04;10

ВЛИЯНИЕ НЕОДНОРОДНОСТИ ПЛАЗМЫ НА ЭНЕРГИЮ ЧАСТИЦ, УСКОРЯЕМЫХ ВОЛНОЙ БИЕНИЙ

А.Н.Москалев

Получено выражение для энергии электронов, ускоряемых в поле линейной волны биений в неоднородной плазме. Масштаб неоднородности плазмы L_N считался намного меньше длины ускорения L_a. Найдено оптимальное расстояние от электрона до переднего фронта импульса, при котором влияние мелкомасштабной неоднородности на ускорение наименее существенно.

Введение

В лазерном ускорителе на волне биений ленгмюровская волна возбуждается двухчастотным лазерным импульсом. Данный метод налагает жесткие требования на однородность плазмы, поскольку плазменная волна эффективно возбуждается только в той области, где выполнено резонансное условие $\omega_1 - \omega_2 \simeq \omega_p(x)$, где $\omega_{1,2}$ —частоты электромагнитных волн,

$$\omega_p(x) = \left(\frac{4\pi e^2 N_x}{m}\right)^{1/2}$$

—плазменная частота, $N(x)$ —концентрация электронов. Поэтому даже незначительное отклонение плотности плазмы от резонансной существенно влияет на возбуждение волны и ускорение частиц.

Влияние неоднородности плазмы на ускорение частиц волной биений обсуждалось в ряде работ [1–7]. В работе [1] было показано, что флуктуации плотности, распространяющиеся вместе с плазменной волной, приводят к возрастанию длины ускорения. В работах [2–7] определен допустимый уровень неподвижных вариаций плотности, который существенно не сказывается на ускорении частиц. Показано, что влияние неоднородности плазмы на поле ленгмюровской волны существенно зависит от расстояния до переднего фронта лазерного импульса.

В отличие от предыдущих работ, где при обсуждении влияния неоднородности плазмы на ускорение электронов либо ограничивались оценками на основе анализа возбуждаемых полей [2–5], либо проводили численное моделирование [6,7], в данной работе найдено выражение для энергии электронов в случае мелкомасштабных плазменных неоднородностей (масштаб которых L_N намного меньше полной длины ускорения L_a). Показано, что оценочные результаты работ [3,4] справедливы в случаях, когда электрон инжектируется соответственно далеко или близко от переднего фронта лазерного импульса. Найдено оптимальное расстояние от электрона до переднего фронта лазерного импульса, при котором влияние вариаций плотности плазмы неоднородности на ускорение наименее существенно.

Расчет энергии электрона, ускоряемого волной биений в неоднородной плазме

В линейном приближении продольные поля, возбуждаемые двухчастотным лазерным импульсом в неоднородной плазме, определяются уравнением [4]

$$\frac{\partial^2 E}{\partial \xi^2} + \frac{\omega_p^2(x)}{v_g^2} E + \frac{\nu}{v_g}\frac{\partial E}{\partial \xi} = \frac{m\omega_p^2(x)}{4ev_g^2}\frac{\partial |v_\perp|^2}{\partial \xi}, \tag{1}$$

где E —продольное поле; ν —частота столкновений электронов, $v_\perp$ — амплитуда осцилляторной скорости электронов в поперечном электромагнитном поле; $\xi = x - v_g t$, v_g —групповая скорость импульса.

Рассмотрим прямоугольный двухчастотный лазерный импульс в виде

$$|v_\perp|^2 = v_E^2\left(1 - \cos\left(\frac{\omega\xi}{v_g}\right)\right),$$

где $\xi < 0$; $V_E^2 = e^2 E_1 E_2 / 2m^2\omega_1\omega_2$; $E_{1,2}$, $\omega_{1,2}$ —амплитуда и частота поперечных волн; $\omega = \omega_1 - \omega_2$ —частота модуляции.

Тогда решение уравнения (1) при условии равенства нулю поля и его производной на передней границе импульса и в случае, когда $\nu \ll \omega_1\omega_p$, запишется в виде [4]

$$E(\xi, x) = \frac{mv_E^2\omega\omega_p(x)}{4ev_g}\frac{1}{(\omega_p^2(x)-\omega^2)^2+\nu^2\omega^2}\left[\omega_p(x)\left((\omega_p^2(x)-\omega^2)\sin\frac{\omega\xi}{v_g} + \right.\right.$$
$$\left. + \nu\omega\cos\frac{\omega\xi}{v_g}\right) - \omega\exp\left(\frac{\nu\xi}{2v_g}\right)\left(\left(\omega_p^2(x)-\omega^2-\frac{\nu^2}{2}\right)\sin\frac{\omega_p(x)\xi}{v_g} + \right.$$
$$\left.\left. + \omega_p(x)\nu\cos\frac{\omega_p(x)\xi}{v_g}\right)\right]. \tag{2}$$

Линейное приближение, как показано в работе [8], справедливо для интенсивностей лазерного излучения, при которых выполняется следующее условие:

$$\frac{v_E^2}{c^2} < 16\max\left[(\nu/\omega)^{3/2}, \left(\left|\frac{\omega_p^2(x)-\omega^2}{\omega^2}\right|\right)^{3/2}\right]. \tag{3}$$

Так, применительно к плазме, использовавшейся в экспериментах [9], где $\nu/\omega = 1.5 \cdot 10^{-3}$, интенсивность излучения должна удовлетворять неравенству $I < 1 \cdot 10^{13}$Вт/см^2 при длине волны 10 мкм. Эксперименты проводились при интенсивностях $I \sim 10^{13}$Вт/см^2. Заметим также, что уравнение (1) было получено в пренебрежении движением ионов.

Если принять, что $\omega_{L_i}^{-1}$ есть характерное время смещения ионов (ω_{L_i} — ленгмюровская ионная частота), то это допущение справедливо сзади за передним фронтом лазерного импульса на расстояниях менее $c \cdot \omega_{L_i}^{-1}$.

Для электрона, ускоряемого в поле волны биений $E(\xi, x)$, имеем

$$\frac{dP}{dt} = eE(\xi, x), \tag{4}$$

где P —импульс электрона, который для ультрарелятивистских скоростей связан с энергией простым выражением

$$\gamma(t) = \frac{W}{mc^2} \simeq \frac{P}{mc}. \tag{5}$$

Рассмотрим неоднородную плазму, концентрация которой имеет линейный закон изменения

$$N(x) = N_0(1 + x/L_N), \tag{6}$$

где N_0 —концентрация электронов, удовлетворяющая резонансному условию $\omega_1 - \omega_2 = (4\pi e^2 N_0/m)^{1/2}$.

Пусть в начальный момент времени передний фронт импульса находился в точке $x = -|x_0|$, а электрон инжектировался на расстоянии $|x_p|$ от переднего фронта в плазму с концентрацией $N(-|x_p|) = N_0(1 - L/L_N)$, где $L = |x_p| + |x_0|$ —расстояние от начала координат до места инжекции электрона. Рассмотрим энергию электрона, прошедшего слой плазмы длиной 2L.

Будем искать траекторию электрона в виде $x(t) = -|x_p| + v_g t + x_1(t)$. Подставим $x_1(t)$ в уравнение (4) и, имея в виду условие $L \ll L_a$, пренебрежем смещением электрона $x_1(t)$ в выражении для поля. В результате из формул (2), (4), (5) получим

$$\gamma(t) \simeq \frac{P}{mc} = \gamma_{p0} + \frac{v_E^2}{4c^2}\frac{L_N\omega_{p0}}{c}\int\limits_{1-L/L_N}^{1+\frac{-L+v_g t}{L_N}} \frac{\sqrt{\eta}\,d\eta}{(\eta-1)^2+(\frac{\nu}{\omega_{p0}})^2}\left[-\sqrt{\eta}(\eta-1)\sin\frac{\omega_{p0}|x_p|}{v_g} + \right.$$

$$+\frac{\nu}{\omega_{po}}\sqrt{\eta}\cos\frac{\omega_{po}|x_p|}{v_g} + l^{\frac{-\nu|x_p|}{2v_g}}(\eta - 1 - \frac{\nu^2}{2\omega_{po}^2})\sin\frac{\omega_{po}|x_p|}{v_g}\sqrt{\eta} -$$

$$\left. -\frac{\nu}{\omega_{po}} l^{\frac{-\nu|x_p|}{2v_g}}\sqrt{\eta}\cos\frac{\omega_{po}|x_p|}{v_g}\sqrt{\eta}\right]. \tag{7}$$

Сделаем замену переменной $\eta = 1 + \varepsilon$. Если для масштаба неоднородности L_N справедливо неравенство

$$L_N \geqslant L \frac{\omega_{po} \, |x_p|}{2c},$$

то пределы интегрирования определяются местом инжекции электрона ($\varepsilon_1 = -L/L_N$) и длиной слоя плазмы, в котором ускоряется электрон ($\varepsilon_2 = L/L_N$). При выполнении противоположного неравенства

$$L_N \leqslant L \frac{\omega_{po} \, |x_p|}{2c},$$

пределы интегрирования будем находить из соотношения

$$\left| \frac{\varepsilon}{2} \frac{\omega_{po} \, |x_p|}{c} \right| = 1,$$

поскольку продольное поле эффективно возбуждается только вблизи резонанса, когда $\omega \simeq \omega_p(x)$ и регулярный набор энергии происходит именно в этой области. С учетом этих условий из (7) найдем

$$\Delta\gamma = \begin{cases} \frac{v_E^2}{2c^2} \frac{L_N \omega_{po}}{c} \left\{ \left(\cos \frac{\omega_{po}|x_p|}{c} - l^{\frac{-\nu|x_p|}{2c}} \cos \frac{\omega_{po}|x_p|}{c} - \frac{\nu}{2\omega_{po}} l^{\frac{-\nu|x_p|}{2c}} \sin \frac{\omega_{po}|x_p|}{c} \right) \times \right. \\ \left. \times \operatorname{arctg}\left(\frac{2c}{\nu|x_p|}\right) + \frac{\omega_{po}|x_p|}{2c} l^{\frac{-\nu|x_p|}{2c}} \cos \frac{\omega_{po}|x_p|}{c} \left(\frac{2c}{\omega_{po}|x_p|} - \frac{\nu}{\omega_{po}} \operatorname{arctg}\left(\frac{2c}{\nu|x_p|} \right) \right) \right\}, \\ \qquad\qquad\qquad\qquad \text{если } L_N \leqslant L \frac{\omega_{po}|x_p|}{2c}, \\ \frac{v_E^2}{c^2} \frac{L_N \omega_{po}}{c} \left\{ \left(\cos \frac{\omega_{po}|x_p|}{c} - l^{\frac{-\nu|x_p|}{2c}} \cos \frac{\omega_{po}|x_p|}{c} - \frac{\nu}{2\omega_{po}} l^{\frac{-\nu|x_p|}{2c}} \sin \frac{\omega_{po}|x_p|}{c} \right) \times \right. \\ \left. \times \operatorname{arctg}\left(\frac{L}{L_N} \frac{\omega_{po}}{\nu}\right) + \frac{\omega_{po}|x_p|}{2c} l^{\frac{-\nu|x_p|}{2c}} \cos \frac{\omega_{po}|x_p|}{c} \left(\frac{L}{L_N} - \frac{\nu}{\omega_{po}} \operatorname{arctg}\left(\frac{L}{L_N} \frac{\omega_{po}}{\nu} \right) \right) \right\}, \\ \qquad\qquad\qquad\qquad \text{если } L_N \geqslant L \frac{\omega_{po}|x_p|}{2c}. \end{cases} \tag{8}$$

Введем безразмерные величины

$$\alpha = \frac{L_N \omega_{po}}{c}, \qquad \beta = \frac{\nu \, |x_p|}{2c}$$

и будем считать,что электрон инжектируется в те области плазмы, где выполнено соотношение

$$\frac{\omega_{po} \, |x_p|}{c} = 2\pi n; \qquad n = 1, 2, \ldots$$

и действующее на него в месте инжекции поле максимально. Тогда выражение (8) перепишется в виде

$$
\Delta\gamma_{\max} = \begin{cases} \frac{v_E^2}{2c^2}\alpha\left\{\left(1-l^{-\beta}\right)\operatorname{arctg}\left(L\frac{\omega_{po}^2}{c\nu}\frac{1}{\alpha}\right)+\beta\cdot l^{-\beta}\cdot\left(L\frac{\omega_{po}^2}{c\nu}\frac{1}{\alpha}-\operatorname{arctg}\left(L\frac{\omega_{po}^2}{c\nu}\frac{1}{\alpha}\right)\right)\right\}, \\ \qquad\qquad \text{если } \alpha \geqslant L\frac{\omega_{po}^2}{c\nu}\beta, \\ \frac{v_E^2}{2c^2}\alpha\left\{\left(1-l^{-\beta}\right)\operatorname{arctg}\frac{1}{\beta}+\beta\cdot l^{-\beta}\left(\frac{1}{\beta}-\operatorname{arctg}\frac{1}{\beta}\right)\right\}, \\ \qquad\qquad \text{если } \alpha \leqslant L\frac{\omega_{po}^2}{c\nu}\beta. \end{cases} \tag{9}
$$

Обсуждение результатов

Из выражения (9) при

$$
\alpha \leqslant \frac{L\omega_{po}^2}{c\nu}\beta,
$$

в частности, следует, что прирост энергии в пределе $L_N \to 0$ (очень сильная неоднородность) отсутствует ($\Delta\gamma_{\max} \to 0$). Этот вывод является следствием того, что чем круче перепад плотности, тем меньше область, в которой электрон регулярно набирает энергию, $\varepsilon \to 0$. Если $L_N \to \infty$ (очень слабая неоднородность), то на электрон на всей длине $2L$ действует максимальное поле. Из выражения (9) для $L_N \to \infty$ найдем максимальный прирост энергии

$$
\Delta\gamma_0 = \frac{v_E^2}{2c^2}\frac{\omega_{po}^2}{c\nu}(1-l^{-\beta})L.
$$

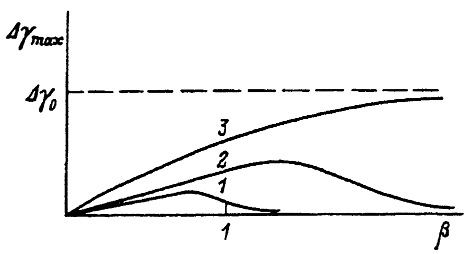
Это выражение отвечает ускорению электрона на длине $2L$ в максимальном поле и в однородной плазме с концентрацией N_0.

На рисунке качественно представлена зависимость $\Delta\gamma_{\max}$ от β для трех различных α, следующая из выражения (9). Как видно, кривые, для которых выполнено неравенство

$$
\alpha \leqslant L\frac{\omega_{po}^2}{c\nu}
$$

имеют максимум.

Рассмотрим физический смысл появления этого максимума. Для электронов, инжектированных близко от переднего фронта импульса



Зависимость энергии электрона $\Delta\gamma_{\max}$, ускоренного волной биений в неоднородной плазме, от β для трех различных α.

Значения α: *1* — $\alpha \lesssim L\frac{\omega_{po}^2}{c\nu}$, *2* — $\alpha \gtrsim L\frac{\omega_{po}^2}{c\nu}$, *3* — $\alpha \gg L\frac{\omega_{po}^2}{c\nu}$.

($\beta \ll 1$), убывание $\Delta\gamma_{\max}$ при $\beta \to 0$ связано с тем, что продольное поле, ускоряющее электрон, спадает с уменьшением расстояния до переднего фронта импульса. В случае, когда электроны инжектируются далеко от переднего фронта ($\beta \gg 1$), величина $\Delta\gamma_{\max}$ также уменьшается при увеличении β, поскольку область, в которой электрон регулярно набирает энергию, сужается (в силу соотношения $\left|\varepsilon(\frac{\omega_{po}}{\nu})\beta\right| = 1$). И наконец, существует такое положение электрона относительно переднего фронта импульса, при котором прирост энергии максимален и влияние неоднородности на энергию наименее существенно. Это выполнено для

$$|x_p| = \frac{L_N}{L}\frac{2c}{\omega_{po}},$$

причем отношение масштаба неоднородности L_N к L имеет дискретный характер $L_N/L = 2\pi n; n = 1, 2, \ldots$.

Такой же вывод можно получить из следующих качественных рассуждений. Для однородной нерезонансной плазмы с концентрацией $N = N_0(1 - L/L_N)$ период биений продольного поля равен $\xi_0 = 2\pi c/|\delta\omega|$ или

$$\xi_0 = \frac{4\pi c}{\omega_{po}}\frac{L_N}{L} \qquad [4].$$

Максимальную энергию на длине $2L$ электрон приобретет, если его инжектировать на расстоянии, равном половине периода биений, где амплитуда волны максимальна. Отсюда имеем

$$|x_p| = 2\pi\frac{L_N}{L}\frac{c}{\omega_{po}}.$$

Так как биения по мере удаления от переднего фронта импульса затухают на характерном расстоянии $|\xi| \simeq 2c/\nu$, то предыдущее качественное рассмотрение верно, если период биений меньше этого характерного расстояния. Подставляя вместо ξ_0 и ξ их значения, получаем неравенство

$$\alpha \leqslant L\frac{\omega_{po}^2}{c\nu},$$

которое характеризует кривые $\Delta\gamma_{\max}(\beta)$, имеющие максимум.

Из рисунка также можно сделать вывод, что для $\beta \gg 1$ влияние неоднородности на энергию электрона несущественно при

$$\alpha \gg L\frac{\omega_{po}^2}{c\nu}.$$

Этот вывод совпадает с результатом работы [3] . Для $\beta \ll 1$ влияние неоднородности несущественно при выполнении неравенства

$$L\frac{\omega_{po}^2}{c\nu} > \alpha \gg L\frac{\omega_{po}^2}{c\nu}\beta,$$

которое аналогично неравенству, полученному в работе [4]. Если в выражении (9) разделить правую и левую стороны на $2L$ и воспользоваться соотношением $\frac{L_N}{2L} = N_0 \delta N$, то получим зависимость темпа ускорения от положения электрона относительно переднего фронта импульса β, куда вариация плотности плазмы $\delta N / N_0$ входит как параметр. Отметим, что данная зависимость аналогична зависимости прироста энергии от β.

Будем моделировать вариации плотности плазмы с малыми масштабами $L_N \ll L_a$ последовательностью линейно нарастающих и спадающих плазменных слоев. Тогда в плазме, имеющей вариации плотности $\delta N / N_0$, темп ускорения максимален для частиц, инжектированных на расстоянии

$$|x_p| = 2 \frac{c}{\omega_{po}} \frac{N_0}{\delta N}$$

от переднего фронта импульса.

Заметим, что обсуждаемые оптимальные условия для инжекции электронов связаны с амплитудой возбуждаемой плазменной волны, а не с ее фазой. При более высоких интенсивностях лазерного излучения, когда становятся существенными нелинейные эффекты, также имеются оптимальные условия для ускорения, которые связаны с нелинейной стабилизацией фазы [5].

Список литературы

[1] *Horton W., Tajima T.* // Phys. Rev. A. 1985. Vol. 31. N 6. P. 3937–3944.
[2] *Katsouleas T., Joshi C., Dawson J.M. et al.* // Laser Accelerat. Particles. Pt 2. AIP. New York, 1985. P. 63–98.
[3] *Горбунов Л.М., Рамазашвили Р.Р.* // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. Вып. 9. С. 773–776.
[4] *Горбунов Л.М., Кирсанов В.И.* Препринт ФИАН. № 167. М., 1988. 28 с.
[5] *Горбунов Л.М., Кирсанов В.И.* // ЖЭТФ. 1989. Т. 96. Вып. 2(8). С. 583–590.
[6] *Karttunen S.I., Salomaa R.R.E.* Repore TKK-F-A616. Helsinki, 1987. 24 p.
[7] *Gorbunov L.M., Moskalev A.N.* // Proc. of Intern. Workshop on Strong Microwaves in Plasmas. Suzdal, 1990.
[8] *Bingham R., Cairns R.A., Evans R.G.* // Plasma Phys. and Cont. Fusion. 1986. Vol. 28. N 11. P. 1735–1740.
[9] *Clayton C.E., Joshi C., Darrow C., Umstadter D.* // Phys. Rev. Lett. 1985. Vol. 54. N 21. P. 2343–2346.

Университет дружбы народов им. П. Лумумбы
Москва

Поступило в Редакцию
6 ноября 1991 г.
В окончательной редакции
10 августа 1992 г.