

01:05:10

©1993 г.

ВРЕМЕНА ЖИЗНИ ЭЛЕКТРОНОВ В СВЯЗАННОМ СОСТОЯНИИ ПРИ ДВИЖЕНИИ В ПОЛЕ АТОМНЫХ ЦЕПОЧЕК

М.Х.Хоконов, Ф.К.Тугуз

Изучаются новые, не рассматривавшиеся до сих пор стороны аксиального каналирования электронов: статистика их индивидуальных некогерентных взаимодействий с ядрами, распределение по временам жизни в канале. Показано, что эти распределения стремятся к своим равновесным значениям. Вычислены парциальные и полные времена жизни в канале. Расчеты основаны на численном моделировании процесса.

Введение

Важнейшей величиной, характеризующей процесс каналирования заряженных частиц в кристаллах, является функция деканалирования $N_c(z)$, показывающая число электронов в канале на глубине z . Для ультрарелятивистских электронов эта величина изучалась ранее методом кинетических уравнений [1,2] и методом Монте-Карло [3]. Недавно в работе [4] та же проблема изучалась с помощью стохастического функционала. В данной работе мы остановимся на новых, не изучавшихся до сих пор аспектах, касающихся случая каналирования электронов в поле атомных цепочек.

Численное моделирование

Как показано в работе [5], начиная с некоторых глубин z_1 , значительно меньших характерных глубин деканалирования z_d

$$z_d \simeq \frac{\Theta_L^2}{(\Delta\bar{\Theta}^2/\Delta z)_{\text{ам}}},$$

распределение электронов с данной поперечной энергией ϵ по угловым моментам μ можно считать равномерным; здесь $(\Delta\bar{\Theta}^2/\Delta z)_{\text{ам}}$ — среднеквадратичный угол многократного рассеяния в аморфной среде, Θ_L — критический угол Линдхарда. Это означает, что начиная с глубин $z > z_1$

эволюцию пучка электронов можно характеризовать одним интегралом движения — поперечной энергией. Для кристаллов кремния, германия и вольфрама эта глубина составляет соответственно 7, 2 и 1 мкм при энергии пучка 1 ГэВ. Ниже мы ограничимся приближением равномерного распределения по угловым моментам. С другой стороны, достоинством используемого нами метода по сравнению с приближением Фоккера-Планка является учет некогерентного рассеяния на большие углы. Длина свободного пробега электрона в канале для однократно-го рассеяния на угол, больший, чем Θ , для потенциала Юкавы есть

$$l = l_0 \frac{S(\varepsilon)(\Theta^2 + \Theta_a^2)}{S_0 \Theta_a^2}, \quad (1)$$

где $l_0 = (N\sigma_0)^{-1}$ — длина свободного пробега в аморфной среде; N — число ядер в единице объема; $\sigma_0 = 4\pi Z^2 a^2 a^2$; $\alpha = 1/137$; a — параметр экранирования Томаса-Ферми; Z — атомный номер вещества, $\Theta_a = \hbar/pa$, $p \simeq E/c$ — импульс электрона; $S(\varepsilon)$ — поперечная площадь, доступная электрону с поперечной энергией ε ; $S_0 = (\pi Nd)^{-1}$ — площадь, принадлежащая на одну цепочку; d — расстояние между атомами в цепочке.

Рассеяние на ядре приводит к изменению поперечной энергии и происходит на расстояниях от цепочки порядка амплитуды тепловых колебаний u_{\perp} . Тогда, для того чтобы частица с поперечной энергией ε вышла из канала, она должна рассеяться на угол, больший, чем $\Delta\Theta$, где

$$(\Delta\Theta^2) \approx \frac{\varepsilon^2}{2U_m E}. \quad (2)$$

Здесь U_m — глубина потенциального барьера. Заметим, что перед рассеянием на ядре электрон всегда имеет угол относительно цепочки, близкий к максимально возможному для данной поперечной энергии. Согласно формулам (1) и (2), средняя длина свободного пробега, необходимая для того, чтобы рассеяться на угол, достаточный для выхода из канала, для электронов с энергией $E = 1$ ГэВ и поперечной энергией $\varepsilon = -0.3 U_m$ в кремнии $\langle 111 \rangle$ составляет $\simeq 1$ мкм. Эта величина не есть, однако, время жизни в канале, так как рассеяние на этот угол может привести и к уменьшению поперечной энергии.

При каналировании электроны подходят близко к атомным ядрам, и в области расстояний от оси $r \leq u_{\perp}$ можно считать, что рассеяние происходит, как в аморфной среде, хотя, строго говоря, возмущающий потенциал есть разность между точным и непрерывным потенциалами кристалла. Влияние же непрерывного потенциала заключается в том, что он ограничивает доступную электрону область вблизи цепочки. Это приводит к появлению фактора $S(\varepsilon)/S_0$ в формулах для сечений рассеяния. Такой подход к ядерному вкладу в рассеяние соответствует приближению Отзуки [6] и ранее использовался для расчета диффузионных коэффициентов в кинетических уравнениях [2]. Электронное рассеяние в наших расчетах не учитывалось.

Модель, аналогичная рассматриваемой, использовалась ранее авторами работы [7] для электронов сверхвысоких энергий $\simeq 150$ ГэВ. Мы, однако, использовали "прямое" моделирование без деления углов рассеяния на малые и большие. Последнее, по-видимому, оправдано при

z , мкм	N_{ch}	$\frac{\langle n \rangle}{\langle n \rangle_{ам}}$	$\langle \nu \rangle$	l , мкм
5	0.33	5.2	1.2	2.1
10	0.22	4.4	1.62	3.1
15	0.17	3.9	1.9	3.8
40	0.09	2.8	2.9	6.2
100	0.046	3.9	3.9	9.4

Примечание. N_{ch} — число частиц в канале, $\langle n \rangle / \langle n \rangle_{ам}$ — отношение числа столкновений с ядрами к той же величине в аморфной среде, $\langle \nu \rangle$ — среднее число захватов в канал, l — среднее полное время жизни в канале.

энергиях $\simeq 100$ ГэВ и более, когда электрон испытывает множество малоугловых рассеяний, существенно не изменяющих поперечной энергии. Кроме того, мы использовали потенциал Мольера с учетом фактора Дебая–Валлера для расчета углов отклонения при рассеянии на отдельном атоме. Фактор Дебая–Валлера $1 - \exp(-\Theta^2 a^2 / \Theta_a^2 u_{\perp}^2)$ сильно подавляет рассеяние на малые углы $\Theta < \Theta_a$ и уменьшает полное сечение рассеяния в 2–3 раза.

Результаты расчетов различных величин, относящихся к рассматриваемой проблеме, для электронов с энергией 1 ГэВ, каналированных вдоль оси (111) кремния, приведены в таблице для различных толщин кристалла. В первой колонке показано число частиц, остающихся в канале на данной глубине $N_{ch}(z)$. Представленные значения функции деканалирования хорошо согласуются с результатами, полученными ранее другими методами [8].

Частота индивидуальных столкновений

Как известно, в аморфной среде отклонение числа индивидуальных столкновений налетающих частиц с атомными ядрами от среднего $\langle n \rangle_{ам}$ подчиняется распределению Пуассона; здесь $\langle n \rangle_{ам} = \sigma_0 N z$ — среднее число столкновений в аморфной мишени толщиной z . Тогда среднеквадратичное отклонение равно $\langle \Delta n_{ам} \rangle = \langle n \rangle_{ам}$. При каналировании сечение взаимодействия с атомными ядрами сильно зависит от поперечной энергии и увеличивается по сравнению с σ_0 в $S(\epsilon)/S_0$ раз. Это приводит к увеличению в несколько раз общего числа столкновений по сравнению с аморфной средой (см. вторую колонку в таблице). Говоря о столкновениях, в данном случае мы имеем в виду близкие соударения с отдельными ядрами. Такие столкновения, как было сказано выше, надо отличать от дальних столкновений, ответственных за когерентное взаимодействие с атомной цепочкой в целом [9].

Анализ среднеквадратичного отклонения числа столкновений от их среднего значения показывает, что при каналировании статистика столкновений сильно отличается от распределения Пуассона. Так, для толщин, представленных в таблице, квадратный корень из среднеквадратичного отклонения $\langle \Delta n^2 \rangle^{1/2}$ равен соответственно $\simeq 1.5 \langle n \rangle$ для 10 мкм, $\simeq \langle n \rangle$

для 40 мкм и $\approx 0.7\langle n \rangle$ для 100 мкм. Таким образом, при толщинах порядка глубины деканалирования z_d имеет место соотношение $\langle \Delta n^2 \rangle \approx \langle n \rangle^2$, т.е. соответствующее распределение имеет значительно бóльшую полуширину, чем в аморфной среде.

Во всех расчетах в данной работе нами анализировалось 10 000 траекторий. Угловая расходимость пучка электронов полагалась равной $0.2\theta_L$ при нулевом угле падения относительно цепочки.

Время непрерывного пребывания электрона в канале

Характерной особенностью каналирования электронов является возможность многократного захвата их в связанное состояние. Пусть $W_k(z)$ есть вероятность того, что электрон побывает в канале ровно k раз в кристалле толщиной z . Тогда среднее число захватов в канал будет

$$\langle \nu(z) \rangle = \int_{k=1}^{\infty} kW_k(z). \quad (3)$$

Функция распределения $W_k(z)$ рассчитывалась в работе [10]. В таблице приводятся только средние числа захватов в канал, вычисленные по формуле (3) для различных толщин. С ростом энергии электронов число захватов в канал на характерной длине деканалирования z_d увеличивается. В кремнии при $E = 1$ ГэВ $z_d \approx 40$ мкм и среднее число захватов в канал при этом $\langle \nu \rangle = 2.7$, при $E = 10$ ГэВ $z_d \approx 400$ мкм и $\langle \nu \rangle = 6.9$. В [10] показано, что с ростом z распределение $W_k(z)$ приближается к своему равновесному значению.

Следует различать полное среднее время жизни электрона в связанном состоянии $\langle l \rangle$ на всей длине кристалла z от времени жизни в результате отдельного i -го захвата в канал $\langle l_i \rangle$. Последняя величина характеризует, как долго электрон непрерывно находится в связанном состоянии. Введем функции распределения $\varphi_i(l)$, нормированные на единицу, и такие, что $\varphi_i(l)dl$ показывает вероятность того, что в результате i -го захвата время жизни в канале лежит между l и $l + dl$ (время жизни везде измеряется в единицах длины). Тогда среднее время жизни в канале после i -го захвата будет

$$\langle l_i \rangle = \int_0^{\infty} \varphi_i(l)dl. \quad (4)$$

Вообще говоря, функции распределения $\varphi_i(l)$ зависят также от толщины кристалла z . Для прояснения этого вопроса рассмотрим более подробно функцию $\varphi_2(l)$. Функция $\varphi_1(l)$ выделяется из совокупности функций φ_i тем, что электроны, захваченные в канал первый раз, делятся на две группы. Это электроны, попавшие в связанное состояние сразу при $z = 0$ и затем деканалирующие, и электроны, попавшие в канал из надбарьерного состояния.

Рис. 1 иллюстрирует эволюцию функции распределения $\varphi_2(l)$ с глубиной для электронов с энергией 1 ГэВ в кремнии. В тонком кристалле (5 мкм) велика вероятность того, что электрон, захваченный из-за многократного рассеяния в канал второй раз, выйдет из кристалла, все еще

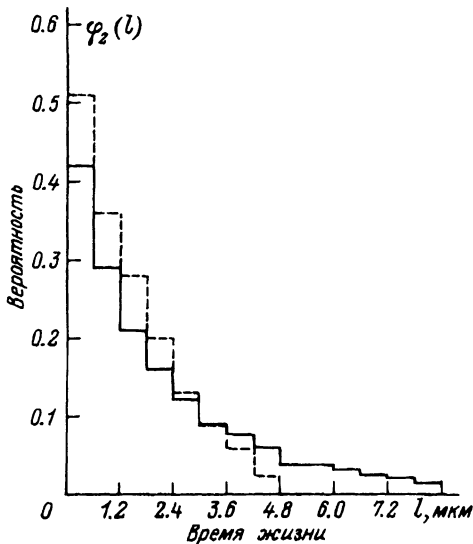


Рис. 1. Распределение по временам жизни в канале $\langle 111 \rangle$ кремния для электронов, захваченных в канал второй раз. Энергия пучка 1 ГэВ. Пунктир — $z = 5$ мкм, $l = 1.42$ мкм; штриховая кривая — $z = 100$ мкм, $l = 2.5$ мкм.

находясь в канале. Поэтому в тонком кристалле функция $\varphi_2(l)$ более смещена в сторону малых l (см. пунктир на рис. 1). С ростом толщины кристалла функция $\varphi_2(l)$ стремится к своему равновесному значению (сплошная кривая на рис. 1). Если кристалл не очень тонкий, то функции $\varphi_i(l)$ можно считать не зависящими от толщины z , так как такая зависимость обусловлена в основном “краевым эффектом”.

Средние значения времен жизни в канале $\langle l_i \rangle$, соответствующие различным захватам в канал i , показаны на рис. 2. Величины $\langle l_i \rangle$ вычислялись по формуле (1), в которой интегрирование можно распространить до z , так как $\varphi_i(l) \Rightarrow 0$, если $l > z$. В тонких кристаллах время жизни в канале уменьшается с увеличением номера захвата. Так, в кристалле с толщиной 15 мкм (рис. 2) электрон, захваченный в канал пятый раз, живет в канале в среднем в 2 раза меньше, чем электрон, захваченный второй раз. Замечательной особенностью, однако, является то, что средние времена жизни $\langle l_i \rangle$ с ростом толщины стремятся к одному и тому же равновесному значению, не зависящему от i . Для электронов с $E = 1$ ГэВ

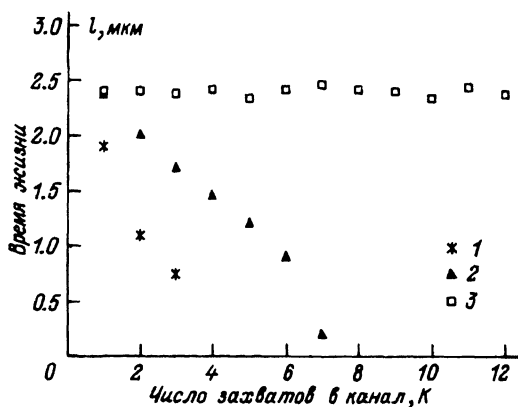


Рис. 2. Средние времена жизни $\langle l_k \rangle$ в канале $\langle 111 \rangle$ кремния в зависимости от порядкового номера захвата их в канал k . Энергия пучка 1 ГэВ. 1 — 5, 2 — 15, 3 — 100 мкм.

в кремнии среднее время непрерывной жизни в канале равно $\langle l_0 \rangle \simeq 2.4$ мкм и не зависит от того, какой по счету раз электрон попал в канал. Это время жизни не зависит также от того, на какой глубине электрон оказался в канале. Приведенное значение $\langle l_0 \rangle$ примерно на порядок превышает период поперечного движения в канале. У электронов с энергией 10 ГэВ в кремнии равновесное значение времени жизни, согласно нашим расчетам, $\langle l_0 \rangle \simeq 8$ мкм (расчет проведен для кристалла толщиной 400 мкм).

Полное время жизни в связанном состоянии

В предыдущем разделе рассматривалось, как долго электрон непрерывно живет в канале в результате отдельного захвата в связанное состояние. Тогда полное время жизни в канале будет равно произведению среднего времени жизни в результате отдельного захвата на число захватов. Для электронов с $E = 1$ ГэВ в кремнии среднее число захватов при $z = 100$ мкм равно $\nu \approx 4$ (см. таблицу); тогда полное время жизни в канале для данного случая будет $l \approx 9.6$ мкм. Такая простая оценка согласуется с последующими, более точными расчетами.

Среднее полное время жизни электрона в связанном состоянии в кристалле толщиной z равно

$$\langle l(z) \rangle = \sum_{k=1}^{\infty} \langle l_k \rangle \sum_{m=k}^{\infty} W_m(z), \quad (5)$$

где $W_m(z)$ — это введенная ранее функция распределения электронов по числу захватов их в канал. Эта величина зависит от толщины кристалла z и сравнительно медленно стремится к своему равновесному значению [10]. Полное время жизни $\langle l \rangle$ может значительно превосходить значения парциальных времен жизни $\langle l_k \rangle$. Физический смысл внутренней суммы по m в (4) заключается в том, что она показывает вероятность того, что электрон на данной глубине захватится в канал не менее k раз.

В последней колонке таблицы приводятся значения средних времен жизни в канале $\langle l \rangle$ кремния при энергии пучка 1 ГэВ. Анализ среднеквадратичного отклонения от среднего значения времени жизни $\langle \Delta l^2 \rangle = \langle l^2 \rangle - \langle l \rangle^2$ показывает, что распределение электронов по l довольно широкое. Так, значения отношения

$$\frac{\langle \Delta l^2 \rangle^{1/2}}{\langle l \rangle}$$

для толщин, приведенных в таблице, равны соответственно 0.76 (5 мкм), 0.81 (10 мкм), 0.87 (40 мкм) и 0.88 (100 мкм).

Заключение

Перечислим основные результаты настоящей работы.

1. Аксиально-канализированные электроны могут быть многократно захвачены в канал за время прохождения через кристалл. Функция распределения электронов по числу их захватов в канал $W_k(z)$ стремится к равновесному распределению. Среднее число захватов в канал на длине деканализирования z_d составляет $\simeq 2.7$ для $E = 1$ ГэВ и $\simeq 7$ для $E = 10$ ГэВ.

2. Среднее число некогерентных столкновений электрона с атомными ядрами даже для относительно толстых кристаллов $z \gg z_d$ в несколько раз превышает ту же величину в аморфной среде. Распределение частиц по числу столкновений сильно отличается от распределения Пуассона. Оно имеет максимум, примерно совпадающий с положением максимума в аморфной среде, но в отличие от последнего имеет длинный "хвост", так что на длине $\approx z_d$ для среднеквадратичного отклонения имеет место соотношение $\langle \Delta n^2 \rangle^{1/2} \approx \langle n \rangle$, тогда как в аморфной среде $\langle \Delta n^2 \rangle_{\text{ам}} \approx \langle n \rangle$.

3. Следует различать непрерывное время жизни электрона в связанном состоянии l_i от полного времени жизни в канале l на данной толщине. Первая величина l_i характеризует промежуток времени между моментом i -го захвата в канал и деканализированием. В достаточно толстых кристаллах средние значения $\langle l_i \rangle$ стремятся к одному и тому же равновесному значению $\langle l_i \rangle \rightarrow \langle l_0 \rangle$, не зависящему от номера захвата в канал i . Это равновесное значение примерно на порядок превышает величину периода поперечного движения в канале, причем это соотношение между $\langle l_0 \rangle$ и периодом слабо зависит от энергии электронов E . Полное время жизни электрона в связанном состоянии $\langle l \rangle$ получается умножением $\langle l_0 \rangle$ на среднее число захватов в канал $\langle \nu \rangle$. Отношение $\langle l \rangle / z_d$ равно для разных энергий электронов $\approx 0.1-0.2$.

Список литературы

- [1] Белошицкий В.В., Кумахов М.А. // ЖЭТФ. 1982. Т. 82. Вып. 2. С. 462-472.
- [2] Телегин В.И., Хоконов М.Х. // ЖЭТФ. 1982. Т. 83. Вып. 1(7). С. 260-274.
- [3] Таратин А.М., Воробьев С.А. // Письма в ЖЭТФ. 1984. Т. 10. Вып. 2. С. 98-102.
- [4] Барц Б.И. // ЖЭТФ. 1991. Т. 100. Вып. 1. С. 274-291.
- [5] Хоконов М.Х., Тугуз Ф.К. // ЖТФ. 1989. Т. 59. Вып. 1. С. 77-79.
- [6] Kitagawa M., Ohtsuki Y.H. // Phys. Rev. 1973. Vol. B8. P. 3117-3123.
- [7] Kononets Yu.V., Ryabov V.A. // Nucl. Inst. Meth. 1990. Vol. B48. P. 269-273.
- [8] Khokonov M.Kh., Nitta H. // Phys. Stat. Sol. (b). 1990. Vol. 159. P. 589-596.
- [9] Borh N. // Mat.-Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. 1948. Vol. 18. N 8. P. 1-44.
- [10] Хоконов М.Х., Тугуз Ф.К. // Письма в ЖТФ. 1992. Т. 18. Вып. 13. С. 86-87.

Кабардино-Балкарский университет
Нальчик

Поступило в Редакцию
9 апреля 1992 г.