

01:10
©1993 г.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МУЛЬТИСКАНА II. АНАЛИЗ ПОГРЕШНОСТИ

Б.Г. Подласкин, Е.П. Романова, Н.А. Токранова, В.С. Юферев

Используя формулы, полученные в первой части настоящей работы, выполнен анализ погрешности определения координаты центра светового пятна. Выделены монотонная и периодическая составляющие погрешности. Показано, что последняя в свою очередь состоит из трех частей, связанных с дискретностью шага p - n -переходов, влиянием темновых токов, а также с конечным размером p^+ -областей фотодиодов. Для всех указанных видов погрешности получены аналитические выражения и исследована зависимость погрешности от геометрических и электрофизических характеристик прибора. Показано, что погрешность в определении центра пятна не превышает нескольких процентов от шага прибора.

Многоэлементный фотоприемник мультискан [1,2] является усовершенствованной модификацией известного прибора — сканистора [3,4]. Основное отличие мультискана заключается в том, что сплошные, выполненные по «меза»-технологии p - n -переходы сканистора заменены дискретными p - n -переходами, расположенными на лицевой стороне планарной структуры. За счет этого в мультискане удается устранить такие существенные недостатки сканистора, как большие темновые токи (10^{-6} А для сканистора, 10^{-10} – 10^{-11} для мультискана) и несимметричность чувствительности p - n -переходов, обусловленную в сканисторах различной глубиной их расположения.

Малые темновые токи и симметричность чувствительности мультискана позволяют линеаризовать и стабилизировать характеристику координатной чувствительности прибора, повысить его разрешающую способность. Однако наличие дискретного шага p - n -переходов приводит к нарушению линейности координатной характеристики фотоприемника, внося свою периодическую ошибку, величина которой связана с геометрическими и электрофизическими параметрами прибора. Исследованию погрешности определения координат светового пятна, обусловленной дискретностью шага p - n -переходов, и посвящается эта работа.

При линейном распределении потенциала $u(x)$ на резистивном слое мультискана координатная характеристика прибора имеет вид

$$V = \frac{du}{dx} \xi + \Delta(\xi), \quad (1)$$

где V — потенциал на сигнальной шине; ξ — координата весового центра светового пятна; $\Delta(\xi)$ — малая добавка, описывающая отклонение V от значения потенциала на делителе $u(\xi)$ и определяющая величину погрешности измерения координаты ξ .

Сама эта погрешность дается выражением

$$\delta\xi = -\frac{\Delta(\xi)}{u'}. \quad (2)$$

Для вычисления $V(\xi)$ используем условие равенства нулю полного тока через прибор. Поскольку ток J^i , протекающий через каждую пару фотодиодов, состоит из темнового J_{τ}^i и фототока J_{ϕ}^i , то указанное условие принимает вид

$$\sum_i \left(J_{\phi}^i(V, \xi) + J_{\tau}^i(V) \right) = 0. \quad (3)$$

Из условия симметрии следует, что

$$\sum_i J_{\phi}^i(V, \xi) = 0, \quad (4)$$

если ξ совпадает с центром какой-либо p^+ -области, т.е. $\xi = x_k$, а $V = u_k = u(x_k)$, или ξ находится посередине между парами фотодиодов, т.е.

$$\xi = \frac{x_k + x_{k+1}}{2} = x_{k+1/2}, \quad \text{а} \quad V = u_{k+1/2}.$$

С другой стороны, распределение темновых токов такой симметрией не обладает и

$$\sum_i J_{\tau}^i(V) = 0 \quad (5)$$

только в том случае, если ξ совпадает с серединой всего прибора.

Пусть ξ находится в окрестности m -й пары фотодиодов, имеющих координату центра в точке x_m . Считая, что разности $\xi - x_m$ и $V - u_m$ являются малыми, разложим (3) в ряд Тейлора относительно точки x_m, u_m . Учитывая (4), получим

$$\sum_i \left(J_{\tau}^i + \frac{\partial J_{\phi}^i}{\partial V}(V - u_m) + \frac{\partial J_{\tau}^i}{\partial V}(V - u_m) + \frac{\partial J_{\phi}^i}{\partial \xi}(\xi - x_m) \right) = 0.$$

Откуда

$$V - u_m = -\frac{\sum_i J_{\tau}^i}{\sum_i \left(\frac{\partial J_{\phi}^i}{\partial V} + \frac{\partial J_{\tau}^i}{\partial V} \right)} - \frac{\sum_i \frac{\partial J_{\phi}^i}{\partial \xi}}{\sum_i \left(\frac{\partial J_{\phi}^i}{\partial V} + \frac{\partial J_{\tau}^i}{\partial V} \right)} (\xi - x_m). \quad (6)$$

Первое слагаемое в (6) определяет отклонение V от $u(\xi)$, связанное с несимметричным распределением темновых токов вдоль всего поля прибора, и приводит к появлению монотонной составляющей в погрешности измерения координаты ξ

$$\delta\xi_m = \frac{1}{u'} \frac{\sum_i J_T^i}{\sum_i \left(\frac{\partial J_\Phi^i}{\partial V} + \frac{\partial J_T^i}{\partial V} \right)}. \quad (7)$$

В соответствии с (5) эта часть погрешности равна нулю в центре прибора, точнее в точке, соответствующей весовому центру пространственного распределения темновых токов p - n -переходов. Максимальное значение эта погрешность принимает при положении светового пятна на краях фотоприемника. Отметим, что этот вид погрешности и ее пространственное распределение типичны для позиционно-чувствительных фотоприемников с интегральным преобразованием сигнала [2]. В случае мультискана абсолютное значение этой ошибки может быть весьма малым, поскольку отношение темнового тока к фототоку достигает величины 10^{-6} – 10^{-7} .

Второе слагаемое в (6) описывает периодическое отклонение V от $u(\xi)$ и, следовательно, интересующую нас периодическую погрешность, непосредственно связанную с дискретностью p - n -переходов. Эта часть погрешности возникает при нахождении центра светового пятна ξ в промежутке между соседними элементами прибора.

Положим, что зависимость $V(\xi)$ можно аппроксимировать параболой, удовлетворяющей условиям

$$V(x_m) = u_m + \Delta(x_m),$$

$$V(x_{m+1/2}) = u_{m+1/2} + \Delta(x_{m+1/2}),$$

$$\left. \frac{\partial V}{\partial \xi} \right|_{\xi=x_m} = - \frac{\sum_i \frac{\partial J_\Phi^i}{\partial \xi}}{\sum_i \left(\frac{\partial J_\Phi^i}{\partial V} + \frac{\partial J_T^i}{\partial V} \right)} \Bigg|_{V=u_m} \quad \xi = x_m. \quad (8)$$

Тогда, учитывая, что

$$\frac{\Delta(x_{m+1/2}) - \Delta(x_m)}{x_{m+1/2} - x_m} \ll u',$$

получим

$$V(\xi) = u_m + \Delta(x_m) + V'(\xi - x_m) - \frac{2}{l}(V' - u')(\xi - x_m)^2, \quad (9)$$

где $l = x_{m+1} - x_m$ — расстояние между центрами p^+ -областей (технологический шаг прибора).

Подставляя (9) в (1) и находя максимум $\Delta(\xi)$ по ξ (который находится в точке $\xi = x_m + l/4$), будем иметь

$$\begin{aligned} \max \Delta(\xi) &= \Delta(x_m) + \frac{l}{8}(V' - u'), \\ \xi &\in [x_m, x_{m+1/2}]. \end{aligned} \quad (10)$$

Соответственно, максимальное значение погрешности $\delta\xi$ будет равно сумме монотонной и периодической погрешности

$$\max \delta\xi = \delta\xi_m + \delta\xi_p, \quad \xi \in [x_m, x_{m+1/2}], \quad (11)$$

где

$$\delta\xi_m = -\frac{\Delta(x_m)}{u'}; \quad \delta\xi_p = \frac{l}{8} \frac{u' - V'}{u'}.$$

Таким образом, для определения погрешности измерения координаты центра пятна ξ необходимо найти отклонения V и V' в точке $\xi = x_m$ от значений u и u' в этой точке. Чтобы вычислить эти отклонения, необходимо решить систему линейных уравнений (17) из первой части настоящей работы [5]. Ограничимся случаем малости параметра ρ , равного отношению радиуса p^+ -области к шагу прибора l . Тогда, как показано в первой части данной работы [5], токи через фотодиоды можно представить в виде

$$\begin{aligned} J^i &= J_0^i + \rho^2 J_1^i, \\ J_\phi^i &= J_{\phi 0}^i + \rho^2 J_{\phi 1}^i; \quad J_T^i = J_{T 0}^i + \rho^2 J_{T 1}^i. \end{aligned} \quad (12)$$

Подставляя (12) в (6) и учитывая, что темновые токи через диоды существенно меньше фототоков, получим, что выражение для градиента V' будет состоять из трех слагаемых, каждое из которых определяет свой вид периодической погрешности,

$$V' = V'_a + V'_T + \rho^2 V'_\rho, \quad (13a)$$

где

$$V'_a = -\frac{\sum_i \frac{\partial J_{\phi 0}^i}{\partial \xi}}{\sum_i \frac{\partial J_{\phi 0}^i}{\partial V}}, \quad (13b)$$

$$V'_T = -V'_a \frac{\sum_i \frac{\partial J_{T 0}^i}{\partial V}}{\sum_i \frac{\partial J_{\phi 0}^i}{\partial V}}, \quad (13b)$$

$$V'_\rho = -\frac{\sum_i \frac{\partial J_{\phi 1}^i}{\partial \xi}}{\sum_i \frac{\partial J_{\phi 0}^i}{\partial V}} - V'_a \frac{\sum_i \frac{\partial J_{\phi 1}^i}{\partial V}}{\sum_i \frac{\partial J_{\phi 0}^i}{\partial V}}. \quad (13b)$$

Здесь V_a' определяет базовую периодическую погрешность прибора, V_T' — погрешность, связанную с темновым током, а V_p' — с конечным размером p^+ -области. Физический смысл базовой погрешности может быть проиллюстрирован следующим образом. Предположим, что u' много больше, чем ширина переходной зоны вольт-амперной характеристики пары фотодиодов. В этом случае перемещение ξ между соседними парами фотодиодов не будет сопровождаться изменением потенциалов на p - n -переходах, фототоки останутся неизменными и V не изменится. В реальных условиях ширина переходной зоны соизмерима с $u' \cdot e$ и величина базовой погрешности прибора оказывается весьма малой. Второе слагаемое в (13а) V_T' обусловлено нарушением симметрии темновых токов p - n -переходов, расположенных в области светового пятна при нахождении ξ в области между x_m и $x_{m \mp 1/2}$.

Произведем оценку величин указанных погрешностей в зависимости от параметров фотоприемника. Из [5] следует, что безразмерные фото- и темновые токи через фотодиоды мультискана в нулевом приближении по ρ равны

$$J_{\phi 0}^i = \sum_k (B^{00})_{ik}^{-1} \operatorname{th} \left(\frac{\gamma}{2} (u_k - V) \right) F_k^0,$$

$$J_{T0}^i = P_0 \sum_k (B^{00})_{ik}^{-1} \operatorname{th} \left(\frac{\gamma}{2} (u_k - V) \right). \quad (14)$$

Здесь $(B^{00})^{-1}$ — это матрица, коэффициенты которой зависят от отношения шага прибора l к диффузионной длине дырок L , обозначаемого ε ; $\gamma = q/(AkT)$ (A — коэффициент, учитывающий неидеальность p - n -перехода); P_0 — безразмерная собственная концентрация дырок; F_k^0 — интегралы, определяющие неравновесную концентрацию дырок на границах p - n -переходов. Полагая, как и прежде, что центр светового пятна ξ находится вблизи m -й пары фотодиодов, получим

$$u_k = u_m + u'l(k - m).$$

Далее, учитывая формулы (6), и (18) первой части данной работы и раскладывая F_k^0 в ряд Тейлора по ξ , будем иметь

$$F_k^0 = \varepsilon^2 (F_{k0}^0 + \xi F_{k1}^0).$$

В обозначениях работы [5]

$$F_{k0}^0 = \frac{\sqrt{\alpha}}{2\pi\sqrt{\pi}} \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-H}^H \varphi(x, y) e^{-\alpha(x-x_m)^2} U_k^* \left(\varepsilon \sqrt{(x-x)_k^2 + y^2} \right) d\varphi^k dx dy,$$

$$F_{k1}^0 = \frac{\alpha^{3/2}}{\sqrt{\pi}} \int_0^{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-H}^H \varphi(x, y) (x-x_m) e^{-\alpha(x-x_m)^2} U_k^* \left(\varepsilon \sqrt{(x-x)_k^2 + y^2} \right) d\varphi^k dx dy.$$

Введем параметр $\beta = \gamma u' l$. Поскольку $u' = E/(Nl)$, где E — перепад напряжения на делительной шине, то $\beta = \gamma(E/N)$. Параметр β может быть выражен также через апертуру прибора A_p , определяемую как

$$A_p = \frac{\hat{u}}{u'},$$

где \hat{u} — напряжение на вольт-амперной характеристике одиночной пары фотодиодов, при котором ток достигает значения 0.8 от тока насыщения. Можно показать, что $\hat{u} = (\ln 9/\gamma)$, откуда $\beta = (l/A_p) \ln 9$.

С учетом вышесказанного нетрудно получить выражение для V'_a и V'_T

$$V'_a = \frac{2 \sum_k F_{k1}^0 \operatorname{th} \left(\frac{\beta \bar{k}}{2} \right)}{\gamma \sum_k F_{k0}^0 \operatorname{ch}^{-2} \frac{\beta \bar{k}}{2}},$$

$$V'_T = -V'_a \frac{P_0}{\varepsilon^2} \frac{\sum_k \operatorname{ch}^{-2} \frac{\beta \bar{k}}{2}}{\sum_k F_k^0 \operatorname{ch}^{-2} \frac{\beta \bar{k}}{2}}, \quad (15)$$

где $\bar{k} = k - m$.

Отсюда, учитывая (11) и (13), для периодической погрешности будем иметь

$$\delta \varepsilon = \frac{l}{8} (\delta_a + \delta_T), \quad (16a)$$

где

$$\delta_a = 1 - \frac{\gamma V'_a}{\beta}, \quad (16b)$$

$$\delta_T = \frac{\gamma V'_a}{\beta} \frac{P_0 \sum_k \operatorname{ch}^{-2} \frac{\beta}{2} k}{\varepsilon^2 \sum_k F_{k0}^0 \operatorname{ch}^{-2} \frac{\beta}{2} k}. \quad (16b)$$

Наконец, используя (7), (14), для монотонной погрешности $\delta \varepsilon_m$ получим формулу

$$\delta \varepsilon_m = l \frac{P_0}{\varepsilon^2} \frac{2 \sum_k \operatorname{th} \frac{\beta}{2} \bar{k}}{\beta \sum_k F_{k0}^0 \operatorname{ch}^{-2} \frac{\beta}{2} \bar{k}}. \quad (16г)$$

Необходимо отметить, что суммирование в знаменателе выражения (16г) (точно так же, как и в выражениях (15), (16б)) фактически проводится только по фотодиодам, лежащим в пределах светового пятна и его окрестности, размер которой определяется диффузионной длиной дырок и апертурой прибора. Поскольку количество таких диодов существенно меньше N , то выражение (16г) можно упростить, заменив

$$\sum_{k=1}^N \operatorname{th} \frac{\beta}{2} \bar{k} \approx \left(W - \frac{2\xi}{l} \right). \quad (17)$$

Кроме того, в формулах (16в), (16г) удобно выразить безразмерную собственную концентрацию дырок P_0 через полный темновой ток, фототок и геометрические параметры прибора. Принимая во внимание (14) и учитывая нормировку для тока, использованную в первой части настоящей работы, максимальное значение темнового тока в размерном виде оказывается равным

$$I_T = \frac{qL^2}{2Hl} G_0 b N P_0, \quad (18)$$

где N — полное число пар фотодиодов в мультискане; $b = \sum_{k=1}^N (B^{00})_{ik}^{-1}$; G_0 — полное число фотонов, падающих на прибор в единицу времени. В свою очередь

$$G_0 = \frac{I_\Phi}{q\Psi}, \quad (19)$$

где I_Φ — фототок, измеряемый в эксперименте при постоянном напряжении на делителе прибора, Ψ — коэффициент собирания, определяющий долю образовавшихся электронно-дырочных пар, которые не рекомбинируют и дают вклад в фототок.

Подставляя теперь (17)–(19) в (16в), (16г), для погрешностей, связанных с темновым током, окончательно будем иметь

$$\delta\xi_T = \frac{l}{8} \frac{I_T}{I_\Phi} \frac{2H}{N} \Psi (1 - \delta_a) \bar{\delta}_T, \quad (20)$$

где

$$\bar{\delta}_T = \frac{1}{b} \frac{\sum_k \text{ch}^{-2} \frac{\beta}{2} \bar{k}}{\sum_k F_{k0}^0 \text{ch}^{-2} \frac{\beta}{2} \bar{k}},$$

$$\delta\xi_m = l \frac{I_T}{I_\Phi} \frac{N - \frac{2\xi}{l}}{N} \frac{4H}{l} \eta \Psi \bar{\delta}_m,$$

где

$$\bar{\delta}_m = \frac{1}{b\beta \sum_k F_{k0}^0 \text{ch}^{-2} \frac{\beta}{2} \bar{k}}.$$

Расчет погрешностей $\delta\xi_a$, $\delta\xi_T$, $\delta\xi_m$ был выполнен для различных значений параметров α , ε , β (или, что то же самое, A_p/l). При этом безразмерные геометрические параметры прибора были равны $H = 12.5$, $h = 2.2$, $\rho = 1/6$. Напомним, что параметр $\alpha = (l/\sigma)^2$ характеризует ширину светового пятна σ по отношению к технологическому шагу прибора, а параметр $\varepsilon = l/L$ — соотношение между шагом и диффузионной длиной. Величина шага l и диффузионная длина L связаны с конструкцией и технологией изготовления прибора, в то время как σ и апертура прибора A_p могут регулироваться в процессе эксперимента в широких пределах: σ — изменяя характеристики светового тракта, A_p — путем изменения

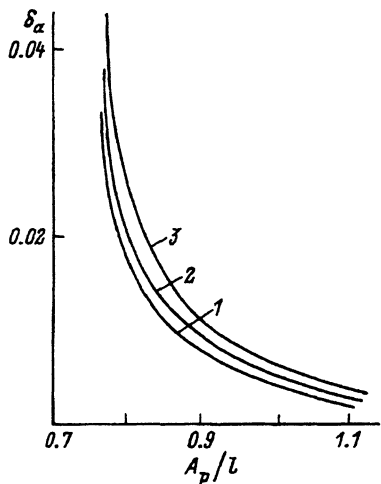


Рис. 1. Зависимость базовой периодической погрешности от параметров.
 $\epsilon = 0.3$; 1 — $\alpha = 0.1$, 2 — 0.3, 3 — 1.0

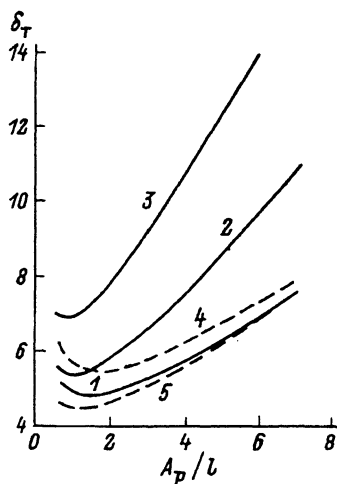


Рис. 2. Зависимость составляющей периодической погрешности, связанной с темновым током, от параметров прибора.

α : 1-3 — 0.3, 4 — 0.1, 5 — 1.0;
 ϵ : 1,4,5 — 0.3; 2 — 0.6; 3 — 1.0.

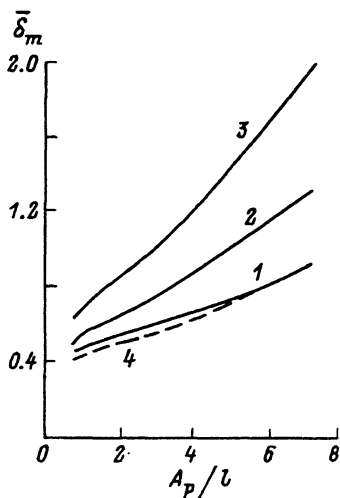


Рис. 3. Зависимость монотонной составляющей погрешности от параметров прибора.

α : 1-3 — 0.3, 4 — 1.0; ϵ : 1,4 — 0.3; 2 — 0.6, 3 — 1.0.

напряжения, подаваемого на делительную шину. На рис. 1 представлена зависимость базовой погрешности от отношения A_p/l . Видно, что δ_α с увеличением A_p/l быстро убывает и уже при $A_p/l > 1.5$ имеет величину $\sim 10^{-3}$. Более точно вычислить указанную погрешность в диапазоне обычно используемых апертур $A/l \approx 4-10$ при разумных затратах машинного времени не удастся, выражение для базовой погрешности содержит малые разности больших величин. С учетом (16а) можно сделать вывод, что базовая периодическая погрешность δ_α составляет, как минимум, сотую долю процента от шага прибора. Из рис. 1 следует также, что

зависимость δ_a от α весьма слабая. Еще меньшим оказывается влияние параметра ϵ , так что в масштабах рисунка оно практически незаметно.

На рис. 2, 3 показаны погрешности δ_T, δ_m , связанные с темновым током. Видно, что влияние параметра α по-прежнему остается весьма слабым. Для оценки конкретных значений погрешностей $\delta\xi_m, \delta\xi_T$ воспользуемся типичными значениями параметров прибора $I_T = 10^{-10}$ А, $I_\phi = 10^{-6}$ А, $N = 600$, $H/l = 10$, $\Psi \approx 0.2$. В результате получим, что $\delta\xi_T = 0.3 \cdot 10^{-6}$, $\delta_T \approx 0.75 \cdot 10^{-6} l$ мкм,

$$\delta\xi_m = 3.2 \cdot 10^{-3} \left(\frac{N - 2\xi/l}{N} \right) l,$$

$\delta_m \approx 0.4 \cdot 10^{-3} l$ мкм в точке $\xi = 0.25 \cdot Nl/4$. Таким образом, периодическая составляющая погрешности $\delta\xi_T$, так же как и $\delta\xi_a$, оказывается практически несущественной. В то же время, монотонная составляющая может оказаться заметной, если отношение I_T/I_ϕ будет больше 10^{-3} .

И наконец, оценим величину погрешности, связанную с конечным размером p -областей (точный анализ этой погрешности будет дан в следующей, третьей части данной работы). Учитывая (11), (13а) и возвращаясь к размерным величинам, получим

$$\delta\epsilon_p \sim \frac{\rho^2}{8l}.$$

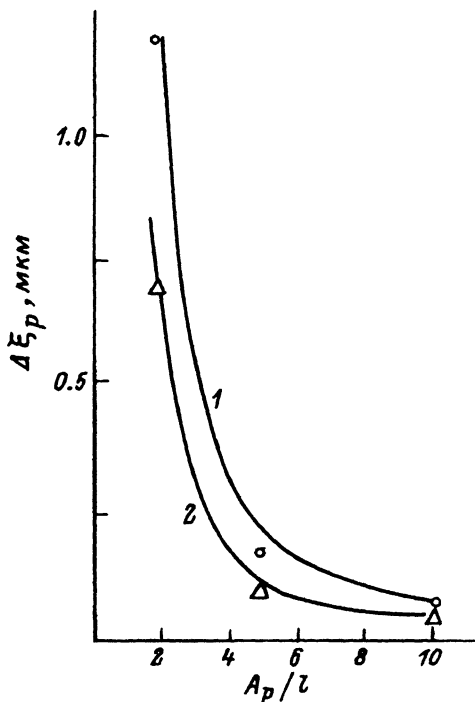
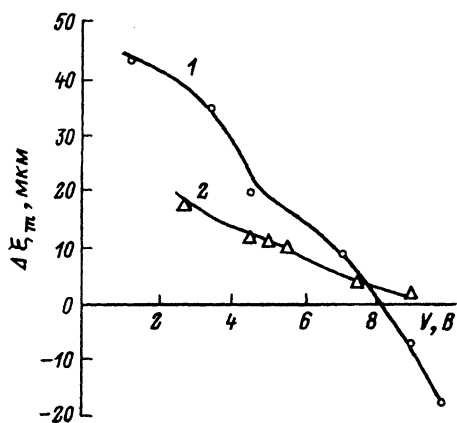


Рис. 4. Смещение измеренного значения ξ при уменьшении фототока от 10^{-6} до 10^{-8} А.

1 — $I_T = 1.3 \cdot 10^{-9}$, 2 — $8 \cdot 10^{-11}$ А.

Рис. 5. Измеренные значения периодической погрешности. Размер пятна, мкм: 1 — 10, 2 — 100.

При $\rho = 5$ мкм, $l = 30$ мкм будем иметь $\delta\varepsilon_\rho \sim 0.1 - 1$ мкм.

Таким образом, проведенный анализ позволяет сделать вывод, что погрешность измерения координаты центра светового пятна в мультискане составляет порядка нескольких процентов от шага прибора.

Для проверки теоретических результатов было выполнено экспериментальное определение монотонной и периодической составляющих погрешности. На рис. 4 показано, насколько смещается измеренное значение координаты центра пятна ξ при уменьшении фототока I_ϕ от 10^{-6} до 10^{-8} А для различных значений напряжения U на сигнальной шине прибора (или, что то же самое, для различных значений ξ). Видно, что величина смещения убывает по мере приближения ξ к точке баланса темновых токов. В теоретической модели предполагалось, что эта точка находится в середине прибора. На практике вследствие значительной асимметрии темновых токов противоположного знака точка баланса с центром прибора не совпадает. Как видно из рис. 4, для кривой 1 указанная точка находится в районе координаты ξ , соответствующей $V \sim 8$ В, а для кривой 2 стремится к краю прибора. В согласии с теорией величина смещения оказывается тем больше, чем больше темновой ток прибора при том же значении фототока.

На рис. 5 приведены измеренные значения периодической составляющей ошибки, связанной с дискретной структурой прибора. Величина апертуры A_p регулировалась с помощью изменения величины питания E . Удалось оценить $\Delta\xi_p$ для значений $A_p/l = 2.5$ и 10 (величина $l = 30$ мкм). Видно, что с ростом A_p погрешность $\Delta\xi_p$ быстро падает и при типичных значениях $A_p/l \approx 10$ составляет величину менее 0.1 мкм. Видно также, что зависимость погрешности от размера пятна весьма слабая. Сравнение рис. 1-3 и 4, 5 показывает достаточно хорошую корреляцию теоретических и экспериментальных результатов.

Список литературы

- [1] Берковская К.Ф., Кириллова Н.В. и др. // Оптическая и цифровая обработка изображений. Л.: Наука, 1988. С. 155-160.
- [2] Берковская К.Ф., Кириллова Н.В., Подласкин Б.Г. и др. // ЖТФ. 1983. Т. 53. Вып. 10. С. 2015-2023.
- [3] Берковская К.Ф. // Полупроводниковые приборы и их применение. М.: Сов. радио, 1968. № 20. С. 5-30.
- [4] Золотарев В.Ф. Безвакуумные аналоги телевизионных трубок. М.: Энергия, 1972. 215 с.
- [5] Юферев В.С., Романова Е.П., Подласкин Б.Г. // ЖТФ. 1992. Т. 62. Вып. 10. С. 155-167.

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе
Санкт-Петербург

Поступило в Редакцию
29 ноября 1991 г.