

## КУЛОНОВСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ НОСИТЕЛЕЙ В ТОНКИХ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ НИТЯХ

Е. А. Андрияшин, А. П. Силин

Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук, 117924, Москва, Россия

(Получена 9 октября 1992 г. Принята к печати 26 ноября 1992 г.)

Для окруженных диэлектриком полупроводниковых нитей различной формы исследовано влияние кулоновского взаимодействия на свойства основного состояния носителей тока.

Исследование систем тонких полупроводниковых нитей [1, 2] требует знания не только эффектов размерного квантования, наиболее сильно изменяющих спектр носителей по сравнению с объемными полупроводниками [3, 4], но и учета изменения кулоновского взаимодействия носителей. Особый интерес, на наш взгляд, представляет возможность усиления взаимодействия (и одновременно изменения его функциональной зависимости от расстояния между частицами) в гетероструктурах полупроводник—диэлектрик. Условно можно сказать, что взаимодействие усиливается, так как «большая часть» силовых линий идет через диэлектрик — среду, статическая диэлектрическая проницаемость  $\epsilon_{\text{ins}}$  которой намного меньше, чем у полупроводников.

На эффект усиления кулоновского взаимодействия в гетероструктурах различной геометрии внимание обратили достаточно давно [5, 6]. В последующем было показано, что этот эффект приводит к резкому увеличению поглощения света экситонами [7], рассчитан вид кулоновского взаимодействия носителей в полупроводниковом слое [8], в цилиндрической [9] и клиновидной [10] полупроводниковых нитях. Формулы для потенциала взаимодействия носителей в произвольных слоистых гетероструктурах приведены в книге [11]. В работе [12] были рассмотрены сверхрешетки полупроводник—диэлектрик.

Простой вид потенциала взаимодействия в аналитической форме удается получить лишь в ряде предельных случаев. В частности, в расчетах предполагается, что диэлектрическая проницаемость полупроводника  $\epsilon$  велика

$$\epsilon \gg \epsilon_{\text{ins}} \text{ или } \delta = \frac{\epsilon_{\text{ins}}}{\epsilon} \ll 1. \quad (1)$$

Мы предполагаем также, что характерный размер  $d$  полупроводниковых структур (размер  $d$  есть толщина слоя или диаметр полупроводниковой нити или максимальный размер поперечного сечения клина)

$$d \ll a_0, \quad (2)$$

где  $a_0$  — радиус экситона в объеме полупроводника,

$$a_0 = \frac{\epsilon \hbar^2}{\mu e^2}, \quad E_0 = \frac{\mu e^4}{2\epsilon^2 \hbar^2}, \quad (3)$$

$E_0$  — энергия связи экситона в объеме полупроводника,  $\mu = m_e m_h / (m_e + m_h)$  — приведенная масса, а  $m_e$  и  $m_h$  — эффективные массы электрона и дырки. Все рассматриваемые в статье расстояния и размеры предполагаются значительно большими, чем постоянная решетки, поэтому используется макроскопический подход.

С учетом условий (1), (2) в полупроводниковых нитях разных типов можно получить следующие потенциалы кулоновского взаимодействия носителей в зависимости от расстояния между ними  $z$  вдоль нити.

1. Цилиндрическая полупроводниковая нить, окруженная диэлектриком [8]. Введем параметр

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{\delta} \ln \frac{1}{\delta}} \gg 1. \quad (4a)$$

Тогда

$$V_1(z, a) = \frac{e_1 e_2}{\varepsilon a \sqrt{2}} \omega \left[ 1 - \frac{|z| \sqrt{2}}{a \omega} \right] \quad (4б)$$

при

$$a \ll z \ll a \omega, \quad (4в)$$

$V_1(z, a)$  — энергия взаимодействия зарядов  $e_1$  и  $e_2$  в нити радиуса  $a$ . В силу (4в) эта энергия не зависит от положения зарядов в плоскости поперечного сечения нити. Следует заметить, впрочем, что эффект размерного квантования будет удерживать заряды вблизи оси нити. Мы предполагаем в силу (2), что энергия размерного квантования значительно превосходит энергию кулоновского взаимодействия, а движение носителей одномерно.

В определенной области расстояний (4в) энергия взаимодействия (4б) линейна по  $z$ , ее можно интерпретировать как энергию взаимодействия «плоскостей» изображений, перпендикулярных оси нити. При этом радиус  $a_{\text{exc}}^{(1)}$  основного состояния экситона Ванье-Мотта как раз попадает в область расстояний (4в)

$$a_{\text{exc}}^{(1)} (2a^2 a_0)^{1/3} \ll a_0, \quad (5)$$

а энергия связи экситона есть

$$E_{\text{exc}}^{(1)} = \frac{e^2 \omega}{\varepsilon a \sqrt{2}}. \quad (6)$$

$E_{\text{exc}}^{(1)}$  велика по сравнению с  $E_0$  в меру параметра  $a_0 \omega / a$ , а условие (4в) выполняется, если велик параметр  $\eta = \omega (a/a_0)^{1/3} \gg 1$ .

В работе [10] была рассмотрена нить клиновидной формы (рис. 1). Если угол клина записать в виде

$$\alpha = \pi / N \quad (7)$$

и ввести параметр

$$\gamma = \frac{2}{\pi} \delta N, \quad (8)$$

то простые формулы для энергии взаимодействия зарядов  $e_1$  и  $e_2$ , находящихся на расстоянии  $z$  друг от друга вдоль оси клина и на расстоянии  $\rho$  от оси клина, можно записать в двух предельных случаях.

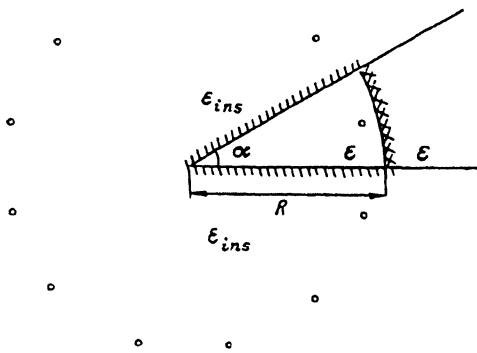


Рис. 1. Схематическое изображение нити клиновидной формы. Кружками обозначено кольцо электростатических изображений. Дуговая граница клина отделяет клиновидную квантовую яму от полупроводника с такой же диэлектрической проницаемостью, но с бóльшей шириной запрещенной зоны.

## 2. Толстый клин $\gamma \ll 1$ ,

$$V_2(\rho, z) = \frac{2e_1 e_2 N}{\pi \epsilon \rho} \ln \frac{|z|}{8\rho} \quad (9a)$$

при  $\frac{\rho}{N} \ll z \ll \rho$ .

(9b)

Для характеристики экситона в клиновидной нити удобно ввести единицы расстояния и энергии

$$a_x = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi a_0 \rho}{N}}, \quad E_x = \frac{2e^2 N}{\pi \epsilon \rho}. \quad (10)$$

Тогда энергия связи экситона и его радиус выразятся в формулах

$$E_{\text{exc}}^{(2)} E_x [\ln(a_x/\rho) + \omega_2], \quad (11)$$

где  $\ln(a_x/\rho)$  в силу (9b) бóльшая величина (параметр задачи), а  $\omega_2$  численно определена в [10],  $\omega_2 = 0.5 - C - \ln(16\sqrt{6}/\pi)$ ,  $C \approx 0.577$  — постоянная Эйлера.

$$a_{\text{exc}}^{(2)} = \sqrt{2} a_x. \quad (12)$$

## 3. Тонкий клин $\gamma \gg 1$ ,

$$V_3(\rho, z) = \frac{2e_1 e_2 N}{\pi \epsilon \rho} \cdot \ln \frac{\gamma |z|}{\rho} \quad (13a)$$

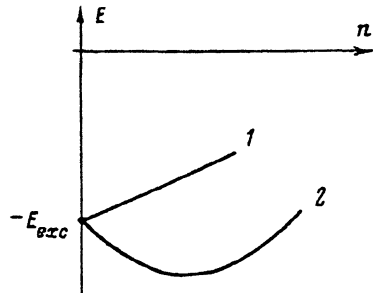
при

$$\frac{\rho}{N} \ll z \ll \frac{\rho}{\gamma}. \quad (13b)$$

Энергия связи

$$E_{\text{exc}}^{(3)} = E_x [\ln(\gamma a_x/\rho) + \omega_3], \quad (14)$$

рис. 2. Зависимость энергии основного состояния  $E$  системы электронов и дырок от плотности  $n$  (при  $T=0$ ): 1 — в приближении Хартри—Фока, 2 — возможный истинный вид зависимости энергии основного состояния от плотности.



где теперь большим параметром является  $\ln \gamma a_x / \rho$ , а  $\omega_3 = 0.5 - C - \ln(2\sqrt{6}/\pi)$ , согласно [10]. Радиус экситона  $a_{\text{exc}}^{(3)}$  совпадает с (12).

Следует заметить, что в обоих предельных случаях для клина энергию взаимодействия  $V_{2,3}$ , логарифмически зависящую от  $z$ , можно интерпретировать как энергию взаимодействия «колец» электростатических изображений (рис. 1). Кроме этого, размерное квантование приводит к тому, что в обоих последних рассмотренных случаях носители будут находиться в толстой части клина, так что во всех формулах можно положить  $\rho \approx R$ .

Таким образом, мы имеем ряд одномерных кулоновских потенциалов, которые могут реализовываться во взаимодействии носителей в тонких полупроводниковых нитях. В настоящей работе мы хотим сравнить обусловленные ими многочастичные эффекты и с этой целью добавим одномерный кулоновский потенциал в привычной форме.

4. Пусть движение носителей в квантовой цилиндрической полупроводниковой нити одномерно в силу размерного квантования, но диэлектрические проницаемости нити и окружающей среды не различаются. Тогда вместо (1) мы имеем

$$\delta = 1, \quad (15)$$

но выполняется условие (2), которое естественно записывается в виде

$$a \ll a_0, \quad (16)$$

где  $a$  — радиус цилиндрической нити. Два заряда взаимодействуют с энергией

$$V_4(z) = \frac{e_1 e_2}{\varepsilon |z|} \quad (17)$$

при

$$a \ll z \ll a_0. \quad (18)$$

Одномерное уравнение Шредингера с потенциалом (17) было впервые рассмотрено в [13]. Энергия и радиус основного состояния в главном порядке по параметру  $\ln(a/a_0)$  есть

$$E_{\text{exc}}^{(4)} = 4E_0 \ln^2(a/a_0), \quad (19)$$

$$a_{\text{exc}}^{(4)} = a_0 / 2 \ln(a/a_0). \quad (20)$$

Во всех указанных случаях величины  $E_{\text{exc}}^{(j)}$ ,  $a_{\text{exc}}^{(j)}$  зависят от разных параметров и сравнивать их априори бессмысленно, хотя, естественно, во всех случаях энергия экситона значительно больше, а радиус экситона значительно меньше соответствующих объемных величин (3). Представляет, однако, интерес принять  $E_{\text{exc}}^{(j)}$ ,  $a_{\text{exc}}^{(j)}$  за единицы энергии и расстояния и рассмотреть, как меняются уже в этих единицах характеристики энергии основного состояния многочастичной системы, скажем, — системы электронов и дырок, оптически возбужденных в тонких полупроводниковых нитях описанной конфигурации. Для случая 1 эти характеристики уже рассчитаны в работе [14]. На рис. 2 условно изображен

возможный вид зависимости энергии основного состояния  $E$  системы электронов и дырок от плотности  $n$  при нулевой температуре. Достоинства и недостатки различных методов расчета тех или иных участков кривой  $E(n)$  неоднократно обсуждались, за наиболее современным их изображением мы отсылаем читателя к [15].

Для 4-х рассматриваемых случаев мы сравниваем участки кривой  $E(n)$  (рис. 2) вблизи  $n \rightarrow 0$ , где эта кривая должна переходить в энергию экситона  $E_{\text{exc}}$  (бизекситонные корреляции не учитываются), а также участки при высокой плотности вблизи минимума энергии по плотности.

При малой плотности расчет проводится методом работы [16]. В этом случае, в соответствии с работами [17, 18], следует ожидать отрицательного наклона  $dE/dn$ , однако достоверно оценить его затруднительно, поскольку отсутствует правило отбора диаграмм. Мы приведем значения наклона  $W = dE/dn|_{n=0}$ , полученные в приближении Хартри—Фока, где  $W > 0$  (рис. 2). Но при этом характерна сама величина наклона. Для каждого из 4-х случаев величина  $W^{(i)}$  указана в единицах  $E_{\text{exc}}^{(i)}, a_{\text{exc}}^{(i)}$

$$W^{(1)} = \frac{3\beta(\eta)}{\eta\sqrt{2}}, \quad (21a)$$

где  $\beta(\eta)$  — сложная функция [14], значение которой при  $\eta \rightarrow \infty$  близко к 1.

$$W^2 = \frac{5}{4 \ln \frac{\rho}{a_x}}, \quad (21б)$$

$$W^{(3)} = \frac{5}{4 \ln \frac{\rho}{\gamma a_x}}, \quad (21в)$$

$$W^{(4)} = 1. \quad (21г)$$

Полученные значения любопытно сравнить также с величинами для двумерных и трехмерной систем, приведенными в работе [18]. Тогда мы получаем, что  $W$  тем меньше (в соответствующих каждой системе собственных единицах), чем больше «анизотропия» системы.

Аналогичный характерный «сдвиг свойств» можно наблюдать и для участка кривой вблизи минимума  $E(n)$ . Этот минимум можно также рассчитать в приближении Хартри—Фока, но в этом приближении сама величина энергии в минимуме оказывается больше энергии экситона,  $E_{\text{min}}^{HF} > E_{\text{exc}}$ . Для самой величины  $E_{\text{min}}$  существен учет корреляционной энергии, которую мы рассчитываем по методу Хаббарда [19]. Тогда для всех рассматриваемых случаев  $E_{\text{min}} < E_{\text{exc}}$ . Следует заметить, что для линейных и логарифмических по  $z$  потенциалов (случаи 1—3) справедлива теорема [14, 18], согласно которой энергия основного состояния любых многочастичных комплексов, в том числе электронно-дырочной жидкости в главном порядке по перечисленным выше параметрам, равна энергии экситона, умноженной на число электронно-дырочных пар. В случае 4 эта теорема не работает и энергии  $E_{\text{min}}$  и  $E_{\text{exc}}$  отличаются в главном порядке коэффициентов.

Учет корреляционной энергии, однако, несущественно сдвигает плотности  $n_{\text{min}}$ , при которой достигается минимум. Наиболее удобно сравнивать безразмерное среднее расстояние  $r_s$ , которое для одномерной системы определяется следующим образом:

$$2r_s^{(j)} = \frac{1}{n_{\min} a_{\text{exc}}^{(j)}}. \quad (22)$$

Тогда

$$r_s^{(1)} = 0.85 \quad (23)$$

(следует учесть, что мы используем несколько иные определения  $a_{\text{exc}}$ ,  $r_s$  и рассматриваем только предельный случай  $\eta \rightarrow \infty$ , тогда как в [14] проводился численный расчет),

$$r_s^{(2)} = r_s^{(3)} = 0.65, \quad (24)$$

$$r_s^{(4)} \approx \pi^2/24 \approx 0.41. \quad (25)$$

Сравнение полученных значений  $r_s$  с соответствующими величинами для трехмерной системы позволяет сделать вывод, что анизотропия движения системы электронов в гетероструктуре не только увеличивает масштаб всех кулоновских энергий по сравнению в объемным полупроводником, но и изменяет форму зависимости  $E(n)$ , сдвигая основное состояние электронно-дырочной системы в сторону большей плотности. По-видимому, такой вывод является совершенно общим и приложим к системам с анизотропией любого характера [20].

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] P. M. Petroff, A. C. Gossard, R. A. Logan, W. Wiegman. Appl. Phys. Lett., **41**, 635 (1982).
- [2] W. Y. Lai, S. Das Sarma, X. C. Xie, A. Kobayashi. In: Proc. XVIII Int. Conf. on Phys. of Semicond. Stockholm (1986) (ed. by O. Engström), **1**, 453 Singapore (1987).
- [3] N. Lipshitz, S. Luryi, T. T. Sheng. Appl. Phys. Lett., **51**, 1824 (1987).
- [4] J. P. Kotthaus, W. Hansen, H. Pohlmann, M. Wassermeier, K. Ploog. Surf. Sci. **196**, 600 (1988).
- [5] Н. С. Рытова. Вестн. МГУ. Сер. 3, Физика, астрономия, **3**, 30 (1967).
- [6] А. В. Чаплик, М. В. Энтин. ЖЭТФ, **61**, 2496 (1971).
- [7] Л. В. Келдыш. Письма ЖЭТФ, **29**, 716 (1979).
- [8] Е. А. Андрушин, А. П. Силин. ФТТ, **22**, 2676 (1980).
- [9] В. С. Бабиченко, Л. В. Келдыш, А. П. Силин. ФТТ, **22**, 1238 (1980).
- [10] Е. А. Андрушин, А. П. Силин. ФТТ, **30**, 3253 (1988).
- [11] Е. П. Покатилов, С. И. Берил, В. М. Фомин. Колебательные возбуждения, поляроны и экситоны в многослойных системах. Кишинев (1990).
- [12] L. V. Keldysh. In: Proc. III Int. Conf. on Phys. of Heterostructures and Superlattices. Chicago (1987) (ed. by T. M. Rice), **263**, N. Y. (1987); Е. Л. Ивченко, В. А. Кособукин. ФТП, **22**, 24 (1988).
- [13] H. Hasegawa, R. E. Howard. J. Phys. Chem. Sol., **21**, 179 (1961).
- [14] В. Е. Бисти, А. П. Силин. ФТТ, **30**, 737 (1988).
- [15] Электронно-дырочная жидкость. М. (1987).
- [16] Л. В. Келдыш, А. Н. Козлов. ЖЭТФ, **54**, 978 (1968).
- [17] А. П. Силин. ФТТ, **19**, 134 (1977).
- [18] Е. А. Андрушин, Л. В. Келдыш, В. А. Санина, А. П. Силин. ЖЭТФ, **79**, 1509 (1980).
- [19] J. Hubbard. Proc. Roy. Soc., **A243**, 336 (1957).
- [20] Е. А. Андрушин, В. С. Бабиченко, Л. В. Келдыш, Т. А. Онищенко, А. П. Силин. Письма ЖЭТФ, **24**, 210 (1976).

Редактор Т. А. Полянская