МАТЕРИАЛЫ МЕЖДУНАРОДНОГО СОВЕЩАНИЯ ПО ФИЗИКЕ НЕУПОРЯДОЧЕННЫХ СИСТЕМ

ВАЖНЕЙШИЕ ПРОБЛЕМЫ ФИЗИКИ КОНДЕНСИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ IPCMP'92

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ,
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
1—5 ИЮНЯ 1992 ГОДА

ОРБИТАЛЬНЫЙ МАГНИТНЫЙ ОТКЛИК В МЕЗОСКОПИЧЕСКИХ ПРОВОДНИКАХ

Б. Шапиро

Department of Physics Technion-Israel Institute of Technology Haifa, Israel
(Получена 30 ноября 1992 г. Принята к печати 2 декабря 1992 г.)

Дается обзор некоторых последних работ по орбитальному магнетизму в мезоскопических системах.

1. Бóльшая часть работ по физике мезоскопических систем посвящена явлениям переноса, а не термодинамическим свойствам. Основной причиной такого приоритета является то, что, на первый взгляд, в термодинамических свойствах не должны проявляться существенно мезоскопические эффекты. Действительно, термодинамика системы определяется плотностью состояний и не зависит в явном виде от собственных функций. Вместе с тем плотность состояний, в отличие от волновых функций, не должна быть чувствительна к разупорядочению, форме образца или слабому магнитному полю, т. е. к факторам, отвечающим за большинство мезоскопических эффектов. Однако постепенно стало ясно (см. последний обзор [1]), что если все это и справедливо для усредненной плотности состояний, то для плотности состояний в конкретном образце наблюдаются значительные корреляции и, более того, высокая чувствительность по отношению к магнитному полю. В результате орбитальный магнитный отклик электронного газа может проявлять отчетливые мезоскопические эффекты [2–4] (близко связанное с ними явление — термодинамический незатухающий ток в мезоскопических кольцах [5]). Целью настоящей работы является обзор основных идей и результатов теории орбитального магнитного отклика в разупорядоченных мезоскопических проводниках.

2. Целесообразно обсудить сначала предельный случай чистого, т. е. бесстолкновительного (или баллистического) транспорта. Рассмотрим свободные

электроны, движение которых ограничено некоторым объемом с линейными размерами порядка L. Вообще говоря, здесь существуют три характерных масштаба по энергии: типичное расстояние между уровнями Δ; энергия, связанная со временем пролета τ_f через образец, $E_0 = \hbar/\tau_f + \hbar v_F/L$ (v_F — скорость Ферми) и энергия Ферми E_F. Соответственно существуют три разных режима: микроскопический, при котором затрагиваются индивидуальные дискретные уровни; мезоскопический, когда свойства системы определяются плотностью состояний $\rho(E)$, усредненной в интервале порядка E_0; макроскопический, для которого адекватной величиной является «истинная» термодинамическая плотность состояний $\rho_0(E)$.

Какой из этих трех режимов реализуется — зависит от температуры T. Мезоскопические эффекты наиболее явно выражены при температурах $\Delta \ll k_B T \ll E_0$.[1] Для упрощения анализа будем полагать $k_B T \simeq E_0$, когда термодинамика контролируется «сглаженной по E_0» плотностью состояний $\rho(E)$. Важно понять, что $\rho(E)$ не равно $\rho_0(E)$ и в отличие от $\rho_0(E)$ имеет выраженную энергетическую структуру. Опыт работы с интегрируемыми, равно как и неинтегрируемыми (хаотическими) системами [6], показывает, что разность $\delta\rho(E) \equiv \rho(E) - \rho_0(E)$ является осциллирующей функцией E с типичным периодом порядка E_0. Более того, $\delta\rho(E)$ (и, следовательно, энергия системы) весьма чувствительна к магнитному полю. Для двумерных систем изменение магнитного потока порядка $hc/e \equiv \Phi_0$ приводит к типичному изменению порядка E_0 в энергии системы. Поэтому магнитную восприимчивость χ (на единицу площади) для слабых магнитных полей (порядка Φ_0/L^2) можно оценить как $|\chi| \simeq E_0 L^2/\Phi_0^2 \simeq (e^2/mc^2)\, k_F L$, где K_F — волновое число состояния с энергией Ферми.[2] Обратим внимание, что величина χ может быть любого знака, и ее значение в $k_F L$ раз больше восприимчивости Ландау (двумерной) $|\chi_0| \simeq e^2/mc^2$. Это мезоскопическое увеличение χ в $k_F L$ раз не следует путать с еще более сильным магнитным откликом («гигантским» пара- и диамагнитизмом), рассмотренным, например, в [7]. Последний случай осуществляется в микроскопическом режиме, когда образец можно рассматривать как гигантский атом, и требует намного более низких температур: $k_B T < \Delta$.

3. Усиление орбитального магнитного отклика происходит также в разупорядоченных мезоскопических системах в диффузионном режиме в случае, когда средняя длина рассеяния по импульсу l удовлетворяет условию $k_F^{-1} \ll l \ll L$. Наиболее важное различие между этим и баллистическим случаем состоит в том, что баллистическое время L/v_F заменяется на время диффузии L^2/D, где $D = v_F l/d$ — коэффициент диффузии (d — размерность системы, 2 или 3). Другими словами, «баллистическая» энергия $E_0 \equiv \hbar v_F/L$ заменяется энергией Таулесса $E_c \equiv \hbar D/L^2$. Соответственно оценка орбитальной двумерной магнитной восприимчивости в двух измерениях дает $|\chi| \simeq k_F l\, |\chi_0|$ вместо $k_F L\, |\chi_0|$ в баллистическом случае. Кроме того, ужесточаются условия, налагаемые на температуру, а именно $\Delta \ll k_B T < E_c$.

Эта качественная оценка восприимчивости разупорядоченных мезоскопических проводников может быть подкреплена расчетами. Ранее опубликованные работы на эту тему [2] основывались на теории линейного отклика и отличались непоследовательностью и наличием ошибок. Более поздние работы [3, 4] основаны на исследовании корреляционной функции $\langle \rho(E, B)\, \rho(E', B')\rangle$,

---

[1] Дополнительное требование состоит в том, что уширение уровня, определяемое частотой неупругого рассеяния $\hbar/\tau_{in}$, должно быть меньше, чем E_0. Поскольку обычно $\hbar/\tau_{in}$ меньше, чем $k_B T$, то это требование выполняется автоматически.

[2] Количественную оценку можно получить с помощью полуклассической картины замкнутых периодических орбит (O. Agam, A. Raveh — частное сообщение).

где $\rho(E, B)$ — плотность состояний при энергии E для магнитного поля B (угловые скобки означают усреднение по ансамблю случайных образцов). Далее дается схема метода и некоторые результаты для двумерной и трехмерной систем.

4. Термодинамические свойства того или иного образца определяются плотностью состояний в этом образце и получаются из обобщенного потенциала

$$\Omega = -k_B T V \int dE \rho(E, B) \ln\left(1 + \exp\frac{\mu - E}{k_B T}\right), \tag{1}$$

где V — объем образца (или площадь в двумерном случае), а μ — химический потенциал. Магнитная восприимчивость дается соотношением

$$\chi = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial B^2}\right)_{\mu, V, T}. \tag{2}$$

Среднее значение вопримчивости $\langle\chi\rangle$ близко к величине восприимчивости Ландау χ_0. Однако это среднее значение не дает представления об ансамбле, так как флуктуация восприимчивости от образца к образцу $\langle\Delta\chi^2\rangle^{1/2}$ много больше, чем среднее $\langle\chi\rangle$. Изменение χ при некотором произвольном поле B имеет вид

$$\langle\Delta\chi^2\rangle = \lim_{B_1 \to B_2 = B} \frac{\partial^4}{\partial B_1^2 \partial B_2^2} \iint dE_1 dE_2 \langle\Delta\rho(E_1, B_1) \times$$

$$\times \Delta\rho(E_2, B_2)\rangle \ln\left(1 + \exp\frac{\mu - E_1}{k_B T}\right) \ln\left(1 + \exp\frac{\mu - E_2}{k_B T}\right), \tag{3}$$

где $\Delta\rho$ — отклонение плотности соостояний в данном образце от среднего значения $\langle\rho\rangle$. В диффузионном режиме ($k_F l \gg 1$) для не очень сильных магнитных полей ($l \ll \sqrt{\hbar c/eB}$) корреляционную функцию плотности состояний можно записать в виде [8]

$$\langle\Delta\rho(E_1, B_1)\, \Delta\rho(E_2, B_2)\rangle = \frac{2}{\pi^2 V^2} \operatorname{Re} \sum_{+,-} \sum_n \frac{1}{(-i\Delta E + \varepsilon_n^{\pm} + \gamma)^2}. \tag{4}$$

В этом уравнении $\Delta E = E_1 - E_2$, и предполагается, что $\Delta E \ll \hbar v_F/l$. Величина γ представляет собой отсечку в области малых энергий порядка Δ. Для $k_B T \gg \Delta$ точное значение γ несущественно и его в конце вычислений можно положить равным нулю. Наконец, $\varepsilon_n^{\pm}$ можно интерпретировать как «энергетические уровни» двух гипотетических частиц; куперона и диффузона с массой $\hbar/2D$, если магнитное поле равно $B_1 + B_2$ (для куперона) и $B_1 - B_2$ (для диффузона).

В работе [3] исследован случай, когда сумма в уравнении (4) может быть вычислена приближенно, в предположении $n = 0$. Для этого требуются низкие температуры ($k_B T \ll E_c$) и слабые магнитные поля (такие, при которых поток через образец $\Phi = BL^2$ много меньше, чем Φ_0). Величина $\langle\Delta\chi^2\rangle$ зависит в некоторой степени от формы образца и для диска радиуса R составляет

$$\langle\Delta\chi^2\rangle^{1/2} = 1.65\chi_0^{(2)} k_F l \sqrt{\ln(E_0/\Gamma)}, \tag{5}$$

где $\chi_0^{(2)} = e^2/12\pi mc^2$ двумерная восприимчивость Ландау (более точно, ее абсолютное значение), E_0 определяется как $D/(2\pi R)^2$, а Γ равно бóльшей из двух величин — k_BT и $4\pi E_c(\Phi/\Phi_0)^2$. Таким образом, в данном случае типичная магнитная восприимчивость содержит логарифмический множитель в дополнение к множителю k_Fl, обсуждавшемуся выше.

В противоположном случае, $k_BT \gg E_c$, вклад в сумму (4) вносят многие члены. Ее величина может быть определена в этом случае с помощью формулы Эйлера—Маклорена. В двумерном случае результат для $\langle\Delta\chi^2\rangle$ имеет вид [4]

$$\langle\Delta\chi^2\rangle^{1/2} = 1.67\chi_0^{(2)}\frac{L_T}{L}k_Fl, \tag{6}$$

куда входит зависящая от температуры длина $L_T = (\hbar D/k_BT)^{1/2}$. Условие $k_BT \gg E_c$ требует, чтобы выполнялось неравенство $L_T \ll L$. Уравнение (6) имеет простую интерпретацию. Двумерный образец размера L может рассматриваться как состоящий из $(L/L_T)^2$ квадратов, каждый из которых имеет линейный размер L_T. Относительная флуктуация восприимчивости для каждого квадрата — $\sim k_Fl$. Сложение вкладов независимых ячеек уменьшит относительную флуктуацию в L_T/L раз. Заметим, что мезоскопическое увеличение восприимчивости продолжается вплоть до довольно высоких температур, порядка $E_c(k_Fl)^2$: только при таких температурах типичная флуктуация $\langle\Delta\chi^2\rangle^{1/2}$ становится сравнимой со средним значением $\langle\chi\rangle = \chi_0^{(2)}$. Для трехмерных образцов — результат следующий [4]:

$$\langle\Delta\chi^2\rangle^{1/2} = 4.53\chi_0^{(3)}\frac{l}{L_T}\left(\frac{L_T}{L}\right)^{3/2}, \tag{7}$$

где $\chi_0^{(3)} = e^2k_F/12\pi^2mc^2$. Следует также отметить, что недиагональная компонента тензора восприимчивости $\chi_{\alpha,\beta}$ $(\alpha, \beta = x, y, z)$, в среднем равная нулю, проявляет большие флуктуации от образца к образцу [4]. Их типичная величина составляет $1/\sqrt{3}$ от величины диагональной компоненты, определяемой уравнением (7).

В заключение следует сказать, что в работе рассмотрен орбитальный магнитный отклик в мезоскопических системах как в совершенных (баллистический перенос), так и разупорядоченных. Основной чертой этого мезоскопического магнетизма является существенное увеличение типичной величины магнитной восприимчивости по сравнению с восприимчивостью Ландау.

Я благодарен А. Равеху за многочисленные полезные дискуссии и за сотрудничество в работе [4]. Я особо обязан М. Азбелю за очень плодотворные обсуждения и разъяснения, приведшие меня к пониманию сходства между совершенными и разупорядоченными мезоскопическими системами.

Настоящая работа поддержана Национальным научным фондом в рамках гранта PHY 89-04035, Бинациональным научным фондом США—Израиль и Фондом содействия исследованиям в Технионе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] B. Altshuler. In: Proceedings of the International Symposium on Nanostructures and Mesoscopic Systems (ed. by W. P. Kirk). Santa-Fe (1991).
[2] O. D. Cheishvili. Письма ЖЭТФ, 48 206 (1988); H. Fukuyama. J. Phys. Soc. Japan, 58, 47 (1989); E. Akkermans, B. Shapiro. Europhys. Lett., 11, 467 (1990); R. A. Serota, S. Oh. Phys. Rev., B41, 10523 (1990).
[3] S. Oh, A. Yu. Zyuzin, R. A. Serota. Phys. Rev., B44, 8858 (1991).
[4] A. Raveh, B. Shapiro. Fluctuations in the Orbital Magnetic Response of Mesoscopic Conductors (Technion Preprint).
[5] B. L. Altshuler, Y. Gefen, Y. Imry. Phys. Rev. Lett., 66, 88 (1991).

[6] E. N. Bogachek, G. A. Gogadze. ЖЭТФ, 63, 1839 (1972); M. Berry. In: Chaotic Behaviour of Deterministic Systems, Les Houches, Session XXXVI.
[7] A. I. Buzdin, O. V. Dolgov, Yu. E. Lozovik. Phys. Lett. A, **100**, 261 (1984).
[8] B. L. Altshuler, B. I. Shklovskii. ЖЭТФ, 91, 220 (1986).

Редактор Л. В. Шаронова