

01:07
©1993 г.

ОТРАЖЕНИЕ И РАССЕЯНИЕ СВЕТА ОТ ТРЕХСЛОЙНОЙ СТРУКТУРЫ С ДВУМЯ ШЕРОХОВАТЫМИ ГРАНИЦАМИ РАЗДЕЛА

А.В.Федоров, Ю.В.Рождественский

Методом малых возмущений решена граничная задача рассеяния световых волн в системе, состоящей из трех сред, разделенных шероховатыми поверхностями. Получены явные выражения для средних и флуктуационных полей. Построены эллипсометрические параметры Δ , Ψ . Обсуждаются возможности применения этих результатов для оптической диагностики статистических параметров шероховатых поверхностей.

Введение

Широкое использование в микро- и оптоэлектронных технологиях слоистых структур и сверхрешеток (в том числе и квантовых), а также тенденция к микроминиатюризации элементной базы значительно повысили требования к качеству геометрических характеристик поверхностей раздела сред. Действительно, если элементы сложных многослойных структур обладают характерным линейным размером порядка 100 \AA , то такой геометрический параметр, как шероховатость границы раздела, существенно влияет на электрофизические и оптические свойства приборов.

Известно, что в результате травления, окисления, эпитаксии и т.п. шероховатость поверхностей заметно меняется. Это приводит к необходимости быстро и точно контролировать такие статистические параметры шероховатости, как дисперсия высот σ и длина корреляции L .

Существует несколько методов определения геометрических характеристик поверхностей. Однако, на наш взгляд, наиболее перспективными являются оптические методы, позволяющие осуществить неразрушающий контроль. Среди же оптических методов относительно простой и высокой чувствительностью обладает эллипсометрический метод, в котором анализируются фазовые соотношения между отраженными (рассеянными) световыми волнами различных поляризаций.

Отметим, что эллипсометрический измерительный комплекс, оснащенный пакетом прикладных программ для обработки экспериментальных данных, дает уникальную возможность проводить мониторинг тех-

вологических процессов в масштабе реального времени. Однако получаемые при этом результаты будут адекватны реальной ситуации только в случае, когда учтено влияние шероховатости границ раздела сред на отражение (рассеяние) света.

Проблема взаимодействия различных волн с шероховатыми поверхностями встречается во многих областях физики, например акустике, радиофизике, оптике, молекулярной физике и т.п. Но, несмотря на более чем 100-летнюю историю, данная задача еще далека от окончательного решения. Полученные к настоящему времени результаты можно условно разделить на три группы: метод малых возмущений, метод Кирхгофа и двухмасштабная модель [1]. Самым разработанным и математически обоснованным является метод малых возмущений. Он основан на представлении отраженных (рассеянных) волн в виде степенного ряда по двум параметрам $\sigma/L \ll 1$, $\sigma \cdot k \ll 1$, (k — волновой вектор). Применительно к оптике ММВ наиболее полно развит в работах [2-4], в которых по теории возмущений решается формальная задача рассеяния и сформулированы правила вычисления членов борновского ряда любого конечного порядка. В обратном предельном случае, когда $\min(\sigma, L) \cdot k \gg 1$, применяется метод Киргофа, являющийся квазиклассическим приближением для задачи рассеяния. Если же на поверхности раздела сред имеются крупные неровности, промодулированные мелкой "рябью", то используется двухмасштабная модель, предложенная в [5].

Отметим, что до настоящего времени исследовалось рассеяние света от одной шероховатой поверхности, что существенно ограничивает область применимости полученных результатов, так как они описывают взаимодействие света лишь со сверхчистыми металлическими либо массивными сильнопоглощающими объектами, когда влиянием задней границы можно пренебречь. Однако в естественных условиях на поверхности материалов образуются тонкие органические или окисные пленки, следовательно, любой рассеивающий объект обладает по крайней мере двумя шероховатыми поверхностями, вносящими сопоставимые вклады в фотоотклик. Большой интерес представляет также многослойная структура, например диэлектрик-полупроводник, необходимый элемент приборов с зарядовой связью, полевых транзисторов, и металл-диэлектрик-полупроводник.

Настоящая работа посвящена исследованию взаимодействия световых волн с двумя статистически независимыми и статистически однородными шероховатыми поверхностями раздела. При этом получены явные выражения эллипсометрических параметров для изотропной автокорреляционной функции произвольного вида. Анализ результатов показал, что они при выборе соответствующих параметров переходят в известные выражения для одной границы раздела. Далее представлены зависимости эллипсометрических параметров как от угла падения Θ , так и от дисперсии высот σ и длины корреляции L (рис. 2-8). Для сопоставления с уже известными результатами расчеты были проведены с гауссовской автокорреляционной функцией для случая одной поверхности раздела.

В работе также обсуждаются возможные практические применения изложенного метода определения шероховатости поверхности и его дальнейшее обобщение на случай статистически анизотропных и коррелированных границ раздела.

Рассеяние света шероховатыми поверхностями

Рассмотрим рассеяние плоской монохроматической световой волны частоты ω , падающей под углом Θ на систему (рис. 1), состоящую из трех сред с комплексными диэлектрическими проницаемостями ϵ_m ($m = 1, 2, 3$). Предположим, что в среднем параллельные друг другу поверхности раздела сред, эффективное расстояние между которыми равно d , описываются случайными нормальными функциями $f_n(x)$. Как известно [6], такие функции полностью определяются заданием их средних значений $\langle f_n(x) \rangle$, дисперсий $\sigma_n = \langle f_n^2(x) \rangle$ и автокорреляционных функций $W_n(x_1 x_2) = \sigma_n^{-2} \langle f_n(x_1) f_n(x_2) \rangle$. Здесь и далее угловыми скобками обозначено статистическое усреднение случайных величин, выполненное с помощью соответствующих плотностей вероятности [1].

Для вычисления электромагнитных полей в такой системе необходимо решить граничную задачу рассеяния. Будем считать, что выполняются следующие неравенства:

$$\max(\sigma_n |\epsilon_m|^{1/2}) \omega / c \ll 1, \quad \max(\sigma_n / L_n) \ll 1, \quad (1)$$

где c — скорость света в вакууме, а L_n — минимальный, из определяющих автокорреляционную функцию, радиусов корреляции, и таким образом применим метод малых возмущений. Мы используем вариант этого метода [1,2], основанный на представлении электромагнитных полей в m -й среде $\mathbf{E}_m, \mathbf{H}_m$ в виде суммы средних $\mathbf{E}_m, \mathbf{H}_m$ и флуктуационных $\mathbf{e}_m, \mathbf{h}_m$ компонент

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_m &= \mathbf{E}_m + \mathbf{e}_m, & \mathbf{H}_m &= \mathbf{H}_m + \mathbf{h}_m, \\ \mathbf{E}_m &= \langle \mathbf{E}_m \rangle, & \mathbf{H}_m &= \langle \mathbf{H}_m \rangle, & \langle \mathbf{e}_m \rangle &= \langle \mathbf{h}_m \rangle = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

причем в силу предполагаемой статистической однородности поверхностей раздела средние поля $\mathbf{E}_m, \mathbf{H}_m$ подчиняются законам Снеллиуса и имеют явный вид, совпадающий с видом полей для случая плоских границ. Однако в отличие от последних коэффициенты отражения R_m и

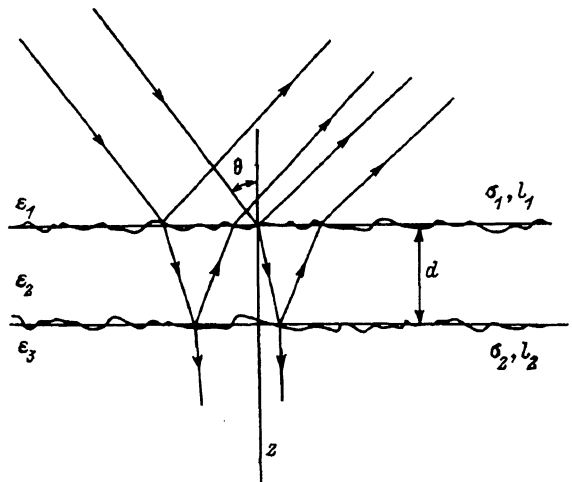


Рис. 1. Схема рассеяния световой волны на объекте с двумя шероховатыми границами раздела.

σ_i — дисперсия высот шероховатостей; L_i — длины корреляций ($i = 1, 2$); ϵ_m — диэлектрические проницаемости сред ($m = 1, 2, 3$); Θ — угол падения световой волны; d — эффективная толщина второй среды.

пропускания T_m средних полей не выражаются больше простыми формулами Френеля [7], а являются неизвестными величинами, подлежащими определению в ходе решения граничной задачи.

Воспользовавшись представлением (2), линейностью уравнений Максвелла и приведенными выше неравенствами, позволяющими записать граничные условия в виде разложения по малым параметрам, получим замкнутую систему уравнений для коэффициентов отражения и пропускания средних полей и амплитуд флуктуационных полей. В системе координат, связанной с плоскостью падения (рис. 1), эти уравнения, записанные с точностью до членов первого не исчезающего порядка по малым параметрам при условии статистической независимости друг от друга первой и второй границы раздела, имеют следующий вид:

$$\left\{ \hat{U}_{i-1}(z)(\mathcal{E}_{i,\alpha}(\mathbf{x}, z) - \mathcal{E}_{i-1,\alpha}(\mathbf{x}, z)) + \langle f_{i-1}(\mathbf{x}) \frac{\partial}{\partial z} (e_{i,\alpha}(\mathbf{x}, z) - e_{i-1,\alpha}(\mathbf{x}, z)) + \right. \\ \left. + \gamma_{i-1,\alpha}(\mathbf{x})(e_{i,z}(\mathbf{x}, z) - e_{i-1,z}(\mathbf{x}, z)) \right\} \Big|_{z=z_{i-1}} = 0, \\ \left\{ \hat{U}_{i-1}(z)(\mathcal{H}_{i,\alpha}(\mathbf{x}, z) - \mathcal{H}_{i-1,\alpha}(\mathbf{x}, z)) + \langle f_{i-1}(\mathbf{x}) \frac{\partial}{\partial z} (h_{i,\alpha}(\mathbf{x}, z) - \right. \\ \left. - h_{i-1,\alpha}(\mathbf{x}, z)) \right\} \Big|_{z=z_{i-1}} = 0, \quad (3)$$

и

$$\left\{ e_{i,\alpha}(\mathbf{x}, z) - e_{i-1,\alpha}(\mathbf{x}, z) + A_{i-1,\alpha}(\mathbf{x}, z) \right\} \Big|_{z=z_{i-1}} = 0, \\ \left\{ h_{i,\alpha}(\mathbf{x}, z) - h_{i-1,\alpha}(\mathbf{x}, z) + B_{i-1,\alpha}(\mathbf{x}, z) \right\} \Big|_{z=z_{i-1}} = 0, \\ \operatorname{div}(\mathbf{e}_m(\mathbf{x}, z)) = 0, \quad (4)$$

где

$$\hat{U}_i(z) = 1 + \frac{\sigma_1^2}{2} \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \quad \gamma_{i,x}(\mathbf{x}) = \frac{\partial f_i(\mathbf{x})}{\partial x}, \quad \gamma_{i,y}(\mathbf{x}) = \frac{\partial f_i(\mathbf{x})}{\partial y}, \\ z_2 - z_1 = d, \quad \alpha = x, y; \quad i = 2, 1; \quad m = 1, 2, 3;$$

а функции $A_{i,\alpha}(\mathbf{x}, z)$, $B_{i,\alpha}(\mathbf{x}, z)$ равны

$$A_{i,\alpha}(\mathbf{x}, z) = f_i(\mathbf{x}) \frac{\partial}{\partial z} (\mathcal{E}_{i+1,\alpha}(\mathbf{x}, z) - \mathcal{E}_{i,\alpha}(\mathbf{x}, z)) + \gamma_{i,\alpha}(\mathbf{x}) \times \\ \times (\mathcal{E}_{i+1,z}(\mathbf{x}, z) - \mathcal{E}_{i,z}(\mathbf{x}, z)), \\ B_{i,\alpha}(\mathbf{x}, z) = f_i(\mathbf{x}) \frac{\partial}{\partial z} [\mathcal{H}_{i+1,\alpha}(\mathbf{x}, z) - \mathcal{H}_{i,\alpha}(\mathbf{x}, z)]. \quad (5)$$

Для определения из (3), (4) коэффициентов отражения и пропускания средних полей и амплитуд флуктуационных полей поступим следующим образом. Вначале, считая величины $A_{i,\alpha}(\mathbf{x}, z)$, $B_{i,\alpha}(\mathbf{x}, z)$ известными, решим систему (4). Это удобно делать в представлении волновых векторов,

которое связано с координатным представлением двумерным преобразованием Фурье,

$$e_1(\mathbf{x}, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^2} e_1(\mathbf{q}) \exp[-i\beta_1 z + i\mathbf{q}\mathbf{x}],$$

$$e_2(\mathbf{x}, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} d\mathbf{q} [e_2^+(\mathbf{q})e^{i\beta_2 z} + e_2^-(\mathbf{q})e^{i\beta_2 z}] \cdot e^{i\mathbf{q}\mathbf{x}},$$

$$e_3(\mathbf{x}, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^2} e_3(\mathbf{q})e^{i\beta_3 z + i\mathbf{q}\mathbf{x}}, \quad \beta_i = (k_i^2 - q^2)^{1/2}, \quad k_i^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_i,$$

$$A_{i,\alpha}(\mathbf{x}, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^2} A_{i,\alpha}(\mathbf{q})e^{i\mathbf{q}\mathbf{x}}, \quad B_{i,\alpha}(\mathbf{x}, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^2} B_{i,\alpha}(\mathbf{q})e^{i\mathbf{q}\mathbf{x}}. \quad (6)$$

При записи флуктуационных полей в первой и третьей средах использовалась гипотеза Рэлея, которая, как показано в [8], дает хорошее приближение, если $\gamma_{i,\alpha}(\mathbf{x}) \approx \sigma_n/L_n \lesssim 0.4$. В нашем случае это неравенство заведомо выполняется, так как σ_n/L_n является малым параметром теории (1). Полученное нами решение системы уравнений (4) в представлении волновых векторов удобно записать в следующей форме:

$$e_{1\beta}(\mathbf{q}) = \sum_{i,\alpha} [C_{1\beta,i\alpha} A_{i,\alpha}(\mathbf{q}) + D_{1\beta,i\alpha} B_{i,\alpha}(\mathbf{q})],$$

$$e_{2\beta}(\mathbf{q}) = \sum_{i,\alpha} [C_{2\beta,i\alpha}^{\pm} A_{i,\alpha}(\mathbf{q}) + D_{2\beta,i\alpha}^{\pm} B_{i,\alpha}(\mathbf{q})],$$

$$e_{3\beta}(\mathbf{q}) = \sum_{i,\alpha} [C_{3\beta,i\alpha} A_{i,\alpha}(\mathbf{q}) + D_{3\beta,i\alpha} B_{i,\alpha}(\mathbf{q})],$$

$$i = 1, 2; \quad \alpha = x, y; \quad \beta = x, y, z. \quad (7)$$

Коэффициенты $C_{n\beta,i\alpha}$, $D_{n\beta,i\alpha}$ приведены в Приложении А. Теперь выражения для флуктуационных полей (6), (7) подставим в систему (3), которая в силу соотношений (5) становится замкнутой. Эта система была решена нами для падающих световых волн s - и p -поляризации. В общем случае полученные результаты слишком громоздки. Поэтому мы ограничимся статистически изотропными поверхностями раздела сред и приведем явные выражения средних полей в первой среде $\mathcal{E}_{1\alpha}^{s(p)}$, $\mathcal{H}_{1\alpha}^{s(p)}$, т.к. именно они необходимы для построения эллипсометрических параметров Ψ , Δ . В силу статистической изотропности поверхностей раздела, для s — поляризованной падающей волны, в первой среде отличны от нуля следующие компоненты средних полей

$$\mathcal{E}_{1y}^s(\mathbf{x}, z) = \mathcal{R}_{1s} E_0^s \exp[ik_{1x}x - ik_{1z}z],$$

$$\mathcal{H}_{1x}^s(\mathbf{x}, z) = \mathcal{E}_{1y}^s(\mathbf{x}, z) \cos \Theta, \quad \mathcal{H}_{1z}^s(\mathbf{x}, z) = \mathcal{E}_{1y}^s(\mathbf{x}, z) \sin \Theta, \quad (8)$$

а для p -поляризованной волны

$$\mathcal{H}_{1y}^p(\mathbf{x}, z) = \mathcal{R}_{1p} H_0^p \exp[ik_{1x}x - ik_{1z}z],$$

$$\mathcal{E}_{1x}^p(\mathbf{x}, z) = -\cos \Theta \mathcal{H}_{1y}^p(\mathbf{x}, z), \quad k_{1x} = k_0 \sin \Theta,$$

$$\mathcal{E}_{1z}^p(\mathbf{x}, z) = -\mathcal{H}_{1y}^p(\mathbf{x}, z) \cdot \sin \Theta, \quad k_{1z} = (k_1^2 - k_{1x}^2)^{1/2},$$

$$k_0 = \omega/c, \quad (9)$$

где E_0^s, H_0^p — амплитуды падающих волн соответствующей поляризации, $\mathcal{R}_{1s}, \mathcal{R}_{1p}$ — коэффициенты отражения для средних полей.

Эллипсометрические параметры Ψ, Δ стандартным образом выражаются через $\mathcal{R}_{1s}, \mathcal{R}_{1p}$

$$\exp(i\Delta) \operatorname{tg} \Psi = \mathcal{R}_{1p}/\mathcal{R}_{1s}. \quad (10)$$

Коэффициенты же отражения \mathcal{R}_{1s} и \mathcal{R}_{1p} имеют следующий вид:

$$\mathcal{R}_{1\alpha} = \frac{R_{12}^\alpha + R_{23}^\alpha (T_{12}^\alpha T_{21}^\alpha - R_{21}^\alpha R_{12}^\alpha) \exp[2ik_{2z}d]}{1 - R_{21}^\alpha R_{23}^\alpha \exp(2ik_{2z}d)}, \quad \alpha = s, p \quad (11)$$

обусловленный эффектом многолучевой интерференции. Шероховатость границ раздела приводит к тому, что коэффициенты отражения от одной поверхности R_{nm}^α не обладают больше свойством антисимметрии при перестановке индексов n и m

$$R_{12}^s = r_{12}^s (1 - 2\sigma_1^2 k_{1z} (k_{2z} + M_{1x})),$$

$$R_{21}^s = r_{21}^s (1 - 2\sigma_1^2 k_{2z} (k_{1z} - M_{1x})),$$

$$R_{23}^s = r_{23}^s (1 - 2\sigma_2^2 k_{2z} (k_{3z} - M_{2x})),$$

$$R_{12}^s R_{21}^s - T_{12}^s T_{21}^s = - [1 - 2\sigma_1^2 (k_{1z} - k_{2z}) M_{1x}],$$

$$R_{12}^p = r_{12}^p - 2\sigma_1^2 s_{12} k_{1z} \left[k_{2z} - \frac{k_{1x}^2}{k_1^2} N_1 - 2k_{1x} k_{2z} P_1 + \frac{k_{2z}^2}{k_2^2} M_{1y} \right],$$

$$R_{21}^p = r_{21}^p - 2\sigma_1^2 s_{21} k_{2z} \left[k_{1z} + \frac{k_{1x}^2}{k_2^2} N_1 - 2k_{1x} k_{1z} P_1 - \frac{k_{1z}^2}{k_1^2} M_{1y} \right],$$

$$R_{23}^p = r_{23}^p - 2\sigma_2^2 s_{23} k_{2z} \left[k_{3z} + \frac{k_{1x}^2}{k_2^2} N_2 - 2k_{1x} k_{3z} P_2 - \frac{k_{3z}^2}{k_3^2} M_{2y} \right],$$

$$T_{12}^p T_{21}^p - R_{12}^p R_{21}^p = 1 + 2\sigma_1^2 s_{12} \left(\frac{k_{1z}}{k_1^2} + \frac{k_{2z}}{k_2^2} \right) (k_{1x}^2 N_1 + k_{1z} k_{2z} M_{1y}). \quad (12)$$

В (12) введены следующие обозначения:

$$s_{nm} = \frac{k_n^2 k_m^2 (k_m^2 - k_n^2)}{[k_{nz} k_m^2 + k_{mz} k_n^2]^2}, \quad r_{nm}^s = \frac{k_{nz} - k_{mz}}{k_{nz} + k_{mz}},$$

$$r_{nm}^p = \frac{k_{nz}k_m^2 - k_{mz}k_n^2}{k_{mz}k_n^2 + k_{nz}k_m^2}, \quad k_{nz}^2 = k_n^2 - k_{1x}^2, \quad \{n, m\} = 1, 2, 3. \quad (13)$$

Величины $M_{n\alpha}$, N_n , P_n ($n = 1, 2$; $\alpha = x, y$) являются двумерными интегралами вида

$$\{M_{n\alpha}, N_n, P_n\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^2} W_n(q_x - k_{1x}, q_y) \{M_{n\alpha}(\mathbf{q}), N_n(\mathbf{q}), P_n(\mathbf{q})\}, \quad (14)$$

где $W_n(q_x - k_{1x}, q_y)$ — фурье-образ автокорреляционной функции первой ($n = 1$) или второй ($n = 2$) поверхности раздела сред, а явные выражения для функций $M_{n\alpha}(\mathbf{q})$, $N_n(\mathbf{q})$, $P_n(\mathbf{q})$ приведены в Приложении В.

Из (11) видно, что если дисперсии высот первой и второй границы раздела положить равными нулю, то коэффициенты отражения $\mathcal{R}_{1\alpha}$ совпадают с соответствующими формулами (см., например, [7]), описывающими случай многолучевой интерференции в отсутствие шероховатости. Аналогично тому, как это имеет место для плоских границ, их (11) можно тремя способами получить выражения коэффициентов отражения от одной поверхности раздела. Так, при $\varepsilon_3 = \varepsilon_2$ (11) описывает отражение света от границы между первой и второй средой, а при $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ — от границы между второй и третьей средой. Во втором случае, как и в отсутствие шероховатости, коэффициенты отражения имеют дополнительный фазовый множитель $\exp(i2k_{1z}d)$. Его появление связано с тем, что граница раздела сред расположена на расстоянии d от начала координат. Третий способ получения из (11) коэффициентов отражения света от одной границы заключается в том, чтобы приравнять нулю толщину второй среды d и положить равными дисперсии высот и автокорреляционные функции первой и второй поверхности раздела сред. При этом (11) будет описывать отражение света от границы между первой и третьей средой. Следует отметить, что получаемые описанными выше способами коэффициенты отражения света от одной поверхности совпадают с известными выражениями (см., например, [3]), если те и другие записать в одинаковых обозначениях.

Обсуждение результатов

Для дальнейшего анализа полученных результатов необходимо задать явный вид автокорреляционной функции. Мы ограничимся случаем, когда автокорреляционные функции как первой, так и второй поверхности раздела сред являются однопараметрическими гауссовскими формами,

$$W_n(q_x - k_{1x}, q_y) = \pi L_n^2 \exp \left\{ -L_n^2 [(q_x - k_{1x})^2 + q_y^2] / 4 \right\}; \quad n = 1, 2. \quad (15)$$

Данный выбор обусловлен тем, что выражения (15) очень часто используются в моделях случайно шероховатой поверхности, применяемых как в теоретических расчетах, так и при интерпретации экспериментальных данных [9]. Кроме того, при подстановке (15) в (14) удается явно выполнить одно интегрирование, что существенно упрощает численные расчеты коэффициентов отражения и эллипсометрических параметров.

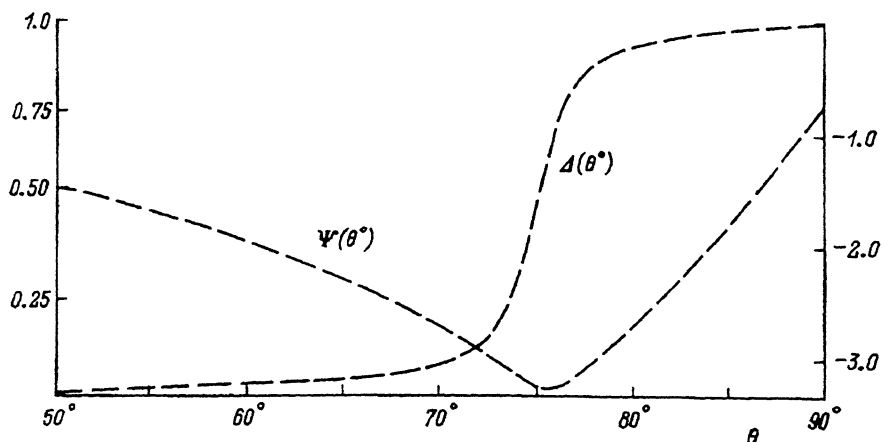


Рис. 2. Зависимость эллипсометрических параметров Δ , Ψ от угла падения Θ для объекта с одной границей раздела.

$\sigma_1 = 0.1$, $L_1 = 1.0$, $\epsilon_1 = 1.0 + i \cdot 0.0$ (воздух), $\epsilon_2 = 15.26 + i \cdot 0.704$ (Si), $\hbar\omega = 1.95$ эВ.

На рис. 2-8 представлены результаты численных расчетов (в расчетах была использована система единиц, в которой σ и L измерялись в единицах $k_0 = \omega/c$) эллипсометрических параметров Δ , Ψ и их изменений $\delta\Delta = \Delta - \Delta_0$, $\delta\Psi = \Psi - \Psi_0$ (Δ_0 , Ψ_0 — эллипсометрические параметры в отсутствие шероховатости) в зависимости от угла падения Θ , дисперсии высот σ и длины корреляции L для одной шероховатой границы раздела $\epsilon_2 = \epsilon_3$. Выбор одной границы позволяет сравнить наши результаты с полученными ранее [2-4] и вместе с тем дает возможность демонстрации основных качественных особенностей отражения (рассеяния) света от шероховатой поверхности.

На рис. 2 представлены зависимости Δ и Ψ от угла падения Θ световой волны. Очевидно, что наличие шероховатости эквивалентно введению дополнительного механизма экстинкции, обусловленного рассеянием света на шероховатой поверхности. Отметим, что в случае поглощающих сред шероховатость не вызывает качественного изменения зависимостей $\Delta(\Theta)$, $\Psi(\Theta)$. Напротив, для прозрачных сред ее наличие приводит к тому, что $\Delta(\Theta)$ уже не является ступенчатой функцией угла падения Θ , а $\min \Psi(\Theta) \neq 0$.

На рис. 3-6 представлены изменения эллипсометрических параметров $\delta\Delta$, $\delta\Psi$, обусловленные наличием шероховатости. Как и следовало ожидать, наиболее резкие изменения $\delta\Delta$, $\delta\Psi$ от угла падения Θ происходят вблизи эффективного угла Брюстера [7]. При этом абсолютные значения $\delta\Delta$, $\delta\Psi$ уменьшаются при увеличении длины корреляции L (рис. 3, 4) или уменьшении дисперсии высот σ (рис. 5, 6). Такое поведение $\delta\Delta$, $\delta\Psi$ в зависимости от σ очевидно, а в зависимости от L связано с тем, что при $L \rightarrow \infty$ (12)

$$R_{12}^{s,p} = \tau_{12}^{s,p} (1 - 1\sigma^2 k_{1z}^2),$$

следовательно, согласно (10), эллипсометрические параметры Δ , Θ не зависят от параметров шероховатости.

Наиболее ярко это видно из рис. 7, 8, на которых представлены зависимости $\delta\Delta$, $\delta\Psi$ от длины корреляции L .

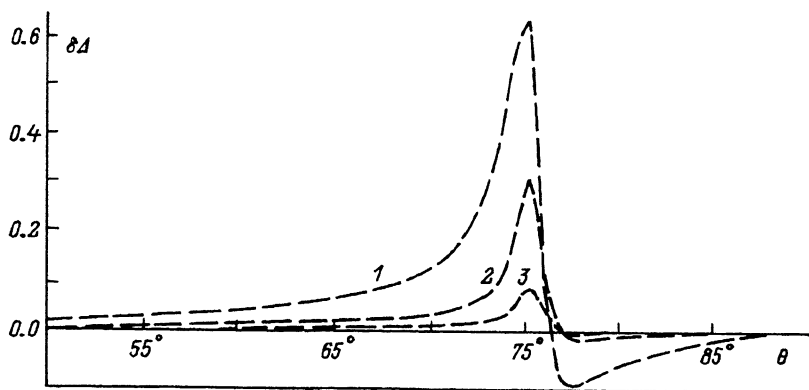


Рис. 3. Изменение эллипсометрического параметра $\Delta - \delta\Delta = \Delta - \Delta_0$ за счет шероховатости (Δ_0 — соответствует отсутствию шероховатости) в зависимости от угла падения Θ для $\sigma_1 = 0,1$.

1 — $L_1 = 1,0$, 2 — 2,0, 3 — 4,0. Остальные параметры те же, что на рис. 2.

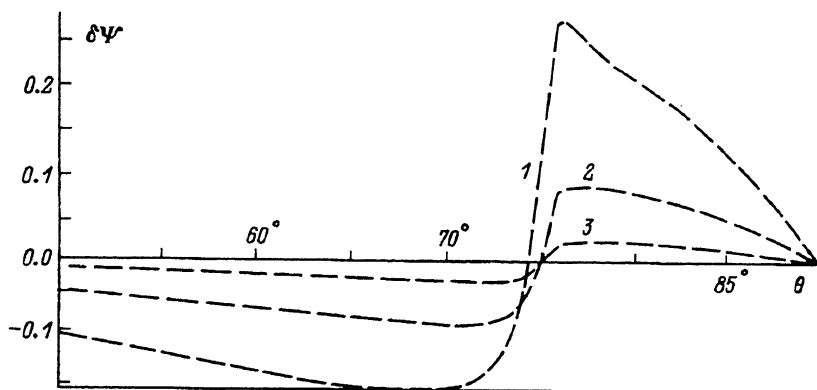


Рис. 4. Изменение эллипсометрического параметра Ψ : $\delta\Psi = \Psi - \Psi_0$ (Ψ_0 соответствует отсутствию шероховатости) в зависимости от угла падения Θ для $\sigma_1 = 0,1$.

Цифры — те же длины корреляций, что на рис. 3.

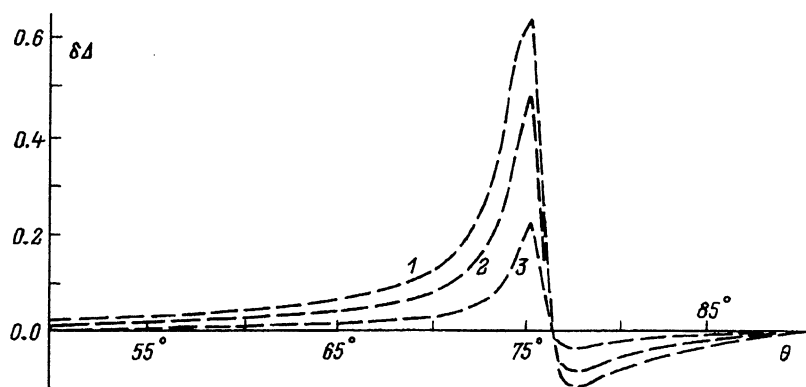


Рис. 5. Изменение эллипсометрического параметра Δ : $\delta\Delta = \Delta - \Delta_0$ в зависимости от угла падения Θ для $L_1 = 1,0$.

1 — $\sigma_1 = 0,1$, 2 — 0,08, 3 — 0,05.

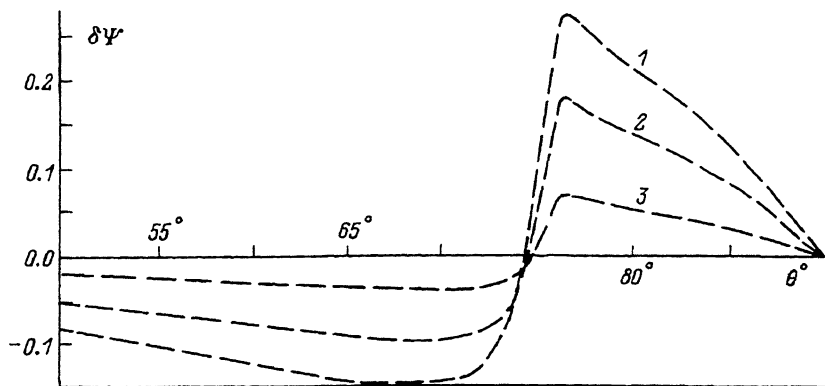


Рис. 6. Изменение эллипсометрического параметра Ψ : $\delta\Psi = \Psi - \Psi_0$ в зависимости от угла падения Θ для $L_1 = 1.0$.

1-3 — те же, что и на рис. 5.

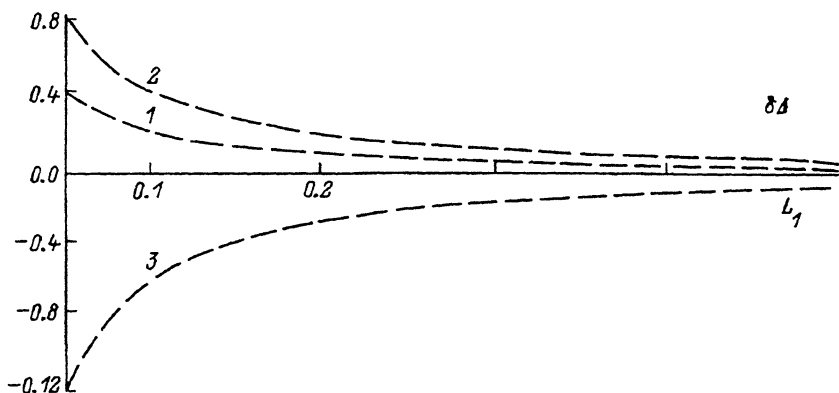


Рис. 7. Изменение эллипсометрического параметра Δ за счет шероховатости $\delta\Delta = \Delta - \Delta_0$ от длины корреляции L_1 для $\sigma_1 = 10^{-2}$.

Θ , град: 1 — 73, 2 — 70, 3 — 77. Остальные параметры те же, что на рис. 2.

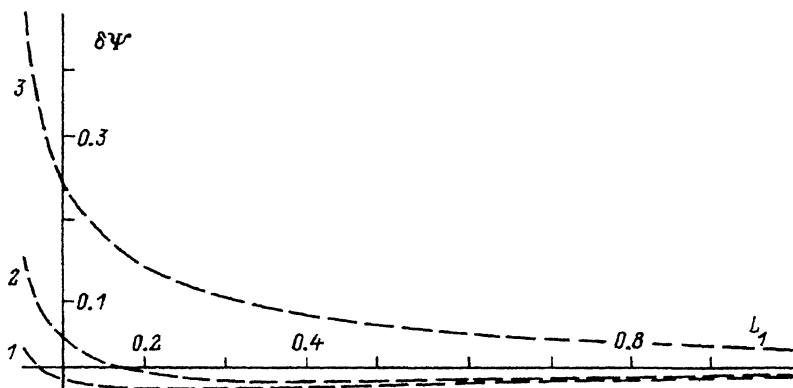


Рис. 8. Изменение эллипсометрического параметра Ψ за счет шероховатости $\delta\Psi = \Psi - \Psi_0$ от длины корреляции L_1 для $\sigma_1 = 10^{-2}$.

Углы падения и другие параметры те же, что на рис. 7.

Заключение

Перечислим основные результаты работы. Методом малых возмущений рассчитано рассеяние света от двух шероховатых поверхностей. Получены выражения для средних и флуктуационных полей, а также коэффициенты отражения и пропускания s - и p -поляризованных волн в зависимости от параметров шероховатости, эффективной толщины пленки и угла падения света для комплексных диэлектрических проницаемостей. Их этих выражений могут быть построены различные физические величины, например индикатриса рассеяния, параметры Стокса и т.п. В частности, были вычислены эллипсометрические параметры Δ , Ψ , которые могут использоваться для решения обратной задачи рассеяния [10,11] с целью определения статистических параметров шероховатости. Нами был создан пакет прикладных программ для автоматизированного эллипсометрического комплекса, решающего эту задачу.

Из возможных обобщений нашей работы следует указать два направления. Во-первых, это решение прямой задачи рассеяния с большим числом шероховатых границ раздела сред и возможный учет корреляции между шероховатостями на различных поверхностях. Это направление носит формально-технический характер. Во-вторых, имеется принципиальное обобщение, связанное с отказом от разложения по параметру $\tau \cdot k \ll 1$. В работе [12] показано, что фактически необходимым параметром ММВ является только $\tau/L \ll 1$. Следовательно, можно попытаться решить прямую задачу рассеяния при произвольных по отношению к длине волны высотах шероховатости. Получаемые при этом выражения давали ли бы в предельных случаях результаты МК и обычного ММВ.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Коэффициенты, определяющие флуктуационные поля (7), имеют следующий вид:

$$C_{1\gamma, i\alpha} = \delta_{1i} \delta_{\gamma\alpha} + C_{2\gamma, i\alpha}^{(+)} + C_{2\gamma, i\alpha}^{(-)},$$

$$D_{1\gamma, i\alpha} = D_{2\gamma, i\alpha}^{(+)} + D_{2\gamma, i\alpha}^{(-)},$$

$$\beta_1 C_{1z, i\alpha} = q_x C_{1x, i\alpha} + q_y C_{1y, i\alpha},$$

$$\beta_1 D_{1z, i\alpha} = q_x D_{1x, i\alpha} + q_y D_{1y, i\alpha},$$

$$C_{3\gamma, i\alpha} = U_3^{-1}(q) \left[\delta_{2i} \delta_{\gamma\alpha} + U_2(q) C_{2\gamma, i\alpha}^{(+)} + U_2^{-1}(q) C_{2\gamma, i\alpha}^{(-)} \right],$$

$$D_{3\gamma, i\alpha} = U_3^{-1}(q) \left[U_2(q) D_{2\gamma, i\alpha}^{(+)} + U_2^{-1}(q) D_{2\gamma, i\alpha}^{(-)} \right],$$

$$\beta_3 C_{3z, i\alpha} = -q_x C_{3x, i\alpha} - q_y C_{3y, i\alpha},$$

$$\beta_3 D_{3z, i\alpha} = -q_x D_{3x, i\alpha} - q_y D_{3y, i\alpha},$$

$$\beta_2 C_{2z, i\alpha}^{(\pm)} = \mp \left[q_x C_{2x, i\alpha}^{(\pm)} + q_y C_{2y, i\alpha}^{(\pm)} \right],$$

$$\beta_2 D_{2z, i\alpha}^{(\pm)} = \mp \left[q_x D_{2x, i\alpha}^{(\pm)} + q_y D_{2y, i\alpha}^{(\pm)} \right],$$

$$U_n(q) = \exp[id\beta_n], \quad n = 2, 3; \quad i = 1, 2; \quad \alpha, \gamma = x, y;$$

$$V_{xy}^{(n)} = \frac{q_x q_y}{\Omega} U_2^n(q), \quad V^{(n)} = U_2^n(q)/\Omega, \quad n = 0, 1, 2;$$

$$D_{2x,1x}^{(+)} = -D_{2y,1y}^{(+)} = -k_0 V_{xy}^{(0)} D_{13}^{(1)}, \quad D_{2x,2x}^{(-)} = -D_{2y,2y}^{(-)} = k_0 V_{xy}^{(1)} D_{31}^{(1)},$$

$$D_{2x,2x}^{(+)} = -D_{2y,2y}^{(+)} = -k_0 V_{xy}^{(1)} D_{13}^{(2)}, \quad D_{2x,1x}^{(-)} = -D_{2y,1y}^{(-)} = k_0 V_{xy}^{(2)} D_{31}^{(2)}.$$

$$D_{2x,1y}^{(+)} = -k_0 V^{(0)} D_{13}^{(1)}(x), \quad D_{2y,1x}^{(+)} = k_0 V^{(0)} D_{13}^{(1)}(y), \quad D_{2x,2y}^{(-)} = k_0 V^{(1)} D_{31}^{(1)}(x),$$

$$D_{2y,2x}^{(-)} = -k_0 V^{(1)} D_{31}^{(1)}(y), \quad D_{2x,2y}^{(+)} = -k_0 V^{(1)} D_{13}^{(2)}(x),$$

$$D_{2y,2x}^{(+)} = k_0 V^{(1)} D_{13}^{(2)}(y),$$

$$D_{2x,1y}^{(-)} = k_0 V^{(2)} D_{31}^{(2)}(x), \quad D_{2y,1x}^{(-)} = -k_0 V^{(2)} D_{31}^{(2)}(y),$$

$$C_{2y,1x}^{(+)} = C_{2x,1y}^{(+)} = V_{xy}^{(0)} C_{13}^{(1)}, \quad C_{2x,2y}^{(-)} = C_{2y,2x}^{(-)} = V_{xy}^{(1)} C_{31}^{(1)},$$

$$C_{2y,2x}^{(+)} = C_{2x,2y}^{(+)} = -V_{xy}^{(1)} C_{13}^{(2)}, \quad C_{2y,1x}^{(-)} = C_{2x,1y}^{(-)} = -V_{xy}^{(2)} C_{31}^{(2)},$$

$$C_{2\alpha,1\alpha}^{(+)} = -V^{(0)} C_{13}^{(1)}(\alpha), \quad C_{2\alpha,2\alpha}^{(-)} = -V^{(1)} C_{31}^{(1)}(\alpha),$$

$$C_{2\alpha,2\alpha}^{(+)} = V^{(1)} C_{13}^{(2)}(\alpha), \quad C_{2\alpha,1\alpha}^{(-)} = V^{(2)} C_{31}^{(2)}(\alpha),$$

$$D_{in}^{(1)} = \frac{1}{\beta_i + \beta_2} [a_n - r_{12}(\beta) r_{32}(\beta) [b_n - 2\beta_2 \beta_1] U_2^2(q)],$$

$$D_{in}^{(2)} = \frac{r_{i2}(\beta)}{\beta_n + \beta_2} [a_i + 2\beta_2 \beta_n - r_{12}(\beta) r_{32}(\beta) b_i U_2^2(q)],$$

$$D_{in}^{(1)}(\alpha) = \frac{a_3 a_1 \xi_{13}}{\beta_1 + \beta_2} - q_\alpha^2 D_{in}^{(1)},$$

$$D_{in}^{(2)}(\alpha) = r_{12}(\beta) \frac{a_3 a_1 \xi_{13}}{\beta_n + \beta_2} - q_\alpha^2 D_{in}^{(2)},$$

$$C_{in}^{(1)} = \beta_i D_{in}^{(1)} - \frac{\beta_2 a_n \xi}{\beta_i + \beta_2}, \quad C_{in}^{(2)} = \beta_n D_{in}^{(2)} + r_{i2}(\beta) \frac{\beta_2 b_i \xi}{\beta_n + \beta_2},$$

$$C_{in}^{(1)}(\alpha) = \frac{\beta_i a_3 a_1 \xi_{13}}{\beta_2 + \beta_i} - q_\alpha^2 C_{in}^{(1)}, \quad \Omega = a_3 a_1 \xi \xi_{13},$$

$$C_{in}^{(2)}(\alpha) = \frac{\beta_n a_3 a_1 \xi_{13}}{\beta_n + \beta_2} r_{i2}(\beta) - q_\alpha^2 C_{in}^{(2)}, \quad a_n = q^2 + \beta_2 \beta_n,$$

$$r_{in}(\beta) = \frac{\beta_i - \beta_n}{\beta_i + \beta_n}, \quad \xi = 1 - r_{12}(\beta) r_{32}(\beta) U_2^2(q),$$

$$\xi_{13} = 1 - r_{12}(\beta) r_{32}(\beta) \frac{b_3 b_1}{a_3 a_1} U_2^2(q), \quad b_n = q^2 - \beta_2 \beta_n.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Явный вид функций $M_{n\alpha}(\mathbf{q})$, $N_n(\mathbf{q})$, $P_n(\mathbf{q})$ из выражения (14) дается следующими формулами (использованы обозначения основного текста и Приложения А):

$$M_{1\alpha}(\mathbf{q}) = \frac{\beta_1 - \beta_2}{\Omega} [\beta_1 \beta_2 \xi [a_3 + r_{32}(\beta) b_3 U_2^2(q)] +$$

$$+ q_\alpha^2 [\xi [a_3 - r_{32}(\beta) b_3 U_2^2(q)] - 2\beta_2(\beta_1 + \beta_3) r_{32}(\beta) [1 - r_{12}(\beta)] U_2^2(q)]$$

$$M_{2\alpha}(\mathbf{q}) = \frac{\beta_3 - \beta_2}{\Omega} [\beta_3 \beta_2 \xi [a_1 + r_{12}(\beta) b_1 U_2^2(q)]] + q_\alpha^2 [\xi [a_1 -$$

$$- r_{12}(\beta) b_1 U_2^2(q)] - 2\beta_2(\beta_1 + \beta_3) [1 - r_{32}(\beta)] r_{12}(\beta) U_2^2(q)],$$

$$N_1(\mathbf{q}) = \frac{\beta_1 - \beta_2}{\Omega} q^2 \xi [a_3 - r_{32}(\beta) b_3 U_2^2(q)],$$

$$N_2(\mathbf{q}) = \frac{\beta_3 - \beta_2}{\Omega} q^2 \xi [a_1 - r_{12}(\beta) b_1 U_2^2(q)],$$

$$P_1(\mathbf{q}) = \frac{\xi \cdot q_x}{\Omega} [a_3 - r_{12}(\beta) r_{32}(\beta) b_3 U_2^2(q)],$$

$$P_2(\mathbf{q}) = \frac{\xi \cdot q_x}{\Omega} [a_1 - r_{12}(\beta) r_{32}(\beta) b_1 U_2^2(q)].$$

Список литературы

- [1] Басс Ф.Г., Фукс И.М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. М.: Наука, 1972. 424 с.
- [2] Жук Н.П. // Опт. и спектр. 1986. Т. 61. Вып. 3. С. 560-565.
- [3] Рожнов Г.В. // ЖЭТФ. 1988. Т. 94. Вып. 2. С. 50-62.
- [4] Жук Н.П., Третьяков О.А., Яровой А.Г. // ЖЭТФ. 1990. Т. 98. Вып. 11. С. 1520-1530.
- [5] Курьянов Б.Ф. // Акуст. журнал. 1962. Т. 8. № 3. С. 325-331.
- [6] Лугачев В.С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. М.: Физматгиз, 1962. 883 с.
- [7] Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1990. 855 с.
- [8] Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. Т. 2. М.: Мир, 1981. 280 с.
- [9] Marx E., Vorburget T.V. // Appl. Opt. 1990. Vol. 29. N 25. P. 3613-3626.
- [10] Обратные задачи в оптике / Под ред. Г.П.Болтс. М.: Машиностроение, 1984. 200 с.
- [11] Дронь О.С., Рождественский Ю.В., Толмачев В.А., Федоров А.В. // Тез. XIV Междунар. конф. по когерентной и нелинейной оптике. Ленинград, 1991. Т. 2. С. 105-106.
- [12] Воронович А.Г. // ЖЭТФ. 1985. Т. 89. Вып. 7. С. 116-125.

Всероссийский научный центр
(ГОИ им.С.И.Вавилова)
Санкт-Петербург

Поступило в Редакцию
17 апреля 1992 г.