

07

©1993 г.

ДИФРАКЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ В ФИЛЬТРЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО СПЕКТРА ИК ИЗЛУЧЕНИЯ

Е.А.Палкин, С.Б.Платунов

Рассмотрены дифракционные эффекты в фильтре пространственного спектра (ФПС), действие которого основано на использовании сильной зависимости коэффициента отражения от угла падения волны вблизи угла полного внутреннего отражения. Показано, что именно они определяют предельные возможности сужения исходного волнового пучка при помощи ФПС. По результатам численного моделирования волнового поля пучка, выходящего из ФПС, определены зависимости эффективности прибора от его геометрических характеристик.

Исследование волновых эффектов при отражении ограниченного в пространстве излучения (пучка) от границ раздела сред имеет важное значение для разработки и оценки возможностей различных приборов оптического, ИК и радиодиапазонов. Особый интерес представляют эффекты, наблюдаемые при отражении пучка, падающего из оптически более плотной среды на границу под углом, близким к углу полного внутреннего отражения (УПВО). Например, в ряде работ, начиная с [1-3], изучалось смещение центра пучка относительно его геометрической траектории и возникновение бокового излучения (см. также [4-6] и цитируемую там литературу). Эффекты такого рода, как правило, малы и в математическом аспекте определяют поправки к геометрооптическому (ГО) описанию прохождения излучения в таких системах. Однако в тех случаях, когда ГО приближение предсказывает "чрезмерно резкие" изменения поля в поперечном сечении пучка, учет волновых (дифракционных) эффектов становится принципиально важным.

В данной работе исследуются дифракционные эффекты при прохождении пучка, сформированного ограниченной апертурой, через фильтр пространственного спектра (ФПС). ФПС представляет собой устройство (его схема приведена на рис. 1), принцип действия которого основан на сильной зависимости коэффициента отражения от угла падения вблизи УПВО. Качественное ГО описание этого устройства предсказывает сужение углового спектра пучка вследствие ослабления излучения (его выхода через боковые поверхности призмы), распространяющегося под углами, отличными от УПВО. Это дает возможность использовать ФПС для управления параметрами пучка. Постановка данной задачи была инициирована В.М.Горбунковым и поддержана Л.А.Вайштейном.

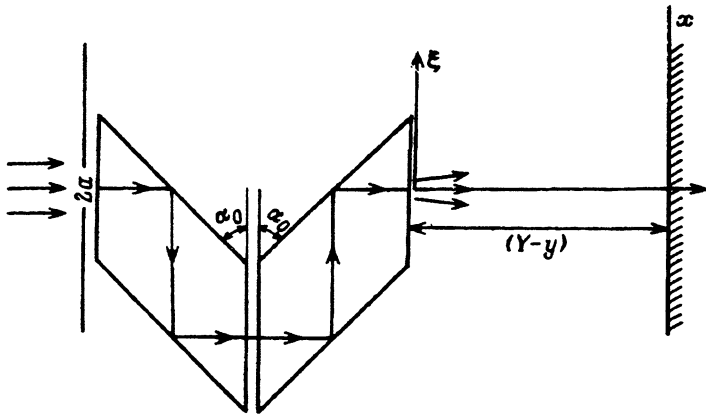


Рис. 1.

Дадим более подробное описание ФПС, который исследовался экспериментально В.М.Горбунковым. Именно для этого случая были проведены и численные расчеты, результаты которых представлены ниже. В эксперименте исследовалось влияние ФПС на пучок монохроматического излучения, сформированный при прохождении плоской волны через щель (ширина щели $2a$) в металлическом экране. Для усиления эффекта сужения пучка длина призм ФПС выбиралась такой, чтобы при распространении внутри каждой из них пучок испытывал несколько отражений от боковых граней. Геометрия призм “определена” значением показателя преломления n для диэлектрика, из которого они изготовлены. Именно:

$$\alpha_0 = \arcsin \frac{1}{n}.$$

Вторая призма, расположенная симметрично относительно первой (рис. 1), обеспечивает ослабление той части компонент пространственного спектра пучка, которые распространяются под углами, меньшими УПВО, и без существенного ослабления проходят через первую призму.

Геометрические размеры и параметры устройства такие: длина волны излучения $\lambda = 0.0106$ мм (CO_2 лазер), ширина щели $2a = 0.4$ мм, показатель преломления $n = 1.4$, размер входной грани призмы $b = 15$ мм.

Длина призм L и число отражений N (для рис. 1 $N = 2$) связаны простым соотношением

$$L = \frac{b}{2} N \cdot \text{tg } \alpha_0.$$

Геометрическая длина оптического пути центра пучка (с учетом всех отражений) равна

$$y = 2 \cdot b \cdot N \cdot \text{tg } \alpha_0. \quad (1)$$

Поэтому уже для призмы с двумя отражениями $y \gg a$.

Оценим максимально допустимую длину призм, при которой дифракция на ребрах еще не вносит существенного вклада в наблюдаемое распределение поля. Угловая расходимость пучка

$$\theta \approx \frac{\lambda}{2 \cdot a \cdot n} = 0.02.$$

Учитывая тот факт, что в первой призме волны с направлением распространения $\varphi < 0$ не ослабляются, на величину y следует наложить условие

$$y < \frac{b}{\theta}. \quad (2)$$

Это неравенство означает, что центральный максимум дифрагированного на щели поля не выходит за пределы апертуры первой призмы и, следовательно, дифракцию на призмах можно не учитывать. Для заданных λ и a получаем максимально допустимое число отражений $N_{\max} = 8$.

В задаче можно пренебречь также и конечными размерами реальных устройств (щели и призм) в направлении, перпендикулярном плоскости рисунка, и ограничиться рассмотрением двумерной задачи.

Найдем распределение поля на выходной апертуре ФПС. Для этого воспользуемся разложением поля пучка по плоским волнам. Как известно, спектр поля волны, прошедшей через широкую щель ($\lambda \ll a$), имеет вид

$$\begin{aligned} F(\xi) &= \frac{2 \cdot \sin(ka\xi)}{k \cdot \xi}, \\ \xi &= \sin(\alpha), \\ k &= \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} n. \end{aligned} \quad (3)$$

Ошибка в определении спектра (3) для любой поляризации падающего на щель излучения менее 1% при параметрах, приведенных выше [7].

Поле на расстоянии y в диэлектрике можно представить в виде интеграла по плоским волнам

$$U(x, y) = \frac{k}{2 \cdot \pi} \int_{\gamma} F(\xi) \cdot e^{ik(x\xi + y\sqrt{1-\xi^2})} d\xi. \quad (4)$$

Контур интегрирования γ практически совпадает с вещественной осью, огибая точку $\xi = -1$ в верхней полуплоскости, а $\xi = 1$ в нижней.

В свою очередь поле на выходной грани ФПС можно представить интегралом по отраженным плоским волнам

$$\begin{aligned} U(x, y) &= \frac{k}{2 \cdot \pi} \int_{\gamma} \mathbb{R}(\xi) \cdot F(\xi) e^{ik(x\xi + y\sqrt{1-\xi^2})} d\xi, \\ \mathbb{R}(\xi) &= R^N(\alpha_0 + \alpha) \cdot R^N(\alpha_0 - \alpha), \quad \alpha = \alpha(\xi). \end{aligned} \quad (5)$$

где $R(\alpha)$ — френелевский коэффициент отражения для парциальной плоской волны заданной поляризации (p -параллельная, s -перпендикулярная), падающей под углом α ; y — геометрический путь центральной части пучка (1); x — координата вдоль выходной грани.

В формуле (5) учтены все случаи отражения, включая отражение под углами, большими УПВО (при этом модуль коэффициента отражения равен единице, но существует фазовый сдвиг).

Подставив (3) в (5) и преобразовав данное выражение, получим

$$U(x, y) = I^+ + I^-,$$

$$I^+ = \pm \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{\mathbb{R}(\xi)}{\xi} e^{ik[(x \pm a)\xi + y\sqrt{1-\xi^2}]} d\xi. \quad (6)$$

При $\xi \rightarrow 0$ функция $\mathbb{R}(\xi) \rightarrow 1 + c\sqrt{\xi}$ (см. [5]) (c — комплексное, $\text{Re } c < 0$). Поэтому слагаемые I^+ и I^- имеют интегрируемую особенность при $\xi = 0$.

Введем функцию $K(\xi) = \mathbb{R}(\xi) - 1$. Выражение (6) можно тогда представить в виде

$$U(x, y) = [I(x+a) - I(x-a) + I(a-x) - I(-a-x)] + \frac{1}{\pi} \int_{\gamma} \frac{\sin(ka\xi)}{\xi} e^{ik(x\xi + y\sqrt{1-\xi^2})} d\xi, \quad (7)$$

где

$$I(X) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma_1} \frac{K(\xi)}{\xi} e^{ik(X\xi + y\sqrt{1-\xi^2})} d\xi. \quad (8)$$

Контур γ_1 проходит по положительной полуоси, обходя точку $\xi = 1$ сверху. Сделав замену в (8) $\xi = t^2$, получим

$$I(X) = \frac{1}{\pi i} \int_{\gamma_1} \frac{K(t^2)}{t} e^{ik(Xt^2 + y\sqrt{1-t^4})} dt, \quad (9)$$

причем функция $(K(t^2))/t$ бесконечно дифференцируема в точке $t = 0$.

Рассмотрим асимптотику интеграла (9) при $k \rightarrow \infty$. Нас интересует область значений X , таких что $X \ll y$. В этой области значений параметров X и y интеграл (9) имеет две стационарные точки на γ_1 , причем при $X = 0$ происходит слияние трехкратно вырожденной стационарной точки с граничной точкой контура γ_1 (точки ветвления существенного вклада не вносят). Интеграл, имеющий данную особенность, может быть выражен через специальную функцию волновых катастроф (СВК) I^{B_4} . Подробное изложение методики получения локальной асимптотики данного интеграла можно найти в [8].

Опуская выкладки, представим результат

$$I(X) = \frac{e^{iky}}{\pi i \sqrt{ky}} \left\{ f(0) \cdot (2ky)^{\frac{1}{4}} \cdot I^{B_4} - i\sqrt{2} \frac{\partial f}{\partial t} \Big|_{t=0} \frac{\partial I^{B_4}}{\partial \lambda_1} - \right. \\ \left. - i(2ky)^{-\frac{1}{4}} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \Big|_{t=0} \frac{\partial I^{B_4}}{\partial \lambda_2} + \frac{i}{12} (2ky)^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial^3 f}{\partial t^3} \Big|_{t=0} \right\}, \quad (10)$$

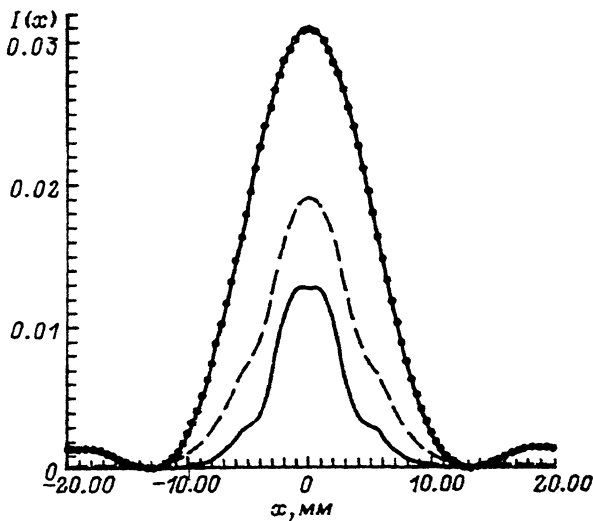


Рис. 2.

где

$$I^{B_4}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \int_0^{+\infty} e^{i(-z^4 + \lambda_3 \cdot z^3 + \lambda_2 \cdot z^2 + \lambda_1 \cdot z)} dz,$$

$$f(t) = \frac{K(t^2)}{t}. \quad (11)$$

Аргументы функции I^{B_4} и ее производных в (10) равны

$$\lambda_1 = 0; \quad \lambda_2 = \sqrt{\frac{2k}{y}} X; \quad \lambda_3 = 0.$$

Конкретные расчеты для приведенных выше параметров задачи были проведены с помощью метода деформации контура интегрирования в комплексной плоскости [9]. Аналогичным способом может быть вычислен и непосредственно интеграл (9), однако время расчета при этом значительно возрастает.

Используя найденное на выходе из призм поле, можно вычислить распределение интенсивности излучения на некотором расстоянии от выходной апертуры. В кирхгофовском приближении

$$U(x, Y) = \sqrt{\frac{i \cdot k}{2 \cdot \pi}} \int_{-b/2}^{+b/2} U^0(\xi, Y) \frac{e^{ikr}}{\sqrt{r}} d\xi,$$

$$r = \sqrt{(Y - y)^2 + (x - \xi)^2}. \quad (12)$$

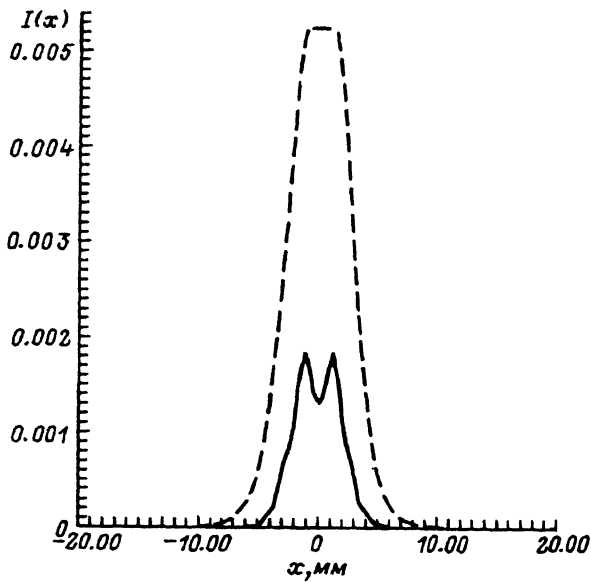


Рис. 3.

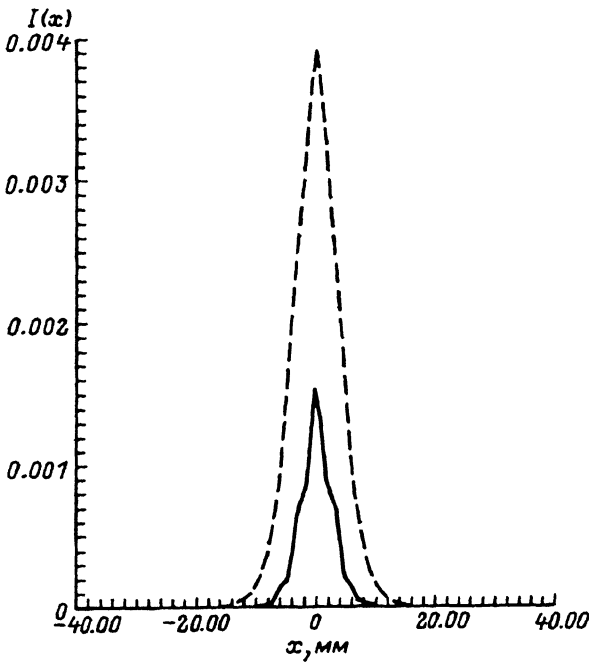


Рис. 4.

Здесь r — расстояние от точки наблюдения (x, Y) до точки на грани призмы (ξ, y) ; $U^0(\xi, y)$ — поле на выходной апертуре призмы. Применение данного приближения оправдано, так как излучение сосредоточено в достаточно узком интервале углов.

Результаты численного моделирования работы ФПС приведены на рис. 2—4. На рис. 2 показано распределение интенсивности поля после призм с двумя отражениями на расстоянии $Y = 500$ мм от апертуры. На графиках сплошная линия — p -поляризация, штриховая — s -поляризация. Для сравнения также показано распределение поля на расстоянии 500 мм в отсутствие ФПС (верхняя кривая). На рис. 3 и 4 приведены аналогичные графики для призм, имеющих восемь отражений на расстоянии 500 и 1000 мм соответственно. Результаты расчета соответствуют данным, полученным в эксперименте.

Расчеты показывают, что фильтрующие свойства ФПС проявляются более сильно для длинных призм, но при этом необходимо считаться с потерей энергии при многократных отражениях. Кроме этого, длина призм ограничена условием (2). Если это условие нарушено, то на распределении интенсивности поля будет сильно сказываться дифракция на ребрах призм. В общем случае это приведет к дополнительному рассеянию пучка. Расчеты также показали, что незначительное отклонение призм (порядка 0.005 рад) приводит к двукратному уменьшению интенсивности прошедшего через призмы пучка.

Таким образом, учет дифракционных эффектов при анализе ФПС определяет предельные возможности ФПС, в частности предельное сужение главного максимума излучения в дальней зоне.

Список литературы

- [1] Goos F., Hänchen H. // Ann. der Phys. 1947. В. 6. Н. 1. S. 333–338.
- [2] Artman K. // Ann der Phys. 1951. В. 6. Н. 8. S. 270–284.
- [3] Artman K. // Ann der Phys. 1951. В. 6. Н. 8. S. 285–290.
- [4] Брезовский Л.М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973.
- [5] Заяц А.В., Юрьев В.А., Кузьмичев С.Д. и др. // Дифракция и распространение электромагнитных волн. М., 1984. С. 107–113.
- [6] Годин О.А. // ЖТФ. 1984. Т. 54. Вып. 11. С. 2094–2104. Там же. 1985. Т. 55. Вып. 1. С. 17–25.
- [7] Хенл Х., Мауэ А., Вестпфаль К. Теория дифракции. М.: Мир, 1964.
- [8] Крюковский А.С., Лукин Д.С., Палкин Е.А. // Матер. IX Всесоюз. школы по дифракции и распространению волн. Казань, 1988. С. 68–70, 118, 142–143.
- [9] Ипатов Е.Б., Лукин Д.С., Палкин Е.А. // ЖВМиМФ. 1985. Т. 25. № 2. С. 224–236.

Московский физико-технический институт

Поступило в Редакцию
25 декабря 1991 г.
В окончательной редакции
27 мая 1992 г.