1993 JOURNAL OF TECHNICAL PHYSICS Vol. 63, N 1

01;05

ГЕНЕРАЦИЯ ГАРМОНИК В КЕРАМИЧЕСКИХ ВТСП

А.Ю.Монахов, А.М.Сатанин

Джозефсоновская сеть слабых связей в керамических ВТСП обусловливает ряд нелинейных электродинамических эффектов. В работе исследована генерация гармоник, возбужденных в керамиках переменным магнитным полем. В рамках петлевой модели вычислена излучаемая мощность и исследованы ее статистические характеристики. Показано, что излучение является когерентным. Выполнено численное моделирование излучения статистическим ансамблем петель. Приведены оценки излучаемой мощности и проведено сравнение с имеющимися экспериментальными данными.

В керамических ВТСП естественным образом формируется джозефсоновская сеть слабых связей, которая обусловлена их гранулярной структурой. Джозефсоновская сеть экспериментально проявляется в ряде эффектов: различном поведении магнитной восприимчивости в переменном и постоянном магнитных полях [1], нерезонансном поглощении микроволнового излучения в слабых полях [2], нелинейной ВАХ вида $V \sim I^{\mu}$ [3,4], нелинейных электродинамических эффектах [5−7] и др.

Наблюдение в работах [5−7] генерации гармоник ставит вопрос о теоретическом исследовании этого эффекта. Краткое содержание результатов данной работы изложено в [8].

Экспериментально структура джозефсоновской сети изучена мало. Основные закономерности „стекольного" поведения в гранулярных сверхпроводниках могут быть поняты в рамках модели непересекающихся петель [9]. Данная модель может быть обоснована путем построения кластерного разложения при вычислении термодинамических величин. В [9] полагалось, что основной вклад в термодинамические величины дают плоские петли, различающиеся величинами площадей и их ориентацией. Модель плоских петель качественно правильно описывает термодинамические свойства гранулярных сверхпроводников [9] и керамических ВТСП [1,10].

В данной работе модель петель привлекается для объяснения генерации гармоник в ВТСП. Будем полагать, что в керамике имеются замкнутые петли для протекания тока, содержащие определенное число слабых связей с критическим током I_c и имеющие характерную площадь S_0. Размер петли $a \sim S_0^{1/2}$ будем считать малым по сравнению с расстоянием между петлями и длиной волны λ. Контур петли образуют соседние гранулы, так что $a = 0.1-1$ мкм.

Ансамбль петель можно характеризовать функцией распределения, которая определяет вероятность реализации данной конфигурации петель. Ниже будет показано, что на больших расстояниях излучаемая мощность определяется более простыми характеристиками ансамбля: инвариантной площадью и ориентацией петли. Излучаемую мощность удается выразить через эти характеристики и исследовать ее статистические свойства.

Возбуждение токов в петлях осуществляется переменным магнитным полем [5–7]. Джозефсоновская система играет важную роль в экранировке поля, а задача о вычислении глубины проникновения должна решиться самосогласованным образом. В линейном приближении глубина экранирования λ_J вычислялась в [11], где получена оценка $\lambda_J \sim 10^{-3}$ см. Поскольку $a \ll \lambda_J$, то для пленок толщиной $\sim \lambda_J$ и порошков с размером зерен $\sim \lambda_J$ задачу о генерации излучения можно рассматривать считая поле внешним. Для массивных образцов мы ограничимся оценкой эффективного числа петель в поверхностном слое толщиной $\sim \lambda_J$.

Будем полагать, что джозефсоновский ток в петле индуцируется внешним магнитным полем

$$H + H_1 \sin \omega t. \tag{1}$$

Пусть в петле имеется только одна существенная слабая связь. Тогда ток в петле

$$I = I_c \sin\left(2\pi \frac{\Phi}{\Phi_0}\right), \tag{2}$$

где Φ — полный магнитный поток через петлю, Φ_0 — квант потока.

Фурье-компонента векторного потенциала, созданного током (2) в петле, при $R \gg a$ имеет вид

$$\mathbf{A}_n = \frac{I_n}{cR} e^{-ik_n R} \oint d\mathbf{l} e^{ik_n \mathbf{r}\mathbf{e}}, \tag{3}$$

где $k_n = n\omega/c$; $\mathbf{e}$ — единичный вектор, направленный в точку наблюдения; I_n — фурье-компонента тока.

Интеграл в (3) берется по контуру петли. Фурье-компонента тока определяется выражением

$$I_n = I_c J_n\left(2\pi \frac{SH_1}{\Phi_0}\right) \cdot \left\{ \begin{array}{ll} \sin\left(2\pi \frac{HS}{\Phi_0}\right), & n = 2k \\ -i\cos\left(2\pi \frac{HS}{\Phi_0}\right), & n = 2k+1 \end{array} \right\}, \tag{4}$$

где $J_n(x)$ — функция Бесселя; S — площадь проекции петли на плоскость, перпендикулярную полю.

Естественно считать, что петли с максимальной проекцией S, значительно превышающей S_0, встречаются редко. Тогда при характерном значении аргумента $2\pi S_0 H/\Phi_0$ в силу известного поведения функций Бесселя гармоники с большими значениями номера будут сильно подавлены. Максимальный номер излучаемой гармоники можно оценить соотношением

$$n_{\max} \sim \frac{4 S_0 H_1}{\Phi_0}.$$

Например, в [5–7] $H_1 \sim 10$ Э, и если $S_0 \sim 10^{-8}$ см^2, то $n_{\max} \sim 1-10$. Таким образом, номер гармоники в (3) ограничен и справедливо неравенство $k_n a = 1\pi an/\lambda \ll 1$. При этом (3) сводится к

$$\mathbf{A}_n = \frac{ik_n I_n}{c} S_\perp [\mathbf{n} \times \mathbf{e}] e^{-ik_n R}, \tag{5}$$

где $S_\perp$ и $\mathbf{n}$ определены соотношением

$$\frac{1}{2} \oint [\mathbf{r} \times d\mathbf{l}] = S_\perp \mathbf{n}.$$

Выражение (5) соответствует магнитно-дипольному приближению. В этом приближении электромагнитное поле определяется двумя геометрическими характеристиками: инвариантной площадью петли $S_\perp$ и единичным вектором $\mathbf{n}$. Вектор $\mathbf{n}$ нормален к плоскости, на которую площадь петли имеет максимальную проекцию $S_\perp$. Площади $S_\perp$ и S связаны простым соотношением $S = S_\perp(\mathbf{n}\mathbf{e}_z)$, $\mathbf{e}_z \| \mathbf{H}$.

Фурье-компонента магнитного поля, излучаемого петлей, при $R \gg a$ имеет вид

$$\mathbf{H}_n = \frac{k_n^2 I_n S_\perp}{cR} e^{-ik_n R} \boldsymbol{\sigma}, \quad \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{n} - \mathbf{n}(\mathbf{n}\mathbf{e}). \tag{6}$$

Используя (6), нетрудно найти излучаемую мощность в элемент телесного угла $d\Omega$ ансамблем из N петель

$$dw_n = \frac{k_n^4}{c} \sum_{a,b} I_n^a I_n^{*b} S_\perp^a S_\perp^b \sigma_a \sigma_b \cos k(R_a - R_b) \frac{d\Omega}{4\pi}. \tag{7}$$

Выражение (7) содержит N слагаемых, описывающих некогерентное излучение, и $N(N-1)/2$ слагаемых, описывающих когерентное. Так как длина волны велика по сравнению с расстоянием между петлями, то в (7) положим $\cos k(R_a - R_b) \simeq 1$. Полную излучаемую мощность запишем в виде

$$w_n = A|\mathbf{u}_n^2|, \quad A = \frac{2}{3c}(k^2 S_0) I_c^2,$$
$$\mathbf{u}_n = n^2 \sum_a I_n^a S_\perp^a \mathbf{n}_a / I_c S_0. \tag{8}$$

Мощность, излучаемая ансамблем петель, испытывает флуктуации. Функцию распределения $P(w_n) = \langle \delta\left(w_n - w_n\left(\{S_\perp\}, \{\mathbf{n}\}\right)\right) \rangle$ нетрудно вычислить при больших N методом стационарной фазы. Несложный расчет дает в главном приближении по N

$$P(w_n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sigma_n \exp\left\{ -\frac{(w_n - \langle w_n \rangle)^2}{2\sigma_n^2} \right\}, \tag{9}$$

где

$$\langle w_n \rangle = AN^2 \langle u_n^2 \rangle, \tag{10}$$

$$\sigma_n^2 = 4\langle w_n \rangle N \left(\langle (u_n^z)^2 \rangle - \langle u_n \rangle^2 \right). \tag{11}$$

В (10) и (11) введены следующие обозначения:

$$\langle u_n \rangle = n^2 \int dS_\perp \rho(S_\perp) \frac{S_\perp}{S_0} \int_0^{2\pi} d\theta \sin\theta \cos\theta \times$$

$$\times J_n \left(\frac{2\pi H_1 S_\perp}{\Phi_0} \cos\theta \right) f_n \left(\frac{2\pi H S_\perp}{\Phi_0} \cos\theta \right), \quad (12)$$

$$\langle (u_n^z)^2 \rangle = \frac{n^4}{2} \int dS_\perp \rho(S_\perp) \left(\frac{S_\perp}{S_0} \right)^2 \int_0^{2\pi} d\theta \sin\theta \cos^2\theta \times$$

$$\times J_n^2 \left(\frac{2\pi H_1 S_\perp}{\Phi_0} \cos\theta \right) f_n^2 \left(\frac{2\pi H S_\perp}{\Phi_0} \cos\theta \right), \quad (13)$$

где $f_n(x) = \sin x$ для четной и $f_n(x) = \cos x$ для нечетной гармоники, $\rho(S_\perp)$ — функция распределения площадей $S_\perp$, распределение векторов $\mathbf{n}$ считается изотропным.

Таким образом, среднее значение мощности (при больших N) $\langle w_n \rangle \sim N^2$, а среднеквадратичная флуктуация $\sigma_n \sim N^{3/2}$. При больших N мощность будет самоусредняющейся величиной, если $\sigma_n/w_n \ll 1$. Величины w_n и σ_n зависят, в частности, от постоянного магнитного поля H. Из (12) следует, что при $H \ll \Phi_0/S_0$ мощность $\langle w_n \rangle = \langle w_n(0) \rangle - \langle w_n''(0) \rangle H^2/2$ для нечетных гармоник и $\langle w_n \rangle = \langle w_n'(0) \rangle H$ для четных. При $H \gg \Phi_0/S_0$ подынтегральное выражение в (12) сильно осциллирует, меняя знак, что приводит к резкому уменьшению мощности. Выражение (13) содержит квадрат осциллирующей функции и при $\Phi_0/S_0 \ll H$ перестает зависеть от H. Следовательно, относительная флуктуация $\sigma_n/\langle w_n \rangle$ будет возрастать с ростом поля H и при заданном N может стать порядка единицы. Для иллюстрации приведем результаты численного расчета w_n, исходя непосредственно из выражения (8). Численным методом был сформирован ансамбль петель с гауссовским распределением площадей

$$\rho(S_\perp) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} D} \exp\left\{ -(S - \langle S \rangle)^2 / 2D^2 \right\}, \quad (14)$$

$\left(\langle S \rangle = 0.5 S_0,\ D^2 = 0.5 S_0^2\right)$ и изотропным распределением векторов n. Результат расчета мощности для некоторой реализации с $N = 20000$ приведен на рис. 1 ($n = 1$). Там же приведена $\langle w_1 \rangle$, рассчитанная согласно (11). Как видно из рис. 1, начиная с полей $H \simeq 35$ Э кривые существенно расходятся. При больших N отличие усредненной мощности от истинной будет в полях, значительно превышающих $\Phi_0/S_0 \sim 10$ Э. Поэтому (10) может быть использовано для интерпретации экспериментов с керамическими образцами. Согласно (10) и (11) (при больших N), $\ln(\langle w_n \rangle / N^2)$ и $\ln(\sigma_n / N^{3/2})$ не зависят от числа петель. Тем самым они в рамках рассматриваемой модели являются универсальными функциями. Зависимость этих величин от поля H приведена на рис. 2 и 3 для гармоник с $n = 1, 2$ и 3. Наличие осцилляций у гармоник с большими номерами наблюдалось в [7].

Получим оценку мощности, излучаемой керамическим образцом. Число эффективно участвующих в генерации петель, приходящихся на 1 см^2

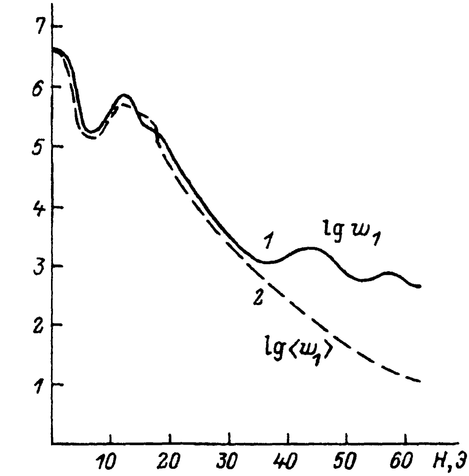

Рис. 1. излучаемая мощность на первой гармонике для некоторой реализации из ансамбля петель ($N = 20\ 000$) (1) и усредненная мощность (2) как функции внешнего магнитного поля.

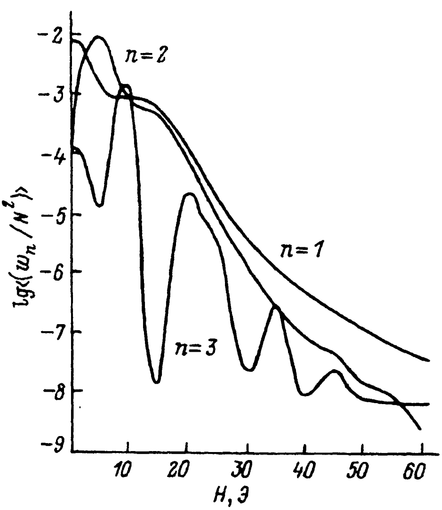

Рис. 2. Зависимость усредненной по ансамблю излучаемой мощности от внешнего магнитного поля для гармоник с $n = 1, 2, 3$.

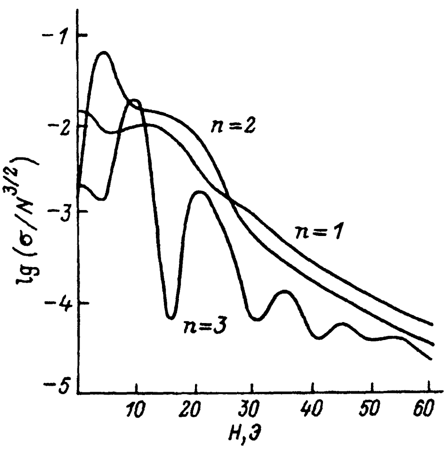

Рис. 3. Зависимости среднеквадратичного отклонения σ_n от внешнего магнитного поля для гармоник с $n = 1, 2, 3$.

поверхности, $N \sim \lambda_J/a^3 \sim 10^9$. Согласно [12], $I_c \sim 100$ мкА. Для длины излучаемой волны $\lambda \sim 1$ см, $\langle S \rangle \sim 4S_0$ мощность первой гармоники $w_1 \sim 10^{11}$ Вт. Если бы излучение было некогерентным, то ее величина $w_1 \sim 10^{-20}$ Вт, что значительно меньше чувствительности детектора [5].

Таким образом, при сделанных выше предположениях излучение ансамбля петель оказывается когерентным. Обсудим факторы, нарушающие когерентность. В радиочастотном [6,7] и СВЧ диапазонах [5] уменьшение мощности в основном будет связано со случайной ориентацией петель и случайными площадями. Поскольку петли могут содержать несколько существенных переходов, включенных последовательно, то это приведет к наличию дополнительных случайных фаз в выражении для джозефсоновского тока (2) и, следовательно, к уменьшению мощности. Степень когерентности будет зависеть также от взаимодействия между петлями. Расчет корреляционной функции и степени когерентности в более общей ситуации составляет предмет отдельной задачи.

Модель петель, рассмотренная в данной работе, фактически представляет собой систему безынерционных сквидов. Проникновение квантов потока в петлю можно интерпретировать как генерацию вихрей.

В последнее время (см.,например, [13]) генерация гармоник изучалась в рамках теории критического состояния. Качественно выводы, следующие из модели критического состояния и модели джозефсоновской среды, совпадают. Модель джозефсоновской среды позволяет описать генерацию вихрей, когерентные эффекты и исследовать статистические свойства среды. В модели критического состояния более последовательно учитывается экранировка внешнего поля. Анализ некоторых экспериментов с точки зрения этих теорий проведен в [14]. В заключение отметим, что наличие когерентного излучения может быть непосредственно проверено экспериментально. Излучаемая мощность должна квадратично зависеть от объема образца. Увеличение мощности можно добиться путем приготовления мелкодисперсной керамики с размером зерен $\sim \lambda_J$, а также изготовлением текстурированных пленок с большим числом переходов.

Один из авторов (А.М. Сатанин) весьма признателен Г.И. Левиеву и М.Р. Трунину за многочисленные обсуждения затронутых в работе вопросов.

Список литературы

[1] *Müller K.A., Takashige M., Bednorz J.G.* // Phys.Rev.Lett. 1987. Vol. 58. N 11. P. 1143–1146.

[2] *Blazey K.W., Müller K.A., Bednorz J.G. et al.* // Phyz.Rev. B. 1987. Vol. 36. N 11. P. 7241–7243.

[3] *Yomo S., Murayama C., Takahashi H. et al.* // Jap. J. Appl. Phys. 1987. Vol. 26. N 5. P. 603–605.

[4] *Kagoshima S., Hikami S., Nogami Y. et al.* // Jap. J. Appl. Phys. 1987. Vol. 26. N 5. P. 318–319.

[5] *Абрамов О.В., Левиев Г.И., Погосов В.Г., Трунин М.Р.* // Письма в ЖЭТФ. 1987. Т. 47. Вып. 11. С. 433–435.

[6] *Jeffries C., Lam Q.H., Kim Y. et al.* // Phys.Rev. B. 1988. Vol. 37. N 16. P. 9840–9843.

[7] *Головашкин А.И., Кузьмичев Н.Д., Левченко Н.С. и др.* // ФТТ. 1989. Т. 31. Вып. 4. С. 233–235.

[8] *Монахов А.Ю., Сатанин А.М.* // II Всесоюз. конф. по высокотемпературной сверхпроводимости. Киев, 1989. Т. 2. С. 246–247.

[9] *Ebner C., Stroud D.* // Phys.Rev.B. 1984. Vol. 30. N 1. P. 134–144.

[10] *Morgenstern I., Müller K.A., Bednorz J.G.* // Z. Phys. B. 1987. Vol. 69. N 1. P. 33–47.

[11] *Сонин Э.Б., Таганцев А.К.* // ЖЭТФ. 1969. Т. 59. Вып. 3. С. 994–1004.

[12] *Clem J.R.* // Physica.C. 1988. Vol. 153–155. P. 50–55.

[13] *Luzyanin I.D., Ginzburg S.L., Khavronin V.P., Logvinova G.Yu.* // Phys.Lett. A. 1989. Vol. 141. N 1. P. 85–88.

[14] *Молоземофф А.П.* // Физические свойства высокотемпературных сверхпроводников. М.: Мир, 1990. Гл. 3. С. 69–162.

Нижегородский университет
им.Н.И.Лобачевского

Поступило в Редакцию
5 мая 1991 г.
В окончательной редакции
16 марта 1992 г.