

04:07;09
©1993 г.

ИМПУЛЬСНЫЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПОЛЯ, ГЕНЕРИРУЕМЫЕ ЛАЗЕРНОЙ ПЛАЗМОЙ

В.К.Бодулинский, А.А.Ковалев, П.С.Кондратенко

Рассмотрена электродинамическая задача о генерации импульсных магнитных полей при воздействии пучка импульсного лазерного излучения на тонкостенную металлическую преграду. Получены аналитические выражения, описывающие поля в свободном пространстве перед и за преградой. Выявлены зависимости величин генерируемых полей от размеров зоны облучения и длительности лазерного импульса.

Введение

Уже более двух десятилетий в литературе активно обсуждаются спонтанные магнитные поля (СМП), возникающие в лазерной плазме (см., например, [¹⁻⁸]). Интерес к ним стимулируется главным образом исследованиями, связанными с проблемой управляемого термоядерного синтеза, а также задачей преобразования световой энергии лазерного излучения в электрическую. К настоящему времени представления о механизмах генерации СМП в лазерной плазме в основном сложились. Однако остался ряд интересных и важных вопросов, которые не нашли должного освещения в литературе. К ним, в частности, относится вопрос о связи пространственно-временных характеристик лазерного излучения с величинами полей, как генерируемых в самой лазерной плазме, так и диффундирующих из плазмы в окружающее пространство перед мишенью и за нее. В данной работе предпринята попытка прояснить этот вопрос в геометрии взаимодействия, когда интересующие нас зависимости проявляются наиболее наглядно.

Нас будут интересовать медленно меняющиеся поля, пространственный масштаб которых определяется размерами плазменной области, а временной — длительностью существования лазерной плазмы. Ответственным за эти поля должен быть макроскопический механизм, обусловленный пространственно-временной неоднородностью термодинамических характеристик плазмы и граничащей в ней конденсированной среды, не чувствительный к мелким деталям движения частиц плазмы. Действие этого механизма равнозначно наличию сторонней силы, приводящей к возникновению сторонних токов. В принципе генерируемые в плазме поля способны оказать обратное влияние на ее характеристики, и поэтому стороныние токи, являясь источниками полей, сами зависят от них.

Мы, однако, будем рассматривать ту довольно типичную ситуацию, когда обратным влиянием макроскопических полей на динамику плазмы можно пренебречь. В такой постановке гидродинамическая и электродинамическая задачи разделяются. Будем считать гидродинамическую задачу решенной и плотность сторонних токов $j(\mathbf{r}, t)$, \mathbf{r} — пространственный радиус-вектор, t — время, заданной. Источником сторонних токов может, в частности, являться хорошо известный градиентный механизм [2].

Заметим, что результаты предварительных исследований по вопросам, затронутым в настоящей работе, опубликованы в [9].

Формулировка электродинамической задачи

Рассмотрим следующую ситуацию. На бесконечную металлическую пластину толщины h падает импульс лазерного излучения. Пространство вне металла занято газовой средой с диэлектрической проницаемостью, близкой к единице, или вакуумом. В результате воздействия лазерного излучения в приповерхностной области формируется слабо неравновесная плазма. Характерные масштабы плазменного образования: L — вдоль оси z , перпендикулярной поверхности пластины и направленной внутрь металла, и R — в плоскости мишени на границе плазма-металл (плоскость $z = 0$). Будем считать, что условия воздействия излучения обеспечивают выполнение неравенств

$$h \ll R, \quad L \ll R, \quad L \ll c\tau, \quad L_2 \ll D\tau, \quad R_2 \gg D\tau,$$

где τ — длительность лазерного импульса, $D = c_2/4\pi\sigma$ — коэффициент диффузии магнитного поля в плазме, c — скорость света в вакууме, σ — характерное значение проводимости плазмы. Неравенства (1) означают, что в плоскости мишени результаты воздействия определяются главным образом локальным значением интенсивности в лазерном пятне, а излучение импульсного поля из плазмы имеет объемный характер.

В нашем случае для электрического \mathcal{E} и магнитного \mathcal{B} полей в плазме имеют место уравнения [10]

$$\operatorname{rot} \mathcal{B} = \frac{4\pi}{c}(j + \sigma\mathcal{E}), \quad \operatorname{rot} \mathcal{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\mathcal{B}, \quad \operatorname{div} \mathcal{B} = 0. \quad (2)$$

Представим поля \mathcal{E} и \mathcal{B} в виде

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}^{(1)} + \mathcal{E}^{(2)}, \quad \mathcal{B} = \mathcal{B}^{(1)} + \mathcal{B}^{(2)}, \quad (3)$$

где $\mathcal{E}^{(1)}$ и $\mathcal{B}^{(1)}$ — поля, определяемые тангенциальной составляющей сторонних токов j_t ; $\mathcal{E}^{(2)}$ и $\mathcal{B}^{(2)}$ — поля, определяемые нормальной составляющей j_n .

Тогда с учетом неравенств (1) из уравнений (2) для модулей, входящих в них величин, имеют место оценки

$$\mathcal{E}_n^{(1)} \sim \frac{L}{R} \left(\mathcal{E}_t^{(1)} + \frac{j_t}{\sigma} \right), \quad \mathcal{E}_t^{(1)} \sim \frac{L}{R} \mathcal{E}_n^{(1)} + \frac{L}{c\tau} \mathcal{B}_t^{(1)},$$

$$\mathcal{E}_n^{(2)} \sim \frac{j_n}{\sigma}, \quad \mathcal{E}_t^{(2)} \sim \frac{L}{R} \mathcal{E}_n^{(2)}, \quad \mathcal{B}_n^{(i)} \sim \frac{L}{R} \mathcal{B}_t^{(i)}. \quad (4)$$

Принимая во внимание соотношения (4), из (2) для тангенциальных составляющих полей $\mathcal{E}^{(i)}$ и $\mathcal{B}^{(i)}$ получаем систему уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \mathcal{B}_t^{(1)} &= \frac{4\pi}{c} [\mathbf{j} \mathbf{n}], \\ \frac{\partial}{\partial z} \mathcal{E}_t^1 &= -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} [\mathcal{B}_t^1 \mathbf{n}], \\ \frac{\partial}{\partial z} \mathcal{B}_t^2 &= \frac{4\pi\sigma}{c} [\mathcal{E}_t^2 \mathbf{n}] \\ \frac{\partial}{\partial z} \mathcal{E}_t^2 &= -\frac{\partial}{\partial \rho} \frac{\mathbf{j} \mathbf{n}}{\sigma}, \end{aligned} \quad (5)$$

где ρ — радиус-вектор в плоскости $z = 0$, \mathbf{n} — единичный вектор вдоль оси z .

Решение системы уравнений (5) для полей \mathcal{B} и \mathcal{E} в непосредственной близости от облучаемой поверхности можно представить в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{B} &= \mathbf{C}_1 + \frac{4\pi}{c} \int_{-\infty}^z dz' [\mathbf{J} \mathbf{n}], \\ \mathcal{E}_t &= \mathbf{C}_2 + \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^z dz' \int_{-\infty}^{z'} dz'' \mathbf{j}_t - \frac{\partial}{\partial \rho} \int_{-\infty}^z dz' \frac{j_n}{\sigma}, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\mathbf{J} = \mathbf{j} - \sigma \frac{\partial}{\partial \rho} \int_{-\infty}^z dz' \frac{j_n}{\sigma}.$$

Константы \mathbf{C}_1 и \mathbf{C}_2 определяется из следующих соображений. Поскольку резкая граница между газовой средой и плазмой отсутствует, то мы попробуем, чтобы при $L \ll |z| \ll \min(\sigma t, R)$ поля \mathcal{B}_t и \mathcal{E}_t совпадали с полями в свободном пространстве $\mathbf{B}_t^<$ и $\mathbf{E}_t^<$, $z < 0$. Откуда следует, что

$$\mathbf{C}_1 = \mathbf{B}_t^< \quad (z = -0), \quad \mathbf{C}_2 = \mathbf{E}_t^< \quad (z = -0). \quad (7)$$

Таким образом, при решении задачи о нахождении полей в свободном пространстве область плазмы может быть исключена из рассмотрения. Согласно (6) и (7), ее учет эквивалентен заданию скачков тангенциальных составляющих искомых полей на внешней границе металла.

Получение основных соотношений для полей в свободном пространстве

Для нахождения полей необходимо сшивать решения волновых уравнений на границах раздела сред. При этом будем полагать поверхность, на которую падает излучение, неподвижной. Это приближение несущественно при рассмотрении полей перед преградой. Однако при вычислении полей, проникающих за преграду, такое допущение справедливо, лишь когда скорость диффузии магнитного поля в металле много больше скорости испарения его поверхности v_0 , т.е. выполняется неравенство

$$\frac{1}{v_0} \sqrt{\frac{D_0}{\tau}} \gg 1, \quad (8)$$

где D_0 — коэффициент диффузии магнитного поля в металле.

Представим поля в трех средах ($z < 0$, $0 < z < h$, $z > h$) в виде интегралов Фурье

$$\mathbf{F}(\rho, z, t) = \iint \frac{d\mathbf{q} d\omega}{(2\pi)^3} e^{i(\mathbf{q}\rho - \omega t)} \mathbf{F}^{\mathbf{q}\omega}(z), \quad (9)$$

$\mathbf{F} = \{\mathbf{B}, \mathbf{E}\}$.

С учетом разложения по поляризациям амплитуды парциальных волн $\mathbf{B}^{\mathbf{q}\omega}$ и $\mathbf{E}^{\mathbf{q}\omega}$ связаны соотношениями

$$\begin{aligned} \mathbf{B}^{\mathbf{q}\omega}(z) &= \left(\mathbf{n} + i \frac{\mathbf{q}}{q^2} \frac{\partial}{\partial z} \right) B_s(z) + \frac{[\mathbf{nq}]}{q} B_p(z), \\ \mathbf{B}^{\mathbf{q}\omega}(z) &= \frac{[\mathbf{nq}]}{q_2} \frac{\omega}{c} B_s(z) - \left(\mathbf{n} + i \frac{\mathbf{q}}{q^2} \frac{\partial}{\partial z} \right) \frac{cq}{\omega \epsilon} B_p(z), \end{aligned} \quad (10)$$

где ϵ — диэлектрическая проницаемость соответствующей среды,

$$B_s(z) = \begin{cases} a_s \exp(-i\eta z), & z < 0, \\ b_s \sin(\eta_0 z) + g_s \sin[\eta_0(z-h)], & 0 < z < h, \\ f_s \exp[i\eta(z-h)], & z > h, \end{cases} \quad (11)$$

$\eta = \sqrt{(\omega/c)^2 - q^2}$; $\eta_0 = \sqrt{\epsilon_0(\omega/c)^2 - q^2} \simeq \sqrt{i\omega/D_0}$; ϵ_0 — диэлектрическая проницаемость металла на частоте ω ; величина B_p определяется соотношениями, аналогичными (11), с коэффициентами a_p , b_p , g_p и f_p .

Сшивая на границах раздела сред тангенциальные составляющие фурье-компонент полей с учетом скачков на границе $z = 0$, определяемых соотношениями (6), получаем две системы алгебраических уравнений для нахождения 8 неизвестных коэффициентов a_s , b_s , g_s , f_s и a_p , b_p , g_p , f_p

$$\begin{aligned} q\alpha_s + \eta a_s &= i\eta_0 [b_s + g_s \cos(\eta_0 h)], \\ cq\beta_s + \omega a_s &= -\omega g_s \sin(\eta_0 h), \\ i\eta_0 [b_s \cos(\eta_0 h) + g_s] &= -\eta f_s, \end{aligned}$$

$$b_s \sin(\eta_0 h) = f_s, \quad (12)$$

$$\begin{aligned} a_p + a_p &= -g_p \sin(\eta_0 h), \\ \varepsilon_0 \omega \beta_p - \varepsilon_0 \eta c a_p &= -i \eta_0 c [b_p + g_p \cos(\eta_0 h)], \\ i \eta_0 [b_p \cos(\eta_0 h) + g_p] &= -\varepsilon_0 \eta f_p, \\ b_p \sin(\eta_0 h) &= f_p. \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \alpha_s &= \frac{2\pi}{h} \left(\frac{\mathbf{q}}{q} \mathbf{N}^{\mathbf{q}\omega} \right), \quad \alpha_p = \frac{2\pi}{h} \left(\frac{[\mathbf{nq}]}{q} \mathbf{N}^{\mathbf{q}\omega} \right), \\ \beta_s &= -\frac{2\pi i \omega}{c} \left(\frac{\mathbf{q}}{q} \mathbf{M}^{\mathbf{q}\omega} \right), \quad \beta_p = \frac{2\pi i \omega}{c} \left(\frac{[\mathbf{nq}]}{q} \mathbf{M}^{\mathbf{q}\omega} \right) - 2\pi i q U^{\mathbf{q}\omega}, \\ \mathbf{N}(\rho, t) &= \frac{2h}{c} \int_{-\infty}^0 dz [\mathbf{Jn}], \\ \mathbf{M}(\rho, t) &= \frac{2}{c} \int_{-\infty}^0 dz z [\mathbf{nJ}], \\ U(\rho, t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^0 dz \frac{j_n}{\sigma}. \end{aligned} \quad (14)$$

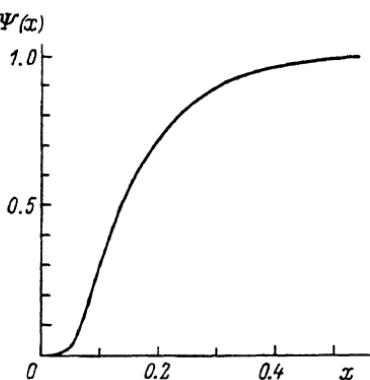
Из (12) и (13) определяем величины a_s , a_p и f_s , f_p . С учетом неравенств (1), полагая также $\tau D_0 \ll L^2$ и $D_0 R \ll h^2 c$, для фурье-компонент поля в свободном пространстве имеем

$$\begin{aligned} \mathbf{B}^{\mathbf{q}\omega}(z < 0) &\simeq 2\pi i \left\{ \left(\mathbf{n} - \frac{\mathbf{q}}{\eta} \right) (\mathbf{qM}^{\mathbf{q}\omega}) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\eta} \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{M}^{\mathbf{q}\omega} - \frac{[\mathbf{nq}]}{\eta} \frac{\omega}{c} U^{\mathbf{q}\omega} \right\} e^{-i\eta z}, \end{aligned}$$

$$\mathbf{B}^{\mathbf{q}\omega}(z > h) \simeq -\frac{2\pi}{h} \left(i \mathbf{n} + \frac{\mathbf{q}}{q} \right) \frac{(\mathbf{qN}^{\mathbf{q}\omega})}{\eta_0 \sin(\eta_0 h) - 2q \cos(\eta_0 h)} e^{-q(z-h)}. \quad (15)$$

Вычисляя обратное преобразование Фурье (9) от выражений (15), для полей перед препгадой $\mathbf{B}^<(\rho, z, t)$ и за ней $\mathbf{B}^>(\rho, z, t)$ получаем

$$\mathbf{B}^<(\rho, z, t) \simeq \nabla \left\{ \frac{\partial}{\partial \rho} \int d\rho' \frac{\mathbf{M}(\rho', t - \frac{|\mathbf{r}-\rho'|}{c})}{|\mathbf{r}-\rho'|} \right\} -$$



$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t^2} \int d\rho' \frac{M(\rho', t - \frac{|\mathbf{r}-\rho'|}{c})}{|\mathbf{r}-\rho'|} + \\
 & + \text{rot} \left\{ \mathbf{n} \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \int d\rho' \frac{U(\rho', t - \frac{|\mathbf{r}-\rho'|}{c})}{|\mathbf{r}-\rho'|} \right\}, \quad (16)
 \end{aligned}$$

$$\mathbf{B}^>(\rho, z, t) \simeq \frac{D_0}{h^2} \nabla \left\{ \int_0^\infty dt' \Psi \left(\frac{D_0 t'}{h^2} \right) \int d\rho' \frac{((\rho - \rho') N(\rho', t - t'))}{|\mathbf{r} - \rho' + \mathbf{n} (\frac{2 D_0 t'}{h} - h)|^3} \right\}, \quad (17)$$

где

$$\Psi(x) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} (-1)^l e^{-\pi^2 l^2 x}, \quad \Psi(x \ll 1) \sim \theta(x) e^{-\frac{1}{4x}},$$

$\theta(x) = 0$ при $x < 0$ и $\theta(x) = 1$ при $x > 0$.

График функции $\Psi(x)$ приведён на рисунке. Из него следует, что характерное время изменения $\Psi(x)$ составляет $\tau_h \sim h^2 / \pi^2 D_0$.

Обсуждение результатов

Проанализируем следствия, вытекающие из полученных выше результатов. Как следует из (16), выражение для магнитной индукции в свободном пространстве перед мишенью содержит три члена, различающиеся как по физическому содержанию, так и по величине вклада на различных расстояниях от мишени. Первые два члена в правой части (16) обусловлены наличием распределенного магнитного дипольного момента с плотностью $M(\rho, t)$, а третий — электрического дипольного момента, ориентированного вдоль \mathbf{n} , с плотностью $V(\rho, t)$.

В ближней зоне, когда выполняется неравенство $c\tau \gg \{r, R\}$, вторым членом в правой части (16) можно пренебречь и поле перед мишенью определяется выражением

$$\mathbf{B}^<(\rho, z, t) \simeq -\nabla \int d\rho' \frac{((\rho - \rho') M(\rho', t))}{|\mathbf{r} - \rho'|^3} +$$

$$+ \operatorname{rot} \left\{ \mathbf{n} \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \int d\rho' \frac{U(\rho', t)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right\}. \quad (18)$$

Соотношение между магнитным и электрическим вкладами существенно зависит от времени жизни плазмы и линейных размеров зоны облучения. Полагая $j_n \sim j_t R/L$ и $L \sim v\tau$, где v — скорость разлета плазмы, из (18) имеем, что при выполнении условия

$$\tau \gg \left(\frac{R^2}{v^2 \sigma} \right)^{1/3} \quad (19)$$

в области $r \lesssim R$ вне плазмы преобладает магнитный вклад. При изменении неравенства (19) на обратное преобладает вклад электрического момента. Когда справедливо условие (19), то магнитная индукция вне плазмы при $r \lesssim R$ ослаблена по сравнению с ее величиной внутри плазмы в отношении $\sim L/R$. На больших расстояниях от плазмы $c\tau \gg r \gg R$ убывание магнитного и электрического вкладов происходит в общем случае по различным законам. Конкретный вид законов убывания зависит от симметрии плазменного источника. Наименее медленные из возможных законов убывания: для магнитного вклада $\sim r^{-3}$, для электрического $\sim r^{-2}$. В этом случае поле $\mathbf{B}^<$ описывается формулой

$$\mathbf{B}^<(\rho, z, t) \simeq \nabla \left(\mathbf{m}(t) \nabla \frac{1}{r} \right) - \frac{d(t)}{c} \left[\mathbf{n} \nabla \frac{1}{r} \right], \quad (20)$$

где $\mathbf{m}(t) = \int d\rho \mathbf{M}(\rho, t)$, $d(t) = \int d\rho U(\rho, t)$.

В общем случае имеет место зависимость $B^< \sim (Ar^{-l} + Cr^{-k})$, где $l \geq 3$, $k \geq 2$.

В дальней зоне ($r \gg \{ct, R\}$) первые два члена в правой части (16) сравнимы по величине. В предположении, что магнитный и электрический дипольные моменты плазмы не равны нулю, выражение для магнитной индукции можно представить в виде

$$\mathbf{B}^<(\rho, z, t) \simeq -\frac{1}{rc^2} \left\{ \left[\nu \left[\ddot{\mathbf{m}}(t - \frac{r}{c}\nu) \right] \right] + \ddot{d} \left(t - \frac{r}{c} \right) [\nu \mathbf{n}] \right\}, \quad (21)$$

где $\nu = \mathbf{r}/r$, точка сверху означает дифференцирование по времени.

Вклад, обусловленный магнитным дипольным моментом, является доминирующим при выполнении условия

$$\tau \gg \frac{1}{v} \left(\frac{cR}{\sigma} \right)^{1/2}. \quad (22)$$

В противоположном случае главным является вклад электрического дипольного момента. Отметим, что зависимость магнитного поля от времени в полупространстве $z < 0$ определяется соответствующей зависимостью плазменного источника.

В полупространство $z > h$ с тыльной стороны мишени магнитное поле проникает диффузионным путем с характерным временем $\sim \tau_h$. Источником этого поля является распределенный плоский магнитный диполь

с плотностью $N(\rho, t)$, которая отличается от плотности $M(\rho, t)$ момента, определяющего СМП с фронтальной стороны экрана. С учетом сделанных выше предположений наиболее реальной является ситуация, когда $\tau \lesssim \tau_h$. В этом случае в области $r \lesssim R$ при временах $\tau_h \lesssim t < \tau_R$, где $\tau_R = hR/D_0$ — характерное время существования поля за экраном, пространственная и временная зависимости магнитной индукции оказываются сравнительно слабыми. Магнитная индукция при этом достигает наибольшего значения, и ее величина по сравнению с полем внутри плазменной области оказывается ослабленной в отношении $\sim D_0 t / hR$. На больших расстояниях от экрана ($z \gg R$) или больших временах ($t \gg hR/D_0$) поле испытывает убывание, характер которого, как и в области перед мишенью, определяется свойствами симметрии источника. Наиболее медленный из возможных законов убывания соответствует зависимости $\sim [R / \max(t, D_0 t / h)]^3$. Подчеркнем, что время существования поля за экраном может во много раз превосходить время жизни плазменного образования.

Выше, оценивая поля в свободном пространстве, мы сравнивали их с полем в плазменной области. Последнее в свою очередь зависит от пространственных и временных характеристик плазменного образования. Поскольку $j_t \sim R^{-1}$, то из (6) следует, что $|\mathbf{B}(z=0)| \sim vt/R$.

Оценим ослабление магнитной индукции в свободном пространстве непосредственно перед плазмой и за экраном. Полагая интенсивность падающего излучения $\sim 5 \cdot 10^9 \text{ Вт}/\text{см}^2$, $v \sim 5 \cdot 10^6 \text{ см}/\text{с}$, $R \sim 0.3 \text{ см}$, $\tau \sim 3 \times 10^{-9} \text{ с}$, $D_0 \sim 10^3 \text{ см}^2/\text{с}$ и $h \sim 3 \cdot 10^{-2} \text{ см}$, получаем, что по сравнению с полем в плазме коэффициент ослабления поля вблизи плазмы составляет $\sim 5 \cdot 10^{-2}$, а соответствующий коэффициент за мишенью имеет величину $\sim 3 \cdot 10^{-4}$. При этом продолжительность существования поля за мишенью будет $\tau_R \sim 10^{-5} \text{ с}$.

Авторы благодарят Г.М.Гандельмана за полезные обсуждения.

Список литературы

- [1] Коробкин В.В., Серов Р.В. // Письма в ЖЭТФ. 1966. Т. 4. Вып. 1. С. 103–106.
- [2] Stamper J.A., Popandopoulos K., Sudan R.N. et al. // Phys. Rev. Lett. 1971. Vol. 26. N 17. P. 1012–1015.
- [3] Drouet M.G., Bolton R. // Phys. Rev. Lett. 1976. Vol. 36. N 11. P. 591–594.
- [4] Большов Л.А., Дрейзин Ю.А., Дыхне А.М. // Письма в ЖЭТФ. Т. 19. Вып. 5. С. 288–291.
- [5] Аскарьян Г.А., Батанов Г.М., Бережецкая Н.К. и др. // Письма в ЖЭТФ. 1979. Т. 29. Вып. 11. С. 706–709.
- [6] Барчуков А.И., Кононов В.И., Никитин П.И., Прохоров А.М. // ЖЭТФ. 1980. Т. 78. Вып. 3. С. 957–965.
- [7] Ананьев О.Б., Быковский Ю.А., Замышляев Б.В. и др. // Квантовая электрон. 1983. Т. 10. № 3. С. 523–533.
- [8] Горбунов В.А., Никольская Л.С., Петрухин А.И. и др. // Квантовая электрон. 1984. Т. 11. № 2. С. 349–354.
- [9] Бодулинский В.К., Комагоркин В.А., Кондратенко П.С. // Тез. докл. VIII Всесоюз. конф. по взаимодействию оптического излучения с веществом. Л., 1990. Т. 2. С. 178.
- [10] Landau L.D., Lifshits E.M. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 622 с.