

# Ток Джозефсона в трехслойной системе сверхпроводник—ферромагнетик—сверхпроводник с учетом эффекта близости и процессов переброса на внутренних границах

© В.А. Туманов, Ю.Н. Прошин

Казанский (Приволжский) федеральный университет,  
Казань, Россия

E-mail: tumanvadim@yandex.ru

(Поступила в Редакцию 19 января 2011 г.  
В окончательной редакции 3 марта 2011 г.)

Рассматривается эффект Джозефсона в трехслойной симметричной системе сверхпроводник—ферромагнетик—сверхпроводник. В рамках теории эффекта близости вычисляется ток Джозефсона как функция толщины ферромагнетика с учетом процессов переброса на внутренней границе. Учитывается зависимость критической температуры от разности фаз параметра порядка. Достигнуто хорошее согласие теории с экспериментом.

Работа частично поддержана Министерством образования и науки РФ в рамках программы „Развитие научного потенциала высшей школы“ и РФФИ (грант № 09-02-01521).

## 1. Введение

Существование сверхпроводимости и магнитного упорядочения в пределах одного образца осложняется различными механизмами электронных корреляций. Притяжение между электронами порождает куперовские пары в синглетном состоянии, а обменное ферромагнитное взаимодействие выстраивает спины электронов параллельно [1]. Сосуществование сверхпроводимости и магнетизма в однородной среде наблюдается при соблюдении весьма специфических условий [2], однако оно вполне возможно при пространственном разделении областей действия — в искусственных слоистых наноструктурах сверхпроводник—ферромагнетик (SF) — за счет эффекта близости [3]. Из-за взаимной подстройки сверхпроводящих и магнитных состояний в этих гетерогенных структурах возникает ряд очень интересных и ярких эффектов; в частности, в таких системах наблюдается немонотонная зависимость тока Джозефсона и критической температуры от толщины ферромагнитного слоя  $d_f$  (см. обзоры [4–7] и приведенные в них ссылки, а также недавние работы [8,9]). Впервые возможность осцилляций критического тока в зависимости от толщины F-слоя была показана в работе [10], однако вопрос количественного описания экспериментов по измерению критического тока остается открытым [11]. В [12] была предсказана возможность существования так называемой  $\pi$ -фазной сверхпроводимости (рис. 1), что для систем сверхпроводник—ферромагнетик—сверхпроводник (SFS) было подтверждено в эксперименте [13].

В работе вычисляется ток Джозефсона в симметричных SFS-системах как функция толщины слоя ферромагнетика  $d_f$ . Учитывается зависимость критической

температуры исследуемой трехслойной структуры  $T_c$  от разности фаз параметра порядка  $\varphi$ .

Отметим, что для описания осцилляций критического тока в зависимости от толщины ферромагнитного слоя  $d_f$ , обнаруженных в [13], была предложена модель с учетом  $s-d$ -рассеяния электронов [11]. В настоящей работе показано, что осцилляции критического тока можно объяснить в рамках другой модели эффекта близости, учитывающей процессы переброса.

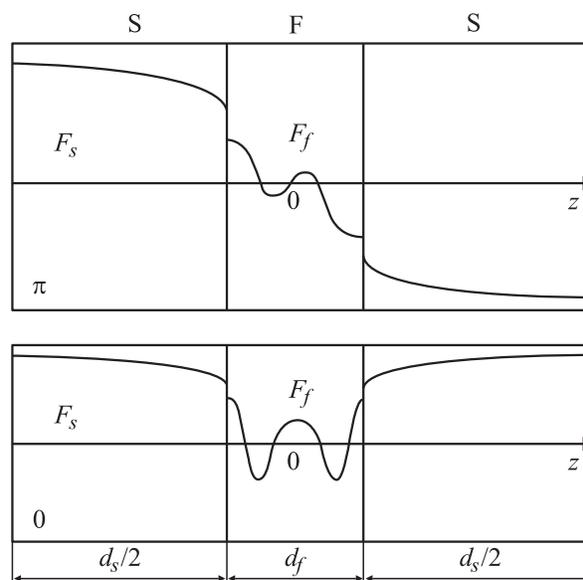


Рис. 1. Изображение модельной SFS-системы с использованными нами обозначениями. Схематическое представление поведения парной амплитуды  $F$  в случае 0-фазной и  $\pi$ -фазной сверхпроводимости.

## 2. Вычисление тока Джозефсона

Теория эффекта близости, адекватная слоистой природе SF-структур, должна быть трехмерной и учитывать пространственные изменения парной амплитуды не только вдоль оси  $z$ , направленной перпендикулярно границам слоев, но и в  $(x-y)$ -плоскости контакта [14]. Это связано с тем, что превращения пар Бардина–Купера–Шриффера (БКШ) в пары Ларкина–Овчинникова–Фельде–Феррелла (ЛОФФ) [15,16] с ненулевым волновым вектором пар  $\mathbf{k}$  при переходе SF-границы могут происходить без сохранения поперечной компоненты квазиимпульса  $\mathbf{q}$  за счет процессов переброса [4,14,17]. При этом изменение поперечной компоненты квазиимпульса  $\mathbf{q}$  равно вектору обратной решетки пар ЛОФФ. Отметим, что в одномерном (1D) варианте теории эффекта близости (см. обзоры [4–7] и приведенные там ссылки) учитывается зависимость парной амплитуды только вдоль оси  $z$ , что задается компонентой  $k_z$ . В трехмерном (3D) варианте [4,14,17] изменения парной амплитуды вдоль границ слоев F и S определяются величиной  $q$ . Модуль вектора  $\mathbf{q}_f$  по порядку величины равен  $2\pi/a_f$ , где  $a_f$  — длина спиновой жесткости [4]. Здесь и далее нижний индекс  $s(f)$  означает принадлежность величины к сверхпроводнику (ферромагнетику).

В настоящей работе трехслойная система SFS рассматривается в „грязном“ пределе [4]

$$l_s, \xi_f \ll \xi_s; \quad l_f, a_f \ll \xi_f, \quad (1)$$

где  $\xi_{s(f)}$  — длина когерентности,  $l_{s(f)}$  — длина свободного пробега. В этом приближении можно записать уравнения Узаледа для двумерного Фурье-образа парной амплитуды  $F(\mathbf{q}, z, \omega)$  [4,14]

$$\begin{cases} \left[ \omega + iI + \frac{1}{2} D_f(I) \left( \mathbf{q}_f^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \right] F_f(\mathbf{q}_f, z, \omega) = \Delta_f(\mathbf{q}_f, z), \\ \left[ \omega + \frac{1}{2} D_s \left( \mathbf{q}_s^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \right] F_s(\mathbf{q}_s, z, \omega) = \Delta_s(\mathbf{q}_s, z), \end{cases} \quad (2)$$

где  $\Delta_{s(f)}(\mathbf{q}, z)$  — двумерные Фурье-образы сверхпроводящих параметров порядка,  $\Delta_f$  в дальнейшем полагается равным нулю;  $\omega = (2n+1)\pi T$  — мацубаровские частоты ( $T$  — температура,  $n$  — целые числа); параметр  $D_f(I)$  зависит от величины обменного поля  $I$  и является комплексным [4]:  $D_f(I) = D_f/(1+i2I\tau_f)$ , при  $2I\tau_f \ll 1$ ,  $D_f(I) = 3D_f/(1+i2I\tau_f)$  при  $2I\tau_f \gg 1$ , где  $D_{f(s)} = v_{f(s)}l_{f(s)}/3$  — обычный коэффициент диффузии,  $\tau_{f(s)} = l_{f(s)}/v_{f(s)}$ ,  $v_{f(s)}$  — скорость электронов на поверхности Ферми. Здесь и далее  $\hbar = k_B = \mu_B = 1$ , где  $\hbar$  — постоянная Планка,  $k_B$  — постоянная Больцмана,  $\mu_B$  — магнетон Бора.

Граничные условия на каждой плоскости раздела соответствуют условиям Куприянова–Лукичева [18] и имеют вид [4,14,17]

$$\begin{aligned} \frac{4D_s}{\sigma_s v_s} \frac{\partial F_s(\mathbf{q}_s, z, \omega)}{\partial z} \Big|_{z=\pm \frac{d_f}{2} \pm 0} &= \frac{4D_f(I)}{\sigma_f v_f} \frac{\partial F_f(\mathbf{q}_f, z, \omega)}{\partial z} \Big|_{z=\pm \frac{d_f}{2} \mp 0} \\ &= F_s(\mathbf{q}_s, z, \omega) - F_f(\mathbf{q}_f, z, \omega), \end{aligned} \quad (3)$$

где параметр  $0 < \sigma_{f(s)} < \infty$  характеризует прозрачность границ,  $d_{s(f)}$  — толщина слоя сверхпроводника (ферромагнетика).

Для простоты мы пренебрегаем потоком куперовских пар через внешние границы. Дело в том, что в большинстве экспериментов используются точечные контакты, и на большей части внешней границы ток остается равным нулю. Это означает, что на внешней границе выполняется условие

$$\frac{\partial F_s(\bar{q}_f, z, \omega)}{\partial z} \Big|_{z=-d_f/2-d_s/2} = \frac{\partial F_s(\bar{q}_f, z, \omega)}{\partial z} \Big|_{z=d_s/2+d_f/2} = 0. \quad (4)$$

В одномодовом приближении выражения (2)–(4) совместно с уравнениями самосогласования Горькова [14,19] образуют замкнутую систему уравнений (5)–(7) на приведенную критическую температуру  $t = T_c/T_{cs}$  [9]

$$\ln t = \psi\left(\frac{1}{2}\right) - \operatorname{Re} \psi\left(\frac{1}{2} + D_s \frac{k_s^2 + q_s^2}{4\pi T_{cs} t}\right), \quad (5)$$

$$D_s k_s \operatorname{tg} \frac{k_s d_s}{2} = \frac{\sigma_s v_s}{4 - (\sigma_s v_f n_{sf}/D_f(I) k_f) \operatorname{ctg} \frac{k_f d_f}{2}}, \quad (6)$$

$$k_f^2 + q_f^2 = -\frac{2iI}{D_f(I)} = -\frac{2iI(1+2iI\tau_f)}{D_f}, \quad (7)$$

где  $T_{cs}$  — критическая температура уединенного сверхпроводника,  $n_{sf} = v_s N_s(0)/v_f N_f(0)$ . При этом  $q_s$  строго равен нулю (см., например, [17]), а  $q_f$  определяется из условия минимума свободной энергии, что соответствует максимуму критической температуры. В случае  $\pi$ -фазной сверхпроводимости следует заменить в уравнении (6)  $\operatorname{ctg}(k_f d_f/2)$  на  $-\operatorname{tg}(k_f d_f/2)$  [4].

Энергию системы SFS можно представить в виде суммы энергии сверхпроводящего слоя  $E_s$  и энергии джозефсоновского контакта  $E_J$ , вычисленной без учета эффекта близости. Последняя имеет вид [3]

$$E_J = \frac{\Phi_0 I_{c0}}{2\pi c} (1 - \cos \varphi), \quad (8)$$

где  $I_{c0}$  — амплитудное значение тока Джозефсона без учета эффекта близости,  $\Phi_0$  — квант магнитного потока,  $c$  — скорость света. Ток Джозефсона пропорционален производной от энергии системы  $E$  по разности фаз параметра порядка  $\varphi$  [6,20]

$$I_s = (2e/\hbar) \frac{\partial (E_s + E_J)}{\partial \varphi}. \quad (9)$$

Рассмотрим случай, когда температура системы близка к температуре фазового перехода. Для простоты учтем  $E_s$  как энергию однородного сверхпроводника, вычисленную согласно теории БКШ, и ограничимся первым членом разложения по степеням  $\Delta$  [21]. В таком приближении выражение для сверхпроводящего тока имеет вид

$$I_s(\varphi) = (2e/\hbar)N(0)S \times \left( -10.24T_c d_s \frac{\partial}{\partial \varphi} T_c(\varphi) + \frac{\Phi_0 I_{c0} \sin \varphi}{2\pi c N(0)S} \right), \quad (10)$$

где  $N(0)$  — число электронных состояний,  $S$  — площадь контакта.  $T_c(\varphi)$  максимизируется по  $q_f$ . Отношение слагаемых в формуле (10) сильно зависит от величины  $\Delta$ . При температуре, близкой к критической, первое слагаемое значительно больше второго, что понятно с физической точки зрения: в непосредственной близости фазового перехода минимуму энергии должно соответствовать состояние с большим  $T_c$ .

Решение краевой задачи (2), (3) в F-слое имеет вид

$$F(z) = \frac{|\Delta|}{\sqrt{\omega^2 + \Delta^2}} \left( \frac{\cos(\frac{\varphi}{2}) \operatorname{ch}(k_f z)}{\operatorname{ch}(k_f d_f) + A_{sf\omega} \operatorname{sh}(k_f d_f)} + \frac{i \sin(\frac{\varphi}{2}) \operatorname{sh}(k_f z)}{\operatorname{sh}(k_f d_f) + A_{sf\omega} \operatorname{ch}(k_f d_f)} \right), \quad (11)$$

$$k_f = \sqrt{\frac{2(|\omega| + iI \operatorname{sgn}(\omega))}{D_f I \operatorname{sgn} \omega} + q_f^2}, \quad (12)$$

$$A_{sf\omega} = \frac{4k_f D_f (I \operatorname{sgn} \omega) \sqrt{\omega^2 + \Delta^2}}{n_{sf} \sigma_s v_f \omega}. \quad (13)$$

Величина  $q_f$ , входящая в выражение (12), соответствует максимальному значению критической температуры [4,14,17]. Вблизи точки перехода величиной  $\Delta^2$  по сравнению с  $\omega^2$  можно пренебречь. Ток Джозефсона  $I_{s0}$  вычисляется по формуле [6]

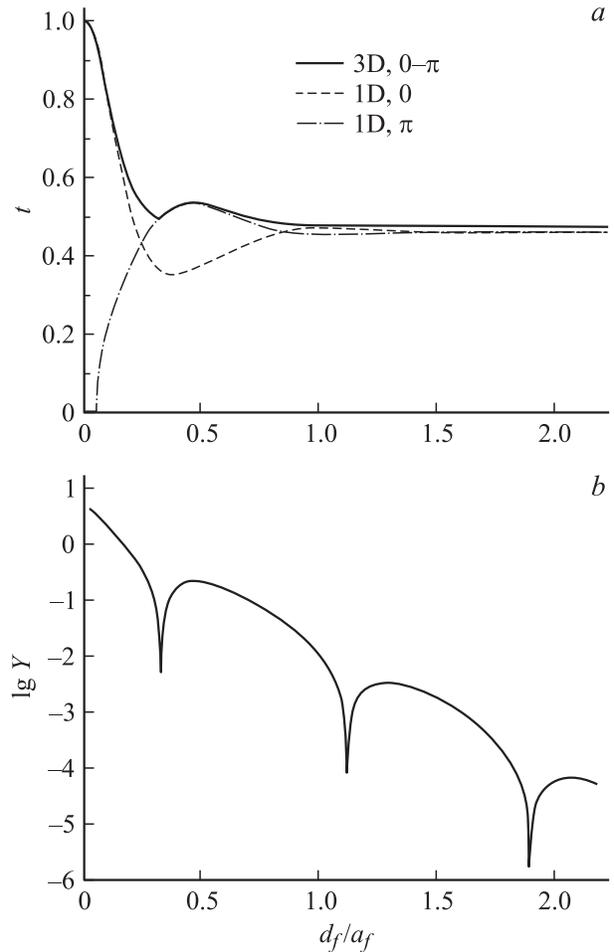
$$I_{s0}(\varphi) = ieN(0)D_f \pi T S \times \sum_{-\infty}^{+\infty} \left( F \frac{d}{dz} \bar{F} - \bar{F} \frac{d}{dz} F \right) = I_{c0} \sin \varphi, \quad (14)$$

$$\bar{F}(z, I, \omega) = F^*(z, -I, \omega). \quad (15)$$

Учитывая, что функция  $T_c(\varphi)$  является периодической и в подавляющем большинстве случаев достигает максимума либо минимума в точках  $0$  и  $\pi$  [4,6], ее можно интерполировать как

$$T_c(\varphi) \approx \frac{(T_c(0) - T_c(\pi)) \cos \varphi + (T_c(0) + T_c(\pi))}{2}, \quad (16)$$

где  $T_c(0)$  и  $T_c(\pi)$  вычисляются из уравнений (5)–(7).

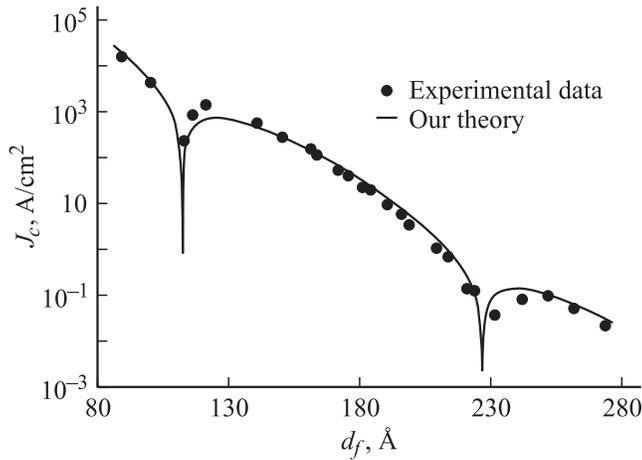


**Рис. 2.** Зависимость критической температуры  $t$  (а) и величины  $Y$ , пропорциональной току Джозефсона (б), от приведенной толщины F-слоя  $d_f/a_f$ .

С учетом приближения (16) выражение (10) принимает вид

$$I_s(\varphi) = \frac{2e|\Delta|^2 N(0) S d_s}{\hbar} \left( 5.12 \frac{(T_c(0) - T_c(\pi))}{|\Delta|^2} T_c + \frac{\Phi_0 I_{c0}}{|\Delta|^2 2\pi c N(0) S d_s} \right) \sin \varphi = I_c \sin \varphi. \quad (17)$$

Модуль величины в скобках обозначим за  $Y$  — эта величина пропорциональна критическому току. На рис. 2 представлены зависимости приведенной критической температуры и логарифма величины  $Y$  как функция приведенной толщины F-слоя ( $d_f/a_f$ ). Жирной линией показано поведение приведенной критической температуры  $t$  в отсутствие сверхпроводящего тока с учетом процессов переброса. Тонкими линиями показано поведение  $t$  без учета процессов переброса: штриховой — в 0-фазном случае, штрихпунктирной — в  $\pi$ -фазном случае [4]. Из формулы (17) следует, что в непосредственной близости фазового перехода модуль и знак критического тока обусловлены зависимостью



**Рис. 3.** Зависимость логарифма критического тока Джозефсона от толщины слоя ферромагнетика и подгонка нашей теории к эксперименту.

критической температуры от разности фаз параметра порядка, если такая наблюдается. При температурах несколько ниже критической (на грани применимости формулы (17)) оба слагаемых, стоящих в скобках в выражении (17), близки по модулю в рассмотренном нами диапазоне параметров, и осцилляции критического тока обусловлены их совместным влиянием.

Приведем сравнение наших результатов с экспериментом, описанным в [13] и дополненным новыми данными [22]. В работе [13] исследовался трехслойный контакт Nb/Cu<sub>0.47</sub>Ni<sub>0.53</sub>/Nb. Толщина ниобия в данном эксперименте  $d_s = 1100$  nm. Оценив критическую температуру системы SFS из уравнений (5)–(7), можно заключить, что при любой толщине ферромагнетика критическая температура существенно не отличается от критической температуры уединенного сверхпроводника, что и наблюдается экспериментально. В работе [13] проводилось также измерение критической температуры бислоя Nb/Cu<sub>0.47</sub>Ni<sub>0.53</sub> как функции толщины F-слоя при толщине сверхпроводящего ниобия 110 nm. Проведенная нами подгонка теории (5)–(7) под эксперимент показала, что для данных экспериментов характерна низкая проницаемость границ  $\sigma$ . Это подтверждается самим существованием сверхпроводимости в этой двухслойной системе, даже когда ферромагнитный слой почти в 2 раза толще слоя сверхпроводника [13]. Как показано в работе [6], в системе со слабопрозрачными границами можно пользоваться линеаризованными уравнениями Узаделя (2) при всех температурах. Вдали от критической температуры выражение (10) неприменимо, но учитывая, что  $\partial T_c / \partial \phi$  быстро убывает с увеличением толщины S-слоя, мы учтем только второе слагаемое (10).

На рис. 3 представлены результаты подгонки теории под экспериментальные зависимости плотности тока  $J_c$  от толщины F-слоя  $d_f$  для системы

Nb/Cu<sub>0.47</sub>Ni<sub>0.53</sub>/Nb [13], из этой работы брались значения параметров (длины когерентности  $\xi_{s0} = 430$  Å и  $\xi_s = 80$  Å,  $d_s = 1100$  Å). Другие величины были найдены из анализа поведения  $T_c$  для бислоя Nb/Cu<sub>0.47</sub>Ni<sub>0.53</sub> при  $d_s = 110$  Å:  $n_{sf} = v_s N_s(0) / v_f N_f(0) = 0.85$ ,  $\sigma_s = 0.27$ . Как видно из графика, получено хорошее согласие с экспериментальными данными [13] при разумных значениях подгоночных параметров  $a_f = 0.029 \xi_{s0}$ ,  $2I\tau_f = 1.65$ ,  $a_f q_f = 1.32$  (см., например, [4]). Примерно такая же кривая была получена в работе [11] при учете  $s$ - $d$ -рассеяния. Мы проводим расчеты в пределах одной модели при рассмотрении критического тока и критической температуры и не учитываем  $s$ - $d$ -рассеяния. Подчеркнем, что в нашей модели, как и в работе [11], получается правильное соотношение между действительной и мнимой частями волнового вектора  $k_f$ , который характеризует осцилляции и затухание критического тока.

### 3. Заключение

Целью настоящей работы было вычисление тока Джозефсона для трехслойной системы SFS с учетом процессов переброса на SF-границах. Переход из состояния с 0-фазной сверхпроводимостью в состояние с  $\pi$ -фазной является одной из причин немонотонной зависимости критической температуры от толщины F-слоя [4]. С другой стороны, переход между 0- и  $\pi$ -фазными состояниями вызывает осцилляции критического тока в зависимости от толщины ферромагнетика. В случае достаточно тонкого слоя сверхпроводника следует учитывать влияние зависимости критической температуры от разности фаз параметра порядка на осцилляции тока Джозефсона. Вблизи критической температуры влияние эффекта близости особенно существенно. В работе не учитывались процессы  $s$ - $d$ -рассеяния, как в работе [11]. Хорошее согласие с экспериментом [13] достигнуто за счет учета процессов переброса квазиимпульса куперовских пар на границе ферромагнетик–сверхпроводник.

### Список литературы

- [1] В.Л. Гинзбург. ЖЭТФ **31**, 202 (1956).
- [2] С.Г. Овчинников. УФН **173**, 27 (2003).
- [3] P.G. de Gennes. Rev. Mod. Phys. **36**, 225 (1964).
- [4] Ю.А. Изюмов, Ю.Н. Прошин, М.Г. Хусаинов. УФН **172**, 113 (2002).
- [5] k.B. Efetov, I.A. Garifullin, A.F. Volkov, K. Westerholt. Springer Tracts Mod. Phys. **227**, 251 (2008).
- [6] A.I. Buzdin. Rev. Mod. Phys. **77**, 950 (2005).
- [7] A.A. Golubov, M.Yu. Kupriyanov, E. Il'ichev. Rev. Mod. Phys. **76**, 411 (2004).
- [8] S. Kawabata, Y. Asano, Y. Tanaka, S. Kashiwaya. Physica E **42**, 1010 (2010).
- [9] S. Kawabata, Y. Asano, A.A. Golubov, Y. Tanaka, S. Kashiwaya. Physica C **470**, 1496 (2010).

- [10] А.И. Буздин, Л.Н. Булаевский, С.В. Паноков. Письма в ЖЭТФ **35**, 147 (1982).
- [11] А.И. Ведяев, Н.В. Рязанова, Н.Г. Пугач. Изв. РАН. Сер. физ. **71**, 26 (2007).
- [12] И.О. Кулик. ЖЭТФ **49**, 1211 (1965).
- [13] V.V. Ryazanov, V.A. Oboznov, A.S. Prokofiev, V.V. Volginov, A.K. Geofanov. Low Temp. Phys. **136**, 385 (2004).
- [14] Ю.А. Изюмов, Ю.Н. Прошин, М.Г. Хусаинов. Письма в ЖЭТФ **71**, 202 (2000).
- [15] А.И. Ларкин, Ю.Н. Овчинников. ЖЭТФ **47**, 1136 (1964).
- [16] P. Fulde, R.A. Ferrell. Phys. Rev. Lett. **135**, A 550 (1964).
- [17] М.Г. Хусаинов, М.М. Хусаинов, Н.М. Иванов, Ю.Н. Прошин. Письма в ЖЭТФ **89**, 730 (2009).
- [18] М.В. Куприянов, В.Ф. Лукичев. ЖЭТФ. **94**, 139 (1988).
- [19] А.А. Абрикосов, Л.П. Горьков, И.Е. Дзялошинский. Методы квантовой теории поля в статистической физике. Физматгиз, М. (1962). 360 с.
- [20] А.А. Абрикосов. Основы теории металлов. Наука, М. (1987). 520 с.
- [21] П. Де Жен. Сверхпроводимость металлов и сплавов. Мир, М. (1968). 142 с.
- [22] A.I. Buzdin, V.V. Ryazanov. Physica C **460–462**, 238 (2007).