1993 ФИЗИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА Том 35, № 9
1993 SOLID STATE PHYSICS Vol. 35, N 9

УДК 538.945

ПЕРЕХОД КОСТЕРЛИЦА–ТАУЛЕСА В СИСТЕМЕ С ПЕРКОЛЯЦИЕЙ

Ю.Е.Лозовик, Л.М.Помирчи

Методом Монте-Карло проведено моделирование разбавленной системы джозефсоновских переходов на плоскости, описывающейся разбавленной XY-моделью (со случайно распределенными связями $J_{ij} = 0$ или J). Фазовый переход в системе определялся по нарушению степенно́го закона убывания функции корреляции фаз и скачку модуля спиральности. Показано, что в разбавленной системе выше порога перколяции имеет место фазовый переход типа Костерлица–Таулеса. Построена фазовая кривая этого перехода $T_c(p)$ (где p — доля связей с $J_{ij} = J$). Рассчитан критический индекс ν в зависимости $T_c(p) \sim (p - p_c)^\nu$. Полученное значение $\nu = 1.55$ согласуется с экспериментальными данными.

1. Оксидные сверхпроводники, изготовленные по керамической технологии, чаще всего имеют гранулированную структуру. Характерные размеры зерен имеют порядок 1 мкм. Однако, как было показано исследованием лантановой керамики в магнитном поле, внутри этих зерен имеются еще меньшие структурные образования со слабой (джозефсоновской) связью между ними [1].

В основном гранулированную структуру имеют также пленки сверхпроводников [2–4]. Для качественного рассмотрения мы предполагаем, что ниже температуры сверхпроводящего перехода (для идеализированной массивной системы) все гранулы имеют один и тот же модуль параметра порядка (одну и ту же сверхпроводящую щель $2\Delta(T)$). Последнее справедливо, когда материал достаточно однороден по составу и керамической структуре и когда размеры гранул достаточно велики, чтобы можно было пренебречь влиянием размерных эффектов (см., например, [5]). Термодинамические флуктуации модуля параметра порядка в рассматриваемой области температур малы, хотя для оксидных сверхпроводников они значительно выше, чем в обычных сверхпроводниках. Флуктуации же фазы параметра порядка, связанной со значительно меньшими энергиями (в длинноволновом пределе частота колебаний фазы стремится к нулю; см., например, [6]), могут быть существенными. В такой ситуации система описывается моделью: система областей i с фиксированным модулем параметра порядка Δ и флуктуирующими фазами φ_i, связанными между собой слабыми (джозефсоновскими) связями (см., например, [6–11]).

Гамильтонова функция системы в отсутствие магнитного поля имеет вид

$$H = \sum_{ij} J_{ij}\left(1 - \cos(\varphi_i - \varphi_j)\right), \tag{1}$$

где φ_i, φ_j — фазы параметра порядка, J_{ij} — константы джозефсоновской связи между соседними областями. Константы связи J_{ij} выражаются через ширину сверхпроводящей щели и сопротивление туннельного перехода в контактах между гранулами в нормальном состоянии (см., например, [11]).

Свойства идеализированной модели с однородными связями $J_{ij} = J$ достаточно подробно проанализированы (см. [6–10] и цитированную там литературу). Такая модель может быть с хорошим приближением реализована в изготовленной с помощью специальной технологии решетке из джозефсоновских переходов [12]. Однако в большинстве экспериментально исследуемых гранулированных сверхпроводников, в том числе в тонких пленках, константы J_{ij} распределены случайным образом. В этой связи возникает важная задача — исследовать роль случайного распределения джозефсоновских связей на различные свойства системы, в частности на переход гранулированной системы в (глобальное) сверхпроводящее состояние.

В настоящей работе рассматривается модельная система: квадратная решетка размером $N = 30 \times 30$ с гамильтоновой функцией (1) и с различными распределениями констант связи J_{ij}. Термодинамические функции системы рассчитывались методом Монте-Карло (алгоритм Метрополиса). Численный расчет этой модели с одинаковыми константами J (XY-модель) был проведен Тобочником и Честером [13] (см. также расчет этой модели с помощью молекулярной динамики [14]). В однородной XY-модели происходит топологический фазовый переход Костерлица–Таулеса [15], связанный с диссоциацией противоположно направленных вихрей (см. также обзор [10] и работы [6–8]).

В неограниченной XY-модели среднеквадратичная флуктуация фазы расходится логарифмически с увеличением размера системы. В этой модели фазовая корреляционная функция $g(r) = \langle\cos(\varphi(r) - \varphi(o))\rangle$ аппроксимируется при низких температурах степеннóй функцией $1/r^{\alpha(T)}$ (квазидальний порядок), а при высоких — как $\exp(-r/\xi)$ [16,17]. Неаналитическое поведение $g(r)$ по температуре означает существование фазового перехода, соответствующего исчезновению квазидальнего порядка. Такой переход, как будет показано, существует и в рассматриваемой разбавленной джозефсоновской среде выше порога перколяции. Мы рассчитаем кривую фазового перехода в плоскости температура–концентрация ненулевых джозефсоновских связей p и найдем критический индекс в зависимости $T_c(p)$.

2. Для разбавленной системы с гамильтоновой функцией (1), рассматриваемой в настоящей работе, константы связи равны J или нулю и распределены случайным образом равномерно по системе. Долю ненулевых констант связи обозначим p. Квазидальний порядок в разбавленной системе может возникнуть только для $p \geqslant p_c$ ($p_c = 0.5$ — порог перколяции для задачи связей на квадратной решетке).

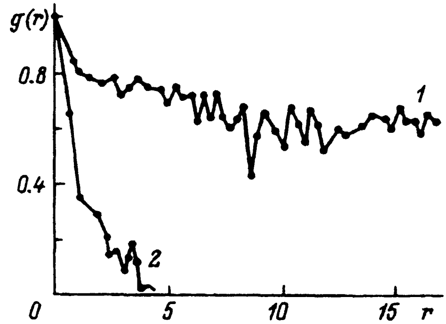

Рис. 1. Корреляционная функция фаз $g(r)$ вблизи $T_c(p)$ для $p = 0.65$.
$T/J = 0.240$ (*1*), 0.260 (*2*) ($T_c/J = 0.250$ при $p = 0.65$). Координаты по оси x взяты в единицах расстояния между узлами.

Целью настоящей работы было определение температуры исчезновения квазидальнего порядка в разбавленной системе во всем диапазоне $p > p_c$. Было проведено моделирование методом Монте-Карло для $p = 0.55, 0.6, 0.65, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0$. При каждом значении p в качестве начального было выбрано состояние с одинаковыми фазами. Затем температура системы повышалась с достаточно малым шагом $\Delta T = 0.01 \div 0.025$ (температура приведена в единицах J). Время релаксации на каждом температурном шаге составляло 10^6 шагов Монте-Карло. При таком времени релаксации среднеквадратичная ошибка для потенциальной энергии составляет $\Delta E/E \sim 0.03$.

На рис. 1 видно резкое изменение поведения корреляционной функции фаз при незначительном изменении температуры вблизи температуры перехода. Резкое изменение радиуса корреляции позволяет использовать $g(r)$ для определения $T_c(p)$. Для каждого p и для каждой рассмотренной температуры корреляционная функция $g(r)$ аппроксимировалась степенной зависимостью $1/r^{\alpha_p(T)}$.

Для значений $p \geqslant 0.65$ температурная зависимость $\alpha_p(T)$ имеет качественно такой же вид, как и для неразбавленной ($p = 1$) системы (рис. 2, 3). Близкий к линейному рост $\alpha_p(T)$ сменяется резким увели-

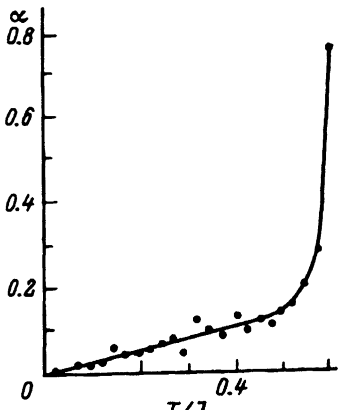

Рис. 2. Зависимость показателя $\alpha_p(T)$ корреляционной функции $g(r) \sim 1/r^{\alpha_p(T)}$ от температуры, $p = 0.8$

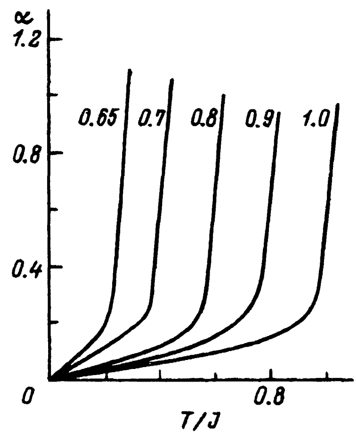

Рис. 3. Зависимость показателя $\alpha_p(T)$ корреляционной функции $g(r) \sim 1/r^{\alpha_p(T)}$ от температуры для значений $p \geqslant 0.65$.

чением $\alpha_p(T)$ при некоторой температуре $T_c(p)$, свидетельствующим о переходе от степенно́й к экспоненциальной зависимости при $T > T_c(p)$. Этот скачок происходит при значении $\alpha_p(T_c) = 0.2 \div 0.3$. (Как известно, в неразбавленной системе переход Костерлица–Таулеса происходит при значении $\alpha(T_c) = 0.25$ [18]).

Из рис. 2 видно, что α определяется с довольно большим статистическим разбросом (приблизительно 0.3α). Однако рост $\alpha_p(T)$ при температуре фазового перехода в несколько раз превышает величину статистического разброса, что позволяет определить $T_c(p)$. В области температур $T < T_c$ зависимость $\alpha_p(T)$ от температуры можно аппроксимировать линейной зависимостью $\alpha_p(T) = A_pT$. При p, близких к единице, величина A_p линейно растет с уменьшением p. Для однородной системы в [17] получен низкотемпературный предел $\alpha/T = 1/(2\pi)$. Наш расчет дает для этой величины при $p = 1$ значение 0.17, что хорошо согласуется с теоретическим значением.

Для определения температуры перехода в XY-модели удобно использовать спиральность (helicity modulus) γ [10]. Спиральность определяет изменение свободной энергии системы ΔF при заданном бесконечно малом градиенте фазы δh_{ex}: $\Delta F = N\gamma(\delta h_{ex})^2/2$ (в сверхтекучей жидкости $\gamma = \rho_s(h/m)^2$, где ρ_s — плотность сверхтекучей компоненты). Из условия устойчивости $\Delta F > 0$ следует $\gamma > 0$. В обозначениях настоящей работы имеем [19]

$$\gamma = J - \frac{1}{2N}\langle H\rangle - \frac{1}{NT}\left\langle\left[\sum_{ij} J_{ij}\sin\left(\varphi_i - \varphi_j\right)e_{ij}x\right]^2\right\rangle, \qquad (2)$$

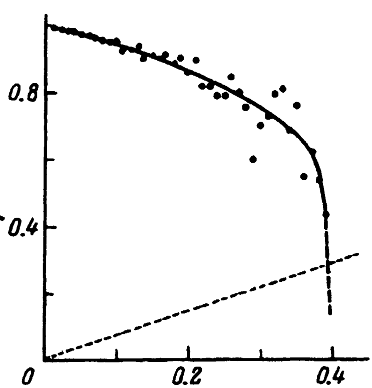

Рис. 4. Зависимость модуля спиральности (helicity modulus) от температуры. $p = 0.7$.

Пунктирная линия соответствует $\gamma = (2/\pi)T$. Изображенный штриховой линией скачок происходит выше точки пересечения $\gamma(T)$ и $(2/\pi)T$.

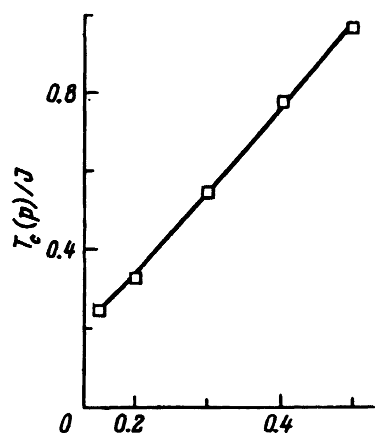

Рис. 5. Зависимость температуры фазового перехода $T_c(p)$ в разбавленной системе от $p - p_c$.

Линия соответствует аппроксимации $(p - p_c)^{1.55}$.

где e_{ij} — единичный вектор, соединяющий соседние точки i и j; x — произвольное фиксированное направление в плоскости; $\langle\rangle$ означает усреднение по термодинамическому ансамблю.

В неограниченной системе зависимость $\gamma(T)$ должна испытать скачок при температуре перехода. В однородной системе скачок γ происходит при универсальном значении $\gamma(T_c)/T_c = 2/\pi$ [18]. В неоднородной системе значение скачка может быть неуниверсальным [10].

На рис. 4 представлена зависимость $\gamma(T)$, полученная в наших расчетах. Зависимость $\gamma(T)$ испытывает характерный скачок как для $p = 1$, так и для разбавленной системы. Для $p = 1$ скачок происходит при значении $\gamma_1(T)/T = 0.63$, для $p < 1$ величина скачка больше: $\gamma_p(T)/T > 2/\pi$. Неуниверсальность скачка $\gamma_p(T)$ для перколирующей системы согласуется с аналогичным поведением γ для иного типа неупорядоченности [10]. Температура, при которой происходит скачок, совпадает в рамках точности расчетов с температурой $T_c(p)$, определенной по резкому увеличению показателя корреляционной функции $\alpha_p(T)$.

На рис. 5 представлена зависимость $T_c(p)$. Эта зависимость для значений $p \geqslant 0.65$ может быть аппроксимирована степенно́й функцией $T_c(p) \sim (p - p_c)^\nu$, $\nu = 1.55 \pm 0.15$. (В непосредственной близости от порога перколяции осложняется определение $T_c(p)$ и соответственно определение критического индекса ν). В [20] проведено экспериментальное исследование влияния случайного беспорядка в системе из 300×300 джозефсоновских переходов, расположенных на плоскости, на переход Костерлица–Таулеса. Зависимость температуры перехода от p в [20] определена как $T_c(p) \sim (p - p_c)^\nu$, где $\nu = 1.56 \pm 0.24$. Определенный из наших численных расчетов критический индекс ν практически совпадает с экспериментальным.

Список литературы

[1] Muller K.A., Takashige M., Bednortz J.G. // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. N 11. P. 1143–1147.
[2] Strongin M., Kammerer O.F., Farrell H.H., Miller D.L. // Phys. Rev. Lett. 1973. V. 30. N 4. P. 129–132.
[3] Wolf S.A., Gubser D.V., Imry Y. // Phys. Rev. Lett. 1979. V. 42. N 5. P. 324–327.
[4] Fiory A.T., Hebard A.F., Glaberson W.I. // Phys. Rev. B. 1983. V. 28. N 9. P. 5075–5087; Hebard A.F., Fiory A.T. // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. N 11. P. 1131–1134.
[5] Dobriakov A.L., Letokhov V.S., Lozovik Yu.E., Puretzky A.A. // Appl. Phys. A. 1992. V. 54. P. 100–102.
[6] Lozovik Yu.E., Akopov S.G. // Sol. St. Comm. 1980. V. 35. N 9. P. 693–697; Физика низких температур. 1981. Т. 7. № 4. С. 521–523; J. Phys. C: Solid State Physics. 1981. V. 14. N 2. P. L31–L35.
[7] Halperin B.I., Nelson D.R. // J. Low Temp. Phys. 1979. V. 36. N 5/6. P. 599–616.
[8] Simanek E. // Sol. St. Comm. 1979. V. 31. N 6. P. 419–421.
[9] Ефетов К.Б. // ЖЭТФ. 1980. Т. 78. № 5. С. 2017–2032.
[10] Minnhagen P. // Rev. Mod. Phys. V. 59. N 4. P. 1001–1066; Minnhagen P., Weber H. // Physica B. 1988. V. 152. N 1& 2. P. 50–55.
[11] Кулик И.О., Янсон И.К. Эффект Джозефсона в сверхпроводящих туннельных структурах. М., 1970. С. 272.
[12] Voss R.F., Webb R.A. // Phys. Rev. B. 1982. V. 25. N 5. P. 3446–3449.
[13] Tobochnic J., Chester G.V. // Phys. Rev. B. 1979. V. 20. N 9. P. 3761–3769.
[14] Анфимов Д.С., Кучеров С.А., Лозовик Ю.Е. // Препринт ИСАН СССР. 1989. № 29а. С. 21.
[15] Kosterlitz J.M., Thouless D.J. // J. Phys. C: Solid State Phys. 1973. V. 6. P. 1181–1203.

[16] Паташинский А.З., Покровский В.Л. Флуктуационная теория фазовых переходов. М., 1982. С. 382.
[17] Березинский В.Л. // ЖЭТФ. 1970. Т. 59. № 3(9). С. 907–920.
[18] Nelson D.R., Kosterlitz J.M. // Phys. Rev. Lett. 1977. V. 39. N 19. P. 1201–1205.
[19] Teitel S., Jayaprakash C. // Phys. Rev. B. 1983. V. 27. N 1. P. 598–601.
[20] Harris D.C., Herbert S.T., Stroud D., Garland J.C. // Phys. Rev. Lett. 1991. V. 67. N 25. P. 3606–3609.

Институт спектроскопии РАН
Троицк
Московская область

Поступило в Редакцию
20 апреля 1993 г.