взаимодействие дырок с LO-фононами, так как дырка в этих условиях не может в реальном переходе испустить фонон. Дисперсия фононов не учитывалась. Формулы (1) и (2) относятся к случаю, когда в рассеянии участвует только низший уровень размерного квантования. Это имеет место, если $\Omega \ll \omega_e$ ($\hbar\omega_e$ — энергия размерного квантования в зоне проводимости); P_α — межзонный матричный элемент импульса, α_0 — безразмерная фрелиховская константа связи, c — скорость света в вакууме, e — заряд электрона. Безразмерные константы C_2 и C_3 зависят от квантовых чисел Ландау n

$$C_2 = \int_0^\infty du u^{-1} f^2(1,u)T(n,n')T(n_1,n_1'). \tag{6}$$

Функция $f(1,u)$ определена в [6] в виде интеграла. Ее явный вид следующий:

$$f(1,u)\frac{8}{x^2+4\pi^2}\left\{\frac{3x}{8}+\frac{\pi^2}{x}-\frac{4\pi^4[1-\exp(-x)]}{x^2(x^2+4\pi^2)}\right\}, \tag{7}$$

$$x = \sqrt{u}d/l_H, \qquad l_H = \sqrt{c\hbar/2eH},$$

d — ширина квантовой ямы. Функция

$$T(p,q) = \frac{\min(p!,q!)}{\max(p!,q!)} e^{-u} u^{|p-q|} [L_\sigma^{|p-q|}(u)]^2, \tag{8}$$

$L_\sigma^{|p-q|}$ — полином Лагерра, $\sigma = \min(p,q)$. Конкретный вид константы C_3 ниже не используется и она не приводится.

Для N-го ФП тензор S_N, как нетрудно показать, имеет вид ($N \geqslant 2$)

$$S_N = S_N^0 (\alpha_0/2)^N \delta(\omega_l - \omega_s - N\omega_{LO}) \sum C_N G(n,\omega_0) G(n,\omega_N) \times$$

$$\times \prod_{i=1}^{N-1} G(n_i,\omega_i) \tilde{G}(n,\omega_0) \tilde{G}(n',\omega_0) \tilde{G}(n',\omega_N) \prod_{j=1}^{N-1} \tilde{G}(n_j,\omega_j). \tag{9}$$

В формулах (1) и (9) суммирование проводится по $2N$ числам Ландау. Так как все уровни системы дискретны, то $\tilde{G} = G$. В функции Грина входят частоты

$$\omega_{nu} = \omega_l - \omega_g - \nu\omega_{LO}, \qquad \nu = 0,1\ldots N, \tag{10}$$

$\hbar\omega_g$ — ширина запрещенной зоны. По определению,

$$G(n,\omega) = [\omega - \omega_e(n) - \omega_{LO} \sum(n,\omega)]^{-1}, \tag{11}$$

$$\omega_e(n) = \Omega(n+1/2) + \omega_e, \qquad \omega_e = \hbar\pi^2/2d^2m,$$

$\sum(n,\omega)$ — безразмерный массовый оператор, в котором учитываются все графики наибольшей расходимости, т.е. такие, в которых любая вертикальная линия пересекает не более n фононных линий [6].

Если не учитывать графики с пересечением фононных линий, то для массового оператора $\sum(n,\omega)$ получаются простые формулы. Для уровня Ландау номера n массовый оператор представляет собой конечную цепную дробь с n звеньями

$$\sum(n,\omega_\nu) = \eta \sum_{p_1} F(n,p_1)[\Gamma(n,\nu) + \lambda_1(n,p_1) - \sum_1(n,\omega_\nu)]^{-1},$$

$$\sum_1(n,\omega_\nu) = \eta \sum_{p_2} F(p_1,p_2)[\Gamma(n,\nu) + \lambda_2(n,p_2) - \sum_2(n,\omega_\nu),$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\sum_{n-1}(n,\omega_\nu) = \eta \sum_{p_n} F(p_{n-1},p_n)[\Gamma(n,\nu) + \lambda_n(n,p_n) - \sum_n(n,\omega_\nu)]^{-1},$$

$$\sum_n(n,\omega_\nu) = \eta \sum_{p_{n+1}} F(p_n,p_{n+1})[\Gamma(n,\nu) + \lambda_{n+1}(n,p_{n+1})]^{-1}. \tag{12}$$

В (12) введены безразмерные перенормированные частоты возбуждающего света

$$\Gamma(n,\nu) = [\omega_l - \omega_g - \omega_e - \Omega(n+1/2) - \nu\omega_{LO}]/\omega_{LO} \tag{13}$$

и безразмерное отклонение магнитного поля от резонансного значения $\Omega = \omega_{LO}$

$$\lambda_q(n,p) = [\Omega(n-p) - q\omega_{LO}]/\omega_{LO}. \tag{14}$$

Коэффициенты $F(p,q)$ определяются интегралами

$$F(p,q) = \int_0^\infty du u^{-1/2} f(1,u) T(p,q). \tag{15}$$

Константа η связана с α_0 соотношением

$$\eta = (\alpha_0/2)(\Omega/\omega_{LO})^{1/2}. \tag{16}$$

2. Двухфонōнное рассеяние

Проанализируем на основе приведенных в разделе 1 формул для функций Грина частотную зависимость тензора рассеяния. Наименьшая частота ω_l', на которой можно наблюдать второе ФП, равна

$$\omega_l' = \omega_g + \omega_e + \omega_h + (5/2)(\Omega + \Omega_h), \quad \Omega_h = eH/m_h c. \tag{17}$$

Если имеет место прямое рождение ЭДП (электронно-дырочной пары), то сначала электрон и дырка оказываются на уровне Ландау $n = 2$, затем электрон в реальном переходе испускает фонон и переходит на уровень $n = 1$. И наконец, ЭДП аннигилирует непрямым образом, испуская квант рассеянного света и второй фонон. Этот канал рассеяния начинает работать с частоты (17). Другой канал начинается с непрямого рождения ЭДП, в результате электрон оказывается на уровне $n = 1$, а дырка должна быть на уровне $n = 0$, так как в противном случае невозможна прямая (т.е. без участия фонона) аннигиляция пары. Испустив второй фонон, электрон переходит на уровень $n = 0$ и пара аннигилирует. Для второго канала наименьшая частота

$$\omega_l'' = \omega_g + \omega_e + \omega_h + 3\Omega/2 + \Omega_h/2 + \omega_{LO}, \quad \omega_h = \hbar\pi^2/2d^2 m_h. \tag{18}$$

В этом разделе рассматривается случай точного резонанса $\Omega = \omega_{LO}$. Тогда

$$\omega_l'' = \omega_l' - 2\Omega_h < \omega_l'. \tag{19}$$

Если $m_h \to \infty$, что предполагается, то $\omega_l'' \to \omega_l'$. Переходы электрона в разных каналах рассеяния показаны на рис. 1,*а*,*б*. Если $\Omega \neq \omega_{LO}$, то фононы генерируются при виртуальном переходе. Сечение рассеяния при этом $\sim \eta^2$, т.е. является фоновым.

Рассмотрим расположение уровней электрон-фононной системы в окрестности резонанса, т.е. когда $\Omega \cong \omega_{LO}$, как функцию Ω. В точке $\Omega = \omega_{LO}$ пересекаются три терма, а именно электрон на уровне $n = 2$, электрон на уровне $n = 1$ плюс один фонон и электрон на нижнем уровне плюс два фонона. Электрон-фононное взаимодействие, которое при низких температурах проявляется как спонтанное испускание фононов,

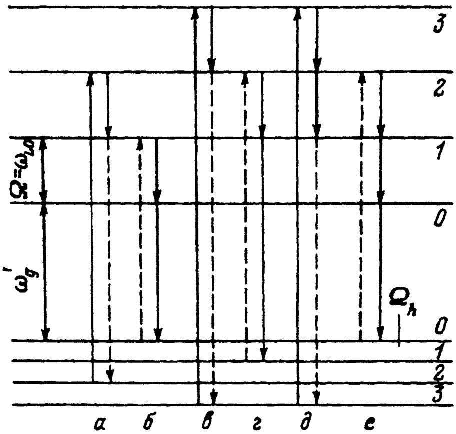

Рис. 1. Схема уровней Ландау для 2-го и 3-го фононных повторений.

Сплошные стрелки — прямые переходы, штриховые стрелки — непрямые переходы. Переходы *а* и *б* относятся к интервалу частот (32), *в*–*е* — к интервалу (33). *а*,*в*,*д* — канал прямого рождения; *б*,*г*,*е* — канал прямой аннигиляции. *а*–*г* — второе ФП; *д*,*е* — третье ФП. $\omega'_g = \omega_g + \omega_e + \omega_h + (\Omega + \Omega_h)/2$.

расщепляет эти уровни (рис. 2). Расщепление уровней отражается в многофононном РКРС в виде расщепления пика ФП на несколько компонент, которые соответствуют уровням электрон-фононной системы. Однако, как показано ниже, однозначного соответствия между числом уровней и числом расщепившихся пиков не существует.

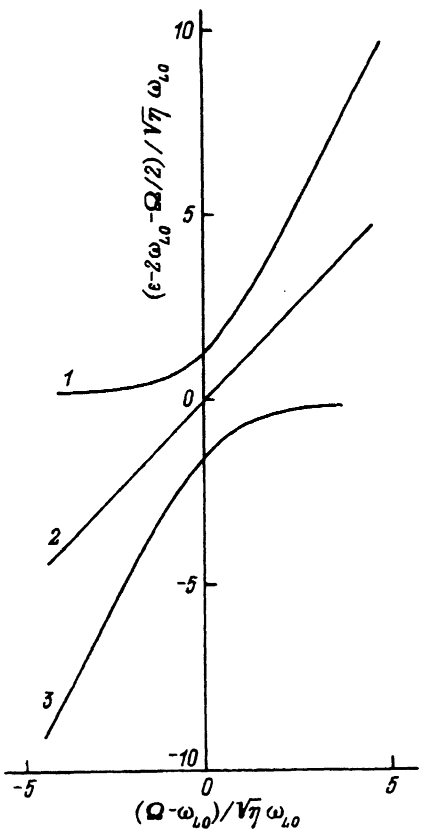

Рис. 2. Безразмерные уровни энергии электрон-фононной системы, определяемые полюсами функции (20), как функции отклонения магнитного поля от резонансного значения.

Исходным уровнем является уровень Ландау $n = 2$. *1,2,3* — номера уровней Ландау, в которые переходят ветви спектра вдали от резонанса. $F(1,0) = 0.886$, $F(2,1) = 0.775$.

Резонансное усиление сечения рассеяния определяется полюсами функций Грина, входящих в выражение (1). По определению (17) в функции $G(n,\omega_0)$ величина $\Gamma(n,0)$ (13) обращается в нуль, если $n = n' = 2$. Остальные члены двойного ряда по n, n' в (1) дают малый вклад и их можно не учитывать. Функция $G(2,\omega_0)$ соответствует прямому рождению ЭДП. Поскольку электрон оказывается на уровне $n = 2$, то имеется возможность резонансного испускания двух фононов. Поэтому в $G(2,\omega_0)$ массовый оператор должен быть выбран в виде цепной дроби с двумя звеньями. В резонансе $\alpha_1(2, p_1 = 1) = 0$, т.е. в сумме по p_1 в массовом операторе существенным является слагаемое $p_1 = 1$. По этой же причине в сумме по p_2 следует оставить член $p_2 = 0$. Поэтому, учитывая (11), (12), функция Грина $G(2,\omega_0)$ в резонансе представляется в виде

$$G(2,\omega_0) = \omega_{LO}^{-1}\left\{\Gamma(2.0) - \frac{\eta F(2,1)}{\Gamma(2,0) - \frac{\eta F(1,0)}{\Gamma(2,0)}}\right\}^{-1}, \tag{20}$$

$$\Gamma(2,0) = [\omega_l - \omega_g - \omega_e - 5\Omega/2]/\omega_{LO}. \tag{20a}$$

Функция $G(n',\omega_1)$ резонансна, только если $n' = n'_1 = 1$, т.е. она относится к электрону, находящемуся на уровне $n = 0$. Поскольку взаимодействие с фононами зацепляет в этом случае только уровень $n = 0$, то в $G(1,\omega_1)$ достаточно использовать массовый оператор в виде цепной дроби с одним звеном, т.е. считать, что

$$G(1,\omega_1) = \omega_{LO}^{-1}\left\{\Gamma(1,1) - \frac{\eta F(1.0)}{\Gamma(1,1)}\right\}^{-1}, \tag{21}$$

$$\Gamma(1,1) = [\omega_l - \omega_g - \omega_e - 3\Omega/2 - \omega_{LO}]/\omega_{LO} = \Gamma(2,0). \tag{21a}$$

Функция $G(2,\omega_0)$ ответствует непрямой аннигиляции ЭДП, она нерезонансна и имеет вид

$$G(2,\omega_2) = -(2\omega_{LO}^{-1}). \tag{22}$$

Итак, в 4-кратной сумме в (1) за рассеяние вблизи резонанса ответственно только одно слагаемое, а именно $n = n_1 = 2$, $n' = n'_1 = 1$. Вклад остальных членов суммы $\sim \eta^2$. Поэтому в окрестности резонанса выражение (1) может быть представлено в виде

$$S_2 = S_2^{(0)}\delta(\omega_l - \omega_s - 2\omega_{LO})\omega_{LO}^{-6}C_2(2,1)w_2(2,1), \tag{23}$$

где введена безразмерная функция $w_2(2,1)$, зависящая от частоты ω_l

$$w_2(2,1) = \omega_{LO}^6\eta^2 W_2(2,1), \tag{23a}$$

$$W_2(2,1) = G^2(2,\omega_0)G^2(1,\omega_1)G^2(2,\omega_2).$$

Подставляя в (23а) функции Грина в виде (20)–(22), получим, что

$$w_2(2,1) = (\eta/2)^2\{\Gamma^2 - \eta[F(2,1) + F(1,0)]\}^{-2} = 4^{-1}\{v^2 - [F(2,1) + F(1,0)]\}^{-2},$$

$$\Gamma = \Gamma(2,0) = \Gamma(1,1), \qquad v = \Gamma/\sqrt{\eta}. \tag{24}$$

Сингулярности $w_2(2,1)$ расположены в точках

$$v_{\pm} = \pm\sqrt{F(2,1) + F(1,0)}, \tag{25}$$

симметричных относительно $v = 0$.

Из (24) видно, что в области $\Gamma \simeq \pm\sqrt{\eta}$ функция $w_2(2,1)$ перестает зависеть от константы связи, если же $|\Gamma| \gg \sqrt{\eta}$, то $w_2(2,1) \simeq \eta^2$. Таким образом, в области частот, соответствующих расщепившимся пикам, рассеяние $\sim \alpha_0^0$, что в α_0^{-1} раз больше, чем рассеяние в массовом полупроводнике [7].

В канале прямой аннигиляции резонансный вклад происходит от слагаемого $n = n_1 = 0$, $n' = n_1'$ (рис. 1,*б*). Вклад этого канала в тензор рассеяния определяется формулой (23), если в ней заменить $C_2(2,1)$ на $C_2(1,0)$ и функцию $w_2(2,1)$ заменить на

$$w_2(1,0) = \omega_{LO}^6 \eta^2 G^2(0,\omega_0) G^2(1,\omega_1) G^2(0,\omega_2). \tag{26}$$

Учитывая (21), для $w_2(1,0)$ получим формулу

$$w_2(1,0) = (\eta/2)^2[\Gamma^2 - \eta F(1,0)]^{-2} = 4^{-1}[v^2 - F(1,0)]^{-2}. \tag{27}$$

Суммируя оба вклада получим, что второму ФП соответствует

$$S_2 = S_2^0 \delta(\omega_l - \omega_s - 2\omega_{LO})\omega_{LO}^{-6}[C_2(2,1)w_2(2,1) + C_2(1,0)w_2(1,0)]. \tag{28}$$

Из (28) видно, что второе ФП состоит из четырех пиков, максимумы которых соответствуют частотам

$$\omega_{\pm 1} = \omega_g + \omega_e + 5\Omega/2 \pm \sqrt{\eta}\omega_{LO}\sqrt{F(2,1) + F(1,0)}, \tag{29}$$

$$\omega_{\pm 2} = \omega_g + \omega_e + 5\Omega/2 \pm \sqrt{\eta}\omega_{LO}\sqrt{F(1,0)}. \tag{30}$$

Частотная зависимость тензора рассеяния приведена на рис. 3. Расстояние между максимумами соседних пиков равно

$$\omega_{+1} - \omega_{+2} = \sqrt{\eta}\omega_{LO}[\sqrt{(2,1) + F(1,0)} - \sqrt{F(1,0)}],$$

$$\omega_{+2} - \omega_{-2} = 2\sqrt{\eta}\omega_{LO}\sqrt{F(1,0)}, \qquad \omega_{-2} - \omega_{-1} = \omega_{+1} - \omega_{+2}. \tag{31}$$

Формула (28) относится к интервалу частот

$$\omega_g + \omega_e + 5\Omega/2 \leqslant \omega_l < \omega_g + \omega_e + 7\Omega/2. \tag{32}$$

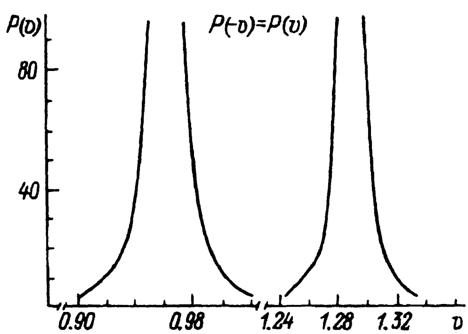

Рис. 3. Зависимость функции $P = C_2(2,1)w_2(2,1) + C_2(1,0)w_2(1,0)$, соответствующей второму ФП в интервале частот (32), от безразмерной частоты v в условиях точного резонанса.
$C_2(2,1) = 0.219$, $C_2(1,0) = 0.250$,
$F(1,0) = 0{:}886$, $F(2,1) = 0.775$.

3. Двух- и трехфононное рассеяние в следующем частотном интервале

В частотном интервале

$$\omega_g + \omega_e + 7\Omega/2 \leqslant \omega_l < \omega_g + \omega_e + 9\Omega/2, \tag{33}$$

примыкающем к интервалу (32), электрон и дырка в результате прямого рождения ЭДП оказываются на уровнях $n = 3$. В этих условиях возможен как двухфононный, так и трехфононный процесс. Переходы электрона для второго и третьего ФП показаны на рис. 1,*в*,*д*. Уровень Ландау $n = 3$ связан электрон-фононным взаимодействием с уровнями $n = 2, 1$ и 0, и в области резонанса, как показано на рис. 4, имеются четыре уровня электрон-фононной системы.

Для второго ФП в сумме (1) наибольший вклад в канале прямого рождения ЭДП вносит слагаемое $n = n_1 = 3$, $n' = n'_1 = 2$. Функция Грина $G(3, \omega_0)$, согласно определению (12), есть цепная дробь с тремя звеньями и имеет вид

$$G(3,\omega_0) = \omega_{LO}^{-1} \left\{ \Gamma_1(3,0) - \cfrac{\eta F(3,2)}{\Gamma_1(3,0) - \cfrac{\eta F(2,1)}{\Gamma_1(3,0) - \frac{\eta F(1,0)}{\Gamma_1(3,0)}}} \right\}^{-1}, \tag{34}$$

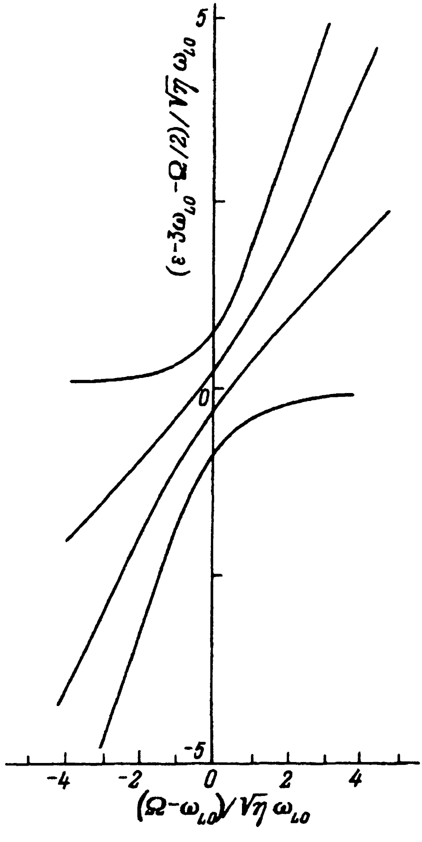

Рис. 4. Безразмерные уровни энергии электрон-фононной системы, определяемые полюсами функции (34).

Исходным уровнем является уровень Ландау $n = 3$. $F(1,0) = 0.886$, $F(2,1) = 0.775$, $F(3,2) = 0.705$.

$$\Gamma_1(3,0) = [\omega_l - \omega_g - \omega_e - 7\Omega/2]/\omega_{LO}. \tag{34a}$$

Функция $G(2,\omega_1)$ имеет вид (18), если $\Gamma(2,0)$ заменить на $\Gamma_1(2,1) = \Gamma_1(3,0)$, а $G(3,\omega_2) = G(2,\omega_2)$. В формулу (23) вместо $C_2(2,1)$ следует подставить $C_2(3,2)$, а вместо $w_2(2,1)$ — функцию

$$w_2(3,2) = \omega_{LO}^6 \eta^2 G^2(3,\omega_0) G^2(2,\omega_1) G^2(3,\omega_2), \tag{35}$$

которая после подстановки функций Грина принимает вид

$$w_2(3,2) = \frac{[v^2 - F(1,0)]^2}{4\{v^4 - [F(1,0) + F(2,1) + F(3,2)]v^2 + F(1,0)F(3,2)\}^2}, \tag{36}$$

$$v = \Gamma/\sqrt{\eta}, \qquad \Gamma_1 = \Gamma_1(3,0) = \Gamma_1(2,1). \tag{36a}$$

Прямой аннигиляции соответствует комбинация функций Грина ($n = n_1 = 1$, $n' = n_1' = 2$)

$$G^2(1,\omega_2)G^2(2,\omega_1)G^2(1,\omega_0), \qquad G(1,\omega_0) = (2\omega_{LO})^{-1}, \tag{37}$$

которая приводит к следующему выражению для $w_2(1,2)$:

$$w_2(1,2) = 4^{-1}[v^2 - F(2,1) - F(1,0)]^{-2} \tag{38}$$

Согласно (36), (38), второе ФП в интервале (33) состоит из шести пиков, четыре из них связаны с прямым рождением ЭДП и два — с прямой аннигиляцией (рис. 5). Частоты, соответствующие максимумам пиков, равны

$$v = \pm 2^{-1/2}\left[u \pm \sqrt{u^2 - 4F(1,0)F(3,2)}\right]^{1/2},$$

$$v = \pm\sqrt{F(1,0) + F(2,1)}, \qquad u = F(1,0) + F(2,1) + F(3,2), \tag{39}$$

или, учитывая определения (34a), (36a),

$$\omega_l = \omega_g + \omega_e + 7\Omega/2 + \sqrt{\eta}\omega_{LO} v. \tag{39a}$$

Тензор рассеяния S_2 принимает вид

$$S_2 = S_2^0 \delta(\omega_l - \omega_s - 2\omega_{LO})\omega_{LO}^{-6}[C_2(3,2)w_2(3,2) + C_2(2,1)w_2(2,1)]. \tag{40}$$

В случае третьего ФП, как это следует из общего выражения (2), тензор S_3 в резонансных условиях представляется в виде

$$S_3 = S_3^0 \delta(\omega_l - \omega_s - 3\omega_{LO})\omega_{LO}^{-8}[C_3 w_3(3,2,1) + C_3' w_3(0,2,1)]. \tag{41}$$

Функция $w_3(3,2,1)$ соответствует каналу прямого рождения ЭДП, когда в сумме (2) определяющим является слагаемое $n = n_1 = 3$, $n' = n_1' = 2$, $n'' = n_1'' = 1$. Она имеет вид

$$w_3(3,2,1) = \eta^3 \omega_{LO}^8 [G(3,\omega_0)G(2,\omega_1)G(1,\omega_2)G(3,\omega_3)]^2, \tag{42}$$

где
$$G(3,\omega_3) = -(3\omega_{LO})^{-1},$$
а остальные функции Грина определены выше. В канале прямой аннигиляции
$$W_3(0,2,1) = \eta^3\omega_{LO}^8[G(1,\omega_2)G(2,\omega_1)G(0,\omega_2)G(0,\omega_0)]^2, \tag{43}$$
$$G(0,\omega_0) = G(3,\omega_3).$$

Подставляя выражения для функций Грина, получаем
$$w_3(3,2,1) = \frac{v^2}{9[v^4 - uv^2 + F(1,0)F(3,2)]^2}, \tag{44}$$
$$w_3(0,2,1) = 9^{-1}[v^2 - F(1,0) - F(2,1)]^{-2}v^{-2}. \tag{45}$$

Как видно из формул (44), (45), положение шести пиков третьего ФП совпадает с положением пиков второго ФП в том же частотном интервале. Кроме того, появляется центральный пик ($v = 0$).

Расщеплению пиков ФП можно дать следующее качественное объяснение. Учет электрон-фононного взаимодействия приводит к тому, что вместо одного уровня Ландау с номером n появляются $n+1$ близко расположенных уровней, расстояние между которыми $\sim \sqrt{\eta}$. Если n четные, то в серии уровней электрон-фононной системы имеется центральный несмещенный уровень; если n нечетное, то центральный уровень отсутствует. Число компонент пика ФП определяется квантовым числом n того уровня, на котором оказался электрон в результате рождения ЭДП. Только следует иметь в виду, что центральный уровень проявляется не в любом случае. Второму ФП в интервале частот (32) соответствуют уровни $n = 2$ (прямое рождение) и $n = 1$ (прямая аннигиляция). Квантовому числу $n = 1$ соответствуют два уровня, которые и проявляются в спектре ФП (рис. 1,*б*). Числу $n = 2$ соответствуют три уровня, однако во втором ФП центральному уровню пик не соответствует. С другой стороны, в третьем ФП (рис. 1,*е*) центральному уровню пик соответствует. Если электрон попадает на уровень $n = 3$, то всем уровням системы соответствуют пики ФП. Проявление центрального уровня в спектре ФП зависит от числа реальных переходов, которые совершает электрон в процессе рассеяния. Если оно максимально возможное (рис. 1,*е*), то центральному уровню соответствует пик. Если оно меньше (рис. 1,*а, г*), то центральный уровень в спектре ФП не проявляется. Такая особенность

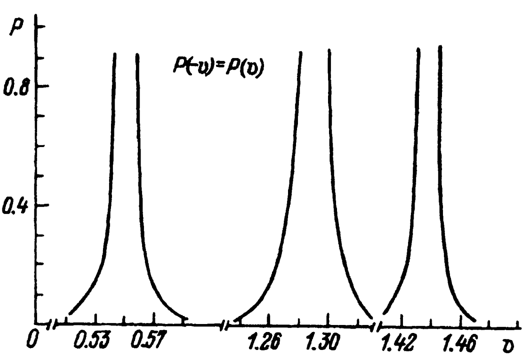

Рис. 5. Зависимость функции $P = C_2(3,2)w_2(3,2)+C_2(2,1)w_2(2,1)$, соответствующей второму ФП в интервале частот (33), от безразмерной частоты v в условиях точного резонанса.
$C_2(3,2) = 0.210$, $C_2(2,1) = 0.219$, $F(1,0) = 0.886$, $F(2,1) = 0.775$, $F(3,2) = 0.705$.

в спектре ФП есть следствие приближенности теории. Можно показать, что если, кроме графиков максимальной расходимости, учесть меньшие по расходимости графики, то центральный пик появится, однако его интенсивность будет $\sim \eta^2$, т.е. близка к фоновой.

4. Зависимость интенсивности пика ФП от магнитного поля

В предыдущих разделах анализ был проведен для случая, когда выполнено условие резонанса $\Omega = \omega_{LO}$, т.е. при фиксированном магнитном поле. Ниже рассматривается картина расщепления пика второго ФП как функция магнитного поля, т.е. когда $\Omega \neq \omega_{LO}$. Ограничимся интервалом (32) для частоты ω_l. Отклонение магнитного поля от резонансного значения характеризуется параметром $\lambda \equiv \lambda_1$

$$\lambda = \omega_{LO}^{-1}(\Omega - \omega_{LO}).$$

Если отклонение поля от резонансного невелико (т.е. $\lambda \ll 1$), то в массовом операторе (12) можно ограничиться, как и в случае $\Omega = \omega_{LO}$, одним наибольшим членом ряда. Функции Грина $G(2,\omega_0)$, $G(1,\omega_1)$ и $G(0,\omega_2)$, определяющие в соответствии с (4) безразмерные функции $\omega_2(2,1)$ и $\omega_2(1,0)$, удобно представить в виде

$$G(2,\omega_0) = \omega_{LO}^{-1}\left\{\Gamma_0 - \frac{5\lambda}{2} - \frac{\eta F(2,1)}{\Gamma_0 - \frac{3\lambda}{2} - \frac{\eta F(1,0)}{\Gamma_0 - \lambda/2}}\right\}^{-1}, \tag{46}$$

$$G(1,\omega_1) = \omega_{LO}^{-1}\{\Gamma_0 - \frac{3\lambda}{2} - \frac{\eta F(1,0)}{\Gamma_0 - \lambda/2}\}^{-1},$$

$$G(0,\omega_2) = \omega_{LO}^{-1}(\Gamma_0 - \frac{\lambda}{2})^{-1}, \tag{47}$$

где введена безразмерная величина Γ_0, не зависящая от Ω

$$\Gamma_0 = \omega_{LO}^{-1}[\omega_l - \omega_g - \omega_e - 5\omega_{LO}/2]. \tag{48}$$

Подставляя (46), (47) в формулы (23а), (26), получим выражение для функций $w_2(2,1)$ и $w_2(1,0)$

$$w_2(2,1) = \frac{(\Gamma_0 - \lambda/2)^2}{4\{(\Gamma_0 - \frac{5\lambda}{2})(\Gamma_0 - \frac{3\lambda}{2})(\Gamma_0 - \frac{\lambda}{2}) - \eta[(\Gamma_0 - \frac{5\lambda}{2})F(1,0) + (\Gamma_0 - \frac{\lambda}{2})F(2,1)]\}^2}, \tag{49}$$

$$w_2(1,0) = \frac{1}{4[(\Gamma_0 - \frac{3\lambda}{2})(\Gamma_0 - \frac{\lambda}{2}) - \eta F(1,0)]^2}. \tag{50}$$

Знаменатель функции (49) представляет собой полином третьей степени относительно Γ_0 и имеет три вещественных корня. Наиболее простое выражение для корней получается, если положить

$F(2,1) = F(1,0) = 1$, что не приведет к большой неточности, так как $F(2,1) = 0.775$, $F(1,0) = 0.886$ (в пределе $d/l_H \ll 1$). Тогда корни равны

$$\Gamma_0^{(0)} = 3\lambda/2, \qquad \Gamma_0^{(\pm)} = 3\lambda/2 \pm \sqrt{\lambda^2 + 2\eta}. \tag{51}$$

Как видно из (51), при смещении магнитного поля от резонансного значения проявляется центральный пик, соответствующий корню $\Gamma_0^{(0)}$, который исчезает в точке резонанса. Функции $w_2(1,0)$ соответствуют два пика, расположенных в точках

$$\Gamma_0^{(\pm 1)} = \lambda \pm \sqrt{(\lambda/2)^2 + \eta}. \tag{52}$$

Взаимное расположение пяти пиков ФП определяется неравенствами

$$\Gamma_0^{(-)} < \Gamma_0^{(-1)} < \Gamma_0^{(0)} < \Gamma_0^{(+1)} < \Gamma_0^{(+)}. \tag{53}$$

В заключение рассмотрим зависимость интенсивности пика рассеянного света от магнитного поля. Полученные выше выражения для тензора рассеяния неудобны для исследования интенсивности, так как содержат сингулярности. Чтобы их устранить, во-первых, перейдем от дифференциального сечения к сечению, проинтегрированному по всем частотам ω_s. Обозначим проинтегрированный по частотам тензор рассеяния через $\tilde{S}$

$$\tilde{S} = \int_0^\infty d\omega_s S(\omega_s). \tag{54}$$

Очевидно, что $\tilde{S}$ отличается от тензора S только отсутствием множителя $\delta(\omega_l - \omega_s - 2\omega_{LO})$. Во-вторых, введем формально уширение электронных уровней, т.е. заменим величину $\Gamma(n,\nu)$, определенную в (13), на

$$\tilde{\Gamma} = \Gamma(n,\nu) + i\delta_0, \tag{55}$$

где константа δ_0 определяет уширение уровней. Механизм уширения не конкретизируется. При расчете функций w_2 и w_3 следует учесть, что ввиду комплексности $\tilde{\Gamma}$ вместо $G^2(n,\omega_0)$ теперь входят $|G(n,\omega_\nu)|^2$. С учетом этого обстоятельства $w_2(2,1)$ и $w_2(1,0)$ представляются в виде

$$w_2(1,0) = 4^{-1}[(v - 3\mu/2)(v - \mu/2) - F(1,0)]^{-2}, \tag{56}$$

$$w_2(2,1) = \frac{(v-\mu/2)^2}{4[(v-v_{-1})^2 + \delta^2][(v-v_0)^2 + \delta^2][(v-v_{+1})^2 + \delta^2]}, \tag{57}$$

где

$$v = \Gamma_0/\sqrt{\eta}, \qquad \delta = \delta_0/\sqrt{\eta},$$

$v_{\pm 1}$, v_0 — корни кубического уравнения

$$(v - \frac{5\mu}{2})(v - \frac{3\mu}{2})(v - \frac{\mu}{2}) - [(v - \frac{5\mu}{2})F(1,0) + (v - \frac{\mu}{2})F(2,1)] = 0. \tag{58}$$

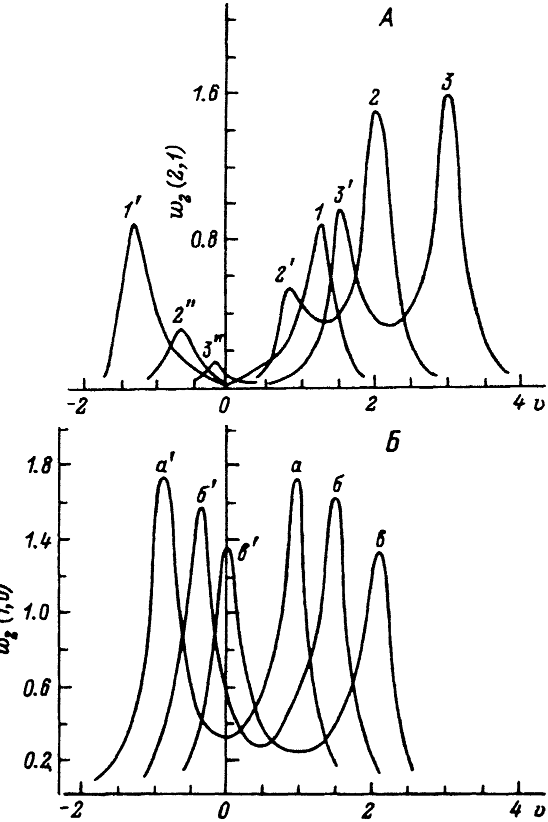

Рис. 6. Функция $w_{2,1}(1,0)$ и $w_2(2,1)$, определяющие тензор рассеяния в интервале частот (32), при некоторых значениях параметра μ.
A — канал прямого рождения,
$Б$ — канал прямой аннигиляции.
$F(1,0) = 0.886$, $F(2,1) = 0.775$.
$\mu = 0$(*1*, *1'*; *a*, *a'*), 0.5(*2*, *2'*, *2''*; *б*, *б'*), 1(*3*, *3'*, *3''*; *в*, *в'*).

Зависимость функций $w_2(2,1)$ и $w_2(1,0)$ от безразмерной частоты v для различных значений магнитного поля приведена на рис. 6. Как видно из приведенных формул и рис. 3, 5, 6, теория предсказывает сложную зависимость положения и интенсивности пиков фононных повторений от магнитного поля. Для второго ФП в точном резонансе ($\mu = 0$) тензор рассеяния состоит из четырех симметричных относительно точки $v = 0$ пиков. С ростом магнитного поля (область $\mu > 0$) в канале прямого рождения (рис. 6,*a*) преобладающим становится пик, соответствующий переходу на уровень $n = 2$ (кривая *1* на рис. 2), который смещается в сторону больших v, в то время как остальные пики (кривые *3'* и *3''*) затухают. В канале прямой аннигиляции (рис. 6,*б*) картина иная — с ростом магнитного поля интенсивность обоих пиков уменьшается одинаково, они также смещаются в сторону больших v. Уменьшение интенсивности пиков, кроме одного, объясняется уходом системы от точного резонанса, когда переходы $1 \to 2$ и $2 \to 3$ (рис. 2) становятся менее эффективными и соответственно ослабевает влияние уровней 2 и *3* на формирование спектра ФП. Число пиков фононных повторений, которое можно наблюдать, зависит от константы затухания δ_0. При значении $\delta_0 = 0.2\sqrt{\eta}$, для которого проводился численный расчет, число пиков второго ФП уменьшается за счет слияния части из них.

Как видно из рис. 6, в резонансе $\mu = 0$ вместо четырех пиков будут наблюдаться два, так как пики *1'* и *a'*, а также *1* и *a* при составлении комбинации $C_2(2,1)w_2(2,1) + C_2(1,0)w_2(1,0)$ сливаются. При $\mu = 0.5$ сливаются пики *2'* и *б'*, и в этом случае проявляются четыре пика. То же самое имеет место в случае $\mu = 1$, когда сливаются пики *в'* и *3''*. Зависимость функций $w_2(2,1)$ и $w_2(1,0)$ от v для $\mu < 0$ может быть получена из условия $w_2(-\mu,-v) = w_2(\mu,v)$.

Развитая выше теория предсказывает для квантовой ямы резкое увеличение рассеяния в процессе многофононного РКРС. В резонансной области тензор рассеяния перестает зависеть от константы связи, в то время как вдали от резонанса он пропорционален ее квадрату. Таким образом, при достаточно малых значениях константы связи можно ожидать увеличение сечения рассеяния в области резонанса в тысячи раз. Подчеркнем, что удельное рассеяние в квазидвумерной системе оказывается в η^{-1} раз сильнее, чем аналогичное рассеяние в массивном образце. Поведение пиков ФП вблизи резонанса как функция магнитного поля отражает спектр электрон-фононной системы. Расщепление электрон-фононных уровней приводит к разбиению пика ФП на несколько компонент, интенсивность которых сложным образом меняется как функция магнитного поля. Каждый пик представляет собою суперпозицию двух наборов пиков, соответствующих двум каналам рассеяния, положение и интенсивность которых по-разному зависят от магнитного поля.

Теория предсказывает, что расстояние между компонентами пиков ФП $\sim \sqrt{\eta}$. Вопрос о численном множителе в данной теории остается открытым, так как при вычислении массовых операторов не учитывались графики с пересечением фононных линий. Однако, принимая во внимание результаты работы [8], изменения, связанные с учетом этих графиков, будут невелики.

В данной работе рассматривались только двух- и трехфононные РКРС в двух частотных интервалах. Развитая методика расчета позволяет вычислить РКРС с участием любого числа фононов.

Список литературы

[1] Merlin R., Güntherodt G., Humphreys R. // Semicod. Instr. Phys. Conf. Series. 1978. V. 43. P. 857.
[2] Yoshida M., Ohno N., Mitsutake H., Nakamura K., Nakai Y. // J. Phys. Soc. Japan. 1985. V. 54. N 7. P. 2754–2761.
[3] Martin R.N. // Phys. Rev. 1974. V. B10. P. 2620.
[4] Коровин Л.И., Павлов С.Т., Эшпулатов Б.Э. // ЖЭТФ. 1991. Т. 29. № 5. С. 1619–1631.
[5] Коровин Л.И., Павлов С.Т., Эшпулатов Б.Э. // ФТТ. 1991. Т. 33. № 3. С. 968–970.
[6] Коровин Л.И., Павлов С.Т., Эшпулатов Б.Э. // ФТТ. 1993. Т. 35. № 6. С. 1562–1576.
[7] Белицкий В.И., Гольцев А.В., Ланг И.Г., Павлов С.Т. // ЖЭТФ. 1984. Т. 86. С. 272–286.
[8] Коровин Л.И. // ФТТ. 1971. Т. 13. № 3. С. 842–848.

Физико-технический институт
им. А.Ф.Иоффе РАН
Санкт-Петербург

Поступило в Редакцию
1 февраля 1993 г.