1993 JOURNAL OF TECHNICAL PHYSICS Vol. 63, N 4

01;10

СТАТИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ КОЛЬЦА С ТОКОМ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ НЕПОДВИЖНОГО КОЛЬЦА

А.И.Спицын

Теоретически исследована устойчивость кольца с током в магнитном поле неподвижного кольца. Устойчивость определялась по критерию Сильвестра по всему набору переменных, характеризующих положение подвижного кольца относительно закрепленного. Рассмотрены все возможные случаи комбинаций постоянных токов и замороженных потоков в двух кольцах. Показано, что устойчивые состояния достижимы только в случае однонаправленных токов в кольцах, если хотя бы в одном из колец заморожен постоянный магнитный поток. При исследовании устойчивости введены два безразмерных дополнительных параметра, определяющих наличие или отсутствие областей устойчивости. Приведены расчетные данные для устойчивых состояний подвижного кольца в различных случаях с учетом ограничения на перемену знака тока в одном из колец.

1. Основные соотношения

Исследование устойчивости левитирующих во внешнем магнитном поле проводящих тел является важной задачей для практических применений [1–5]. В настоящей работе теоретически исследуется устойчивость сверхпроводящего кольца с током I_2, которое удерживается магнитным полем закрепленного токового кольца с током I_1. Магнитная сила, действующая на взвешенное кольцо, должна уравновесить его силу тяжести.

В литературе имеется ряд работ, непосредственно относящихся к рассматриваемому вопросу [6–8]. В работе [6] исследована устойчивость токонесущего кольца в осесимметричном магнитном поле, но не рассмотрен наиболее интересный случай устойчивого равновесия кольца, когда оно расположено выше средней плоскости зеркального внешнего поля при измененном направлении тока. В работах [7,8] приведено рассмотрение условий устойчивости для частного случая двух колец с однонаправленными токами. Однако для практического использования желательно рассмотрение областей устойчивости в более общем случае с введением большего числа параметров, характеризующих состояния устойчивости колец.

При дальнейшем рассмотрении будем предполагать, что радиусы колец a_1, a_2 на много больше радиусов их поперечных сечений r_1, r_2. В этом случае при любых взаимных расположениях колец можно пренебрегать вносимыми индуктивностями [9] и считать собственные индуктивности L_1, L_2 равными индуктивностям уединенных колец, а при расчете их взаимной индуктивности L_{12} кольца можно заменять контурами нулевой толщины.

Будем рассматривать три случая: 1) токи в кольцах при их взаимных перемещениях остаются постоянными I_1, I_2 = const; 2) магнитный поток, замороженный в ливитирующем кольце Φ_2 = const, а в неподвижном I_1 = const; 3) магнитные потоки в обоих кольцах постоянны Φ_1, Φ_2 = const. Из закона сохранения энергии следует, что для всех трех рассматриваемых случаев можно ввести величину u, играющую роль потенциальной энергии,

$$u = \frac{1}{2}\left(S_1 I_1 \Phi_1 + S_2 I_2 \Phi_2\right), \quad S_k = \begin{cases} 1 & \Phi_k = \text{const}, \\ -1 & I_k = \text{const}, \end{cases} \tag{1}$$

где Φ_1, Φ_2 — магнитные потоки через кольца

$$\Phi_1 = L_1 I_1 + L_{12} I_2, \qquad \Phi_2 = L_2 I_2 = L_{12} I_1. \tag{2}$$

Для определения явной зависимости u от координат она должна быть выражена как функция взаимной индуктивности L_{12} и сохраняющихся величин I_k или Φ_k [8,10]. Для системы, находящейся в поле потенциальных сил, справедлив критерий устойчивости Сильвестра [10].

Соотношения для компоненты силы в каком-либо направлении z и момента сил M_φ относительно произвольной оси в пространстве получаются из общих формул [11] дифференцированием соотношения (1) и для всех трех случаев приводятся к известным выражениям [8]

$$F_z = -\frac{\partial u}{\partial z} = I_1 I_2 \frac{\partial L_{12}}{\partial z}; \quad M_\varphi = -\frac{\partial u}{\partial \varphi} = I_1 I_2 \frac{\partial L_{12}}{\partial \varphi}. \tag{3}$$

Твердое тело в общем случае обладает 6 степенями свободы, за которые можно выбрать координаты центра масс в неподвижной системе отчета $O\xi\eta\zeta$, связанной с закрепленным горизонтально расположенным кольцом (рис. 1), и углы Эйлера [11], определяющие ориентацию подвижной системы отчета $O_1\xi'\eta'\zeta$, связанной с телом, относительно системы $O\xi\eta\zeta$. Договоримся впредь выбирать направление оси ξ параллельно линии узлов ξ' и введем цилиндрическую систему координат, связанную с координатной системой $O\xi\eta\zeta(\xi \parallel z)$. Координаты центра подвижного кольца обозначим z, r, α, а угол между его осью и осью ξ обозначим θ (рис. 1). Вследствие симметрии относительно вращения вокруг оси подвижного кольца величина L_{12} не зависит от угла поворота вокруг этой оси. Аналогично при повороте радиуса вектора $\mathbf{R}_{12}$ вокруг оси z и неизменном угле α (угол между линией узлов и направлением r) взаимное положение двух колец не изменяется, а следовательно, не изменяется и взаимная индуктивность L_{12}. Таким образом, величина L_{12} может зависеть лишь от четырех независимых переменных, за которые выберем координаты z, r, θ и α.

Из осевой симметрии задачи следует, что положения равновесия осуществляются для соосных колец при размещении центра подвижного

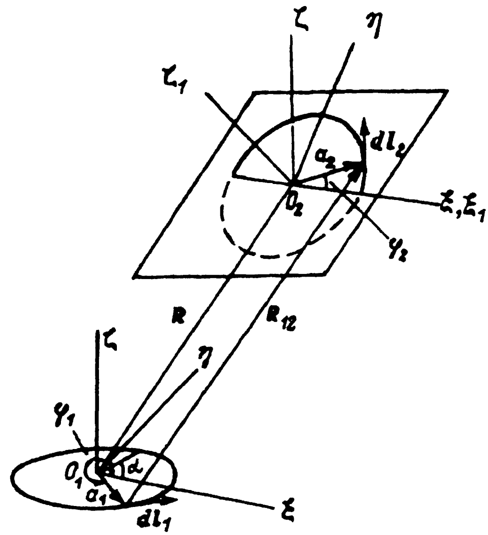

Рис. 1. Взаимное расположение подвижного и неподвижного колец.

кольца на оси z. Для нахождения интервалов устойчивости на оси z по критерию Сильвестра [10] необходимо найти все вторые производные от потенциальной энергии по координатам $q_i = z, r, \theta, \alpha$ при $\theta = r = 0$ и любых значениях z и α. Из (3) это сводится к определению коэффициентов обобщенной жесткости k_{ik}

$$k_{ik} = -\frac{\partial}{\partial q_i}\left(I_1 I_2 \frac{\partial L_{12}}{\partial q_k}\right) = -I_1 I_2 \frac{\partial^2 L_{12}}{\partial q_i \partial q_k} - \frac{\partial L_{12}}{\partial q_k}\frac{\partial}{\partial q_i}(I_1 I_2). \tag{4}$$

Так как первые производные по q_k при любых значениях z и $\theta = r = 0$ не зависят от α, то все величины k_{ik}, где хотя бы одно из q есть α, равны нулю. Так как для случаев 2 и 3 токи зависят от координат только посредством L_{12}, то вследствие равенства нулю радиальной силы и момента сил относительно вращения вокруг линии узлов

$$\frac{dL_{12}}{dr} = \frac{dL_{12}}{d\theta} = 0$$

при θ, $r = 0$ для любых значений z следует, что $k_{z\theta} = k_{zr} = 0$. Таким образом, из 16 производных отличны от нуля лишь 5: k_{zz}, k_{rr}, $k_{r\theta} = k_{\theta r}$, $k_{\theta\theta}$. Из соотношения (4) получаем, что величины k_{rr}, $k_{\theta\theta}$ и $k_{r\theta}$ при θ, $r = 0$ для всех трех случаев совпадают и условия, накладываемые на устойчивость по этим координатам, будут одними и теми же. Отметим также следующее обстоятельство. При малых смещениях и поворотах для всех рассматриваемых случаев токи в кольцах остаются неизменными до членов, линейных по dr и $d\theta$, если их брать из положения r, $\theta = 0$ [6]. Это непосредственно следует из соотношений (2).

Общее соотношение для взаимной индуктивности двух контуров нулевой толщины представляется в виде $L_{12} = \mu_0(4\pi)^{-1} \oint |R_{12}|^{-1}\, d\mathbf{l}_1 d\mathbf{l}_2$ [9], где $\mathbf{R}_{12}$ — радиус-вектор, проведенный от элемента дуги $d\mathbf{l}_1$ первого контура к элементу $d\mathbf{l}_2$ второго контура. Выразив $d\mathbf{l}_1$, $d\mathbf{l}_2$ и $\mathbf{R}_{12}$ через орты систем координат $0\xi\eta\zeta$ и $0_1\xi'\eta'\zeta$ и найдя углы между ортами в соответствии с выбором систем координат на рис. 1, взаимную индуктивность для двух окружностей можно записать в виде

$$L_{12} = \frac{\mu_0 a_1 a_2}{4\pi} \iint\limits_0^{2\pi} d\varphi_1 d\varphi_2 \left(\sin\varphi_1 \sin\varphi_2 + \cos\varphi_1 \cos\varphi_2 \cos\theta\right) \times$$

$$\times \Big[a_1^2 + a_2^2 + z^2 + r^2 - 2a_1 a_2 \left(\cos\varphi_1 \cos\varphi_2 + \sin\varphi_1 \sin\varphi_2 \cos\theta\right) + 2a_2 r \times$$

$$\times \left(\cos\alpha \cos\varphi_2 + \sin\alpha \sin\varphi_2 \cos\theta\right) - 2a_1 r \cos(\varphi_1 - \alpha) + 2z a_2 \sin\varphi_2 \sin\theta\Big]^{-1/2}. \quad (5)$$

Соотношение (5) дает явную зависимость L_{12} от радиусов колец a_1, a_2 и переменных r, z, θ, α. Положив θ, $r = 0$ и проводя интегрирование соотношения (5) и его производной по z, найдем выражение для взаимной индуктивности и силы, действующей на кольцо в z-направлении,

$$L_{12} = \mu_0 \sqrt{a_1 a_2}\, m^{3/2} C(m); \quad F = \mu_0 I_1 I_2 \frac{m^{5/2}}{4m'} (C - D) \frac{z}{\sqrt{a_1 a_2}}. \quad (6)$$

Аналогично, дважды дифференцируя по r, θ и z и находя смешанную производную по θ, r при $\theta = r = 0$, их (4) найдем

$$k_{rr} = \varkappa \left[4m'(C - D) - z^2 (a_1 a_2)^{-1} A\right],$$

$$k_{\theta\theta} = \varkappa a_1 a_2 \left[4\frac{m'}{m} E + \frac{z^2}{a_1^2} A\right],$$

$$k_{r\theta} = \varkappa z \sin\alpha \left[\frac{a_2}{a_1} A + 2\left((m')^2 + m\right) D + \left((m')^2 + 5m' - 2\right) C\right],$$

$$\varkappa = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{32\sqrt{a_1 a_2}} \frac{m^{5/2}}{(m')^2}; \quad A = m(m'C - 2E); \quad m = \frac{4a_1 a_2}{(a_1 + a_2)^2 + z^2}. \quad (7)$$

Здесь m — параметр эллиптических интегралов; $m' = 1 - m$; C, D, E — эллиптические интегралы, затабулированные, например, в [12].

2. Условия, накладываемые на устойчивость по переменным r, θ

Критерий Сильвестра по отношению к переменным r, θ приводит к следующим условиям, определяющим устойчивые положения равновесия $k_{rr} > 0$, $k_{\theta\theta} > 0$, $k_{rr}k_{\theta\theta} - k_{r\theta}^2 > 0$. Области, определяемые этими неравенствами, не зависят ни от токов, ни от потоков, замороженных в кольцах. За переменные, характеризующие состояния равновесия подвижного кольца, выберем z/a_1 и $\sqrt{a_1/a_2}$. Тогда множество точек на плоскости, удовлетворяющих уравнениям

$$k_{rr} = 0, \quad k_{\theta\theta} = 0, \quad k_{rr}k_{\theta\theta} - k_{r\theta}^2 = 0, \quad (8)$$

будут представлять линии, разделяющие всю плоскость на части, где знаки соответствующих левых частей уравнения (8) противоположны. С помощью соотношений (7) уравнения $k_{rr} = 0$ и $k_{\theta\theta} = 0$ легко разрешаются относительно величин $z/\sqrt{a_1 a_2}$ и z/a_1 как функций параметра m. Использование связи этих величин с параметром эллиптических интегралов m из (7) приводит в обоих случаях к квадратным уравнениям относительно a_1/a_2. Придавая различные возможные значения m, получим множество решений первых двух уравнений (8).

Величина $k_{r\theta}$, как следует из соотношений (7), зависит от угла α. Очевидно для выполнения неравенства $k_{rr}k_{\theta\theta} - k_{r\theta}^2 > 0$ при любых α достаточно ограничиться значениями $\alpha = \pm\pi/2$, тогда для всех других значений углов α это неравенство будет выполняться автоматически. Используя соотношения (7) для величин k при $\alpha = \pm\pi/2$ и подставляя их в третье из уравнений (8), после преобразований получим следующее уравнение третьей степени относительно $v = a_2/a_1$:

$$v^3 + rv^2 + sv + t = 0, \qquad r = 2 - \delta - t,$$

$$t = \frac{1 - (\gamma^2 - p)}{\beta + 2\gamma - \delta + 2}, \quad s = 1 + (2 - \delta)t + \frac{p\beta}{\beta + 2\gamma - \delta + 2}. \tag{9}$$

Здесь величины p, β, γ и δ являются функциями m и приводятся к соотношениям

$$p = \frac{4m'E}{Qm}, \quad \beta = \frac{4m'(D - C)}{Q}, \quad \delta = \frac{4}{m},$$

$$\gamma = \frac{1}{Q}\left[2\left((m')^2 + m\right)D + \left((m')^2 + 5m' - 2\right)C\right], \quad Q = m[2E - m'C].$$

Кубическое уравнение (9) стандартной заменой $v - r/3$ сводится к приведенному уравнению, которое алгебраически разрешается относительно v. Таким образом, и в данном случае существует строгое аналитическое решение для граничной кривой по смешанным переменным θ, r. Аналогично предыдущим случаям, придавая m различные возможные значения, лежащие в интервале от 0 до 1, получим граничные точки соответствующей области устойчивости.

На рис. 2 в относительных единицах z/a_1 приведены зависимости граничных точек областей устойчивости от $\sqrt{a_1/a_2}$, являющиеся решениями уравнения (8). Кривые *1–3* на рис. 2 соответствуют первому, второму и третьему уравнениям (8). Для кривых *1,2* знак неравенства ($>$ или $<$) в каждой из двух областей, на которые эти линии делят всю плоскость, зависит от того, имеют ли токи в кольцах I_1 и I_2 одинаковые или противоположные направления. При знаке произведения $I_1 I_2 < 0$ (случай отталкивания колец) область, определяемая неравенством $k_{rr} > 0$, лежит ниже участков кривой *1*, а неравенство $k_{\theta\theta} > 0$ справедливо в области, окаймляемой кривой *2*. В случае третьей границы, определяющей устойчивость по смешанным переменным θ, r, соответствующее неравенство $k_{rr}k_{\theta\theta} - k_{r\theta}^2 > 0$ независимо от знака произведения $I_1 I_2$ выполняется для всех точек на плоскости, лежащих выше этой границы. Так как для $I_1 I_2 < 0$ эти области не имеют общей части, то устойчивого состояния равновесия подвижного кольца в этом случае не существует. Это

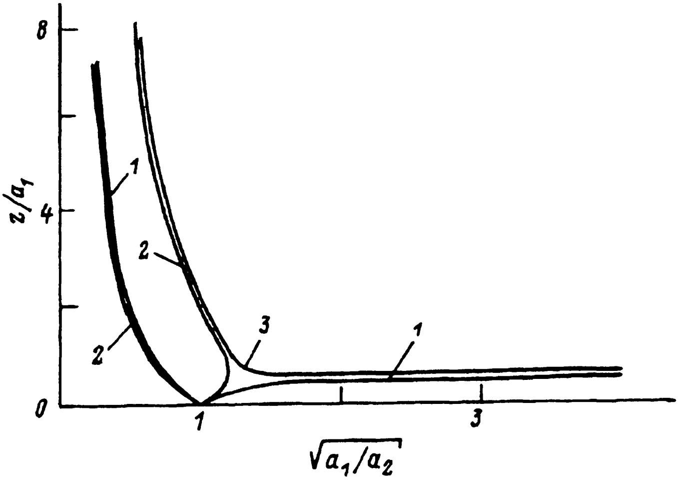

Рис. 2. Граничные линии областей устойчивости по переменным r (*1*), θ (*2*) и θ, r (*3*).

находится в соответствии с данными работы [6]. При изменении знака произведения $I_1 I_2$ на противоположный знак величин k_{rr} и $k_{\theta\theta}$ в соответствующих областях, ограниченных кривыми *1* и *2*, изменяется на противоположный. Поэтому, как непосредственно следует из рис. 2, общей областью, где выполняются все условия устойчивости по координатам θ и r для случая $I_1 I_2 > 0$, будет область, лежащая выше кривой *3*.

Из предельных соотношений для эллиптических функций при $m \to 0$ $E = \pi/2$, $C = \pi/16$ и $D = \pi/4$ для величин r, s и $t(9)$ получим асимптотические соотношения $r = -74/(15m)$, $s = 40/(15m^2)$ и $t = -14/(15m)$. Решение кубического уравнения для случая $a_1/a_2 \to 0$ приводит к соотношению $z/a_1 = \sqrt{0.4}$, описывающему правый предел границы *3*. Аналогично этому для $a_1/a_2 \to 0$ получаем асимптотическое соотношение для левой части границы *3*

$$\frac{z}{a_2} = \sqrt{60\left(37 - \sqrt{769}\right)^{-1} - 1} \approx 2.34.$$

3. Осевая устойчивость подвижного кольца

Критерий устойчивости Сильвестра [10] по отношению к осевой координате z сводится к условию $k_{zz} > 0$. Вначале рассмотрим первый случай, когда в кольцах поддерживаются постоянные по величине токи $I_1, I_2 = \text{const}$. Дифференцирование по z соотношения (5) при θ, $r = 0$ приводит к равенству $k_{zz} = -2k_{rr}$, из которого непосредственно следует, что устойчивость колец независимо от знака произведения $I_1 I_2$ в этом случае невозможна, поскольку условия $k_{zz} > 0$ и $k_{rr} > 0$ несовместимы.

Находя токи в кольцах из соотношений (2) и подставляя их в (4), после несложных преобразований получаем соотношения для коэффициентов осевой жесткости k_{zz} для второго и третьего случаев, упомянутых в разделе 1,

$$k_{zz} = I_1 I_2 \left[-L''_{12} + (L'_{12})^2 \left(\frac{I_{20}}{I_1} L_2 - L_{12} \right)^{-1} \right], \quad I_1, \Phi_2 = \text{const}, \tag{10а}$$

$$k_{zz} = I_1 I_2 \left\{ -L''_{12} + (L'_{12})^2 \left[\left(\frac{I_{10}}{I_{20}} L_1 - L_{12} \right)^{-1} + \left(\frac{I_{20}}{I_{10}} L_2 - L_{12} \right)^{-1} - \frac{4L_{12}}{L_1 L_2 - L_{12}^2} \right] \right\},$$

$$\Phi_1, \Phi_2 = \text{const}. \tag{10б}$$

Здесь I_{10} и I_{20} — токи в кольцах, когда они удалены на бесконечное расстояние друг от друга; L_1 и L_2 — собственные индуктивности колец, которые в рассматриваемом приближении можно взять в виде [9] $L_i = \mu_0 a_i \left[\ln(8a_i r_i^{-1}) - 2 \right]$ $(i = 1, 2)$; штрихи обозначают дифференцирование по координате z. Для дальнейшего формулы для собственных индуктивностей удобно представить в виде

$$L_i = \mu_0 a_i \tilde{L}_i; \quad \tilde{L}_i = \ln \left(\frac{8a_i}{r_i} \right) - 2 \quad (i = 1, 2). \tag{11}$$

Границы области устойчивости по осевой координате определяются условием $k_{zz} = 0$, которое с помощью равенств $L'_{12} = (I_1 I_2)^{-1} F$, $L''_{12} = -2K_{rr}(I_1 I_2)^{-1}$ и соотношений (6), (7), (10) и (11) сводится к уравнениям

$$\left(1 - \tilde{\xi}^2 \tilde{\alpha} \right) + \tilde{\gamma} \tilde{\xi}^2 \left(s_2 u^{-1} - \tilde{\beta} \right)^{-1} = 0, \quad I_1, \Phi_2 = \text{const}, \tag{12а}$$

$$\left(1 - \tilde{\xi}^2 \tilde{\alpha} \right) + \tilde{\gamma} \tilde{\xi}^2 \left[\left(s_2 u^{-1} - \tilde{\beta} \right)^{-1} + (s_1 u - \beta)^{-1} - 4\tilde{\beta} \left(s_1 s_2 - \tilde{\beta}^2 \right)^{-1} \right] = 0,$$

$$\Phi_1 \Phi_2 = \text{const}, \tag{12б}$$

$$\tilde{\alpha} = \frac{m(2E - m'C)}{4m'(D - C)}, \qquad \tilde{\gamma} = \frac{m^{5/2}(D - C)}{4m'},$$

$$\tilde{\beta} = m^{3/2} C, \quad u = \left(a_1 \cdot a_2^{-1} \right)^{1/2}, \quad \tilde{\xi} = z(a_1 a_2)^{-1/2}, \tag{13}$$

где $s_1 = I_{10} I_{20}^{-1} \tilde{L}_1$, $s_2 = I_{10}^{-1} I_{20} \tilde{L}_2$ — безразмерные параметры.

В случае постоянства величин I_1, Φ_2 очевидно $I_1 = I_{10}$. Для различных фиксированных значений m с учетом соотношения для m (7) уравнения (12а) и (12б) сводятся к уравнениям 5-й и 6-й степени относительно u.

На рис. 3 сплошными кривыми приведены результаты численного решения уравнения (12а) для значений параметра $s_2 = 0.1$ (кривая *1*), 0.3 (кривая *2*), 1 (кривая *3*) и 10 (кривая *4*). Для токов, имеющих одинаковое направление в контурах $I_{10} I_{20} > 0$, устойчивым состояниям равновесия могут соответствовать только точки, лежащие ниже этих кривых. Поэтому области устойчивости будут существовать только в тех случаях, когда кривые, описываемые уравнением (12а), лежат выше границ устойчивости по координатам θ, r (кривая *a* на рис. 3). Это осуществляется при значении параметра $s_2 \lesssim 1$. Отметим также следующее.

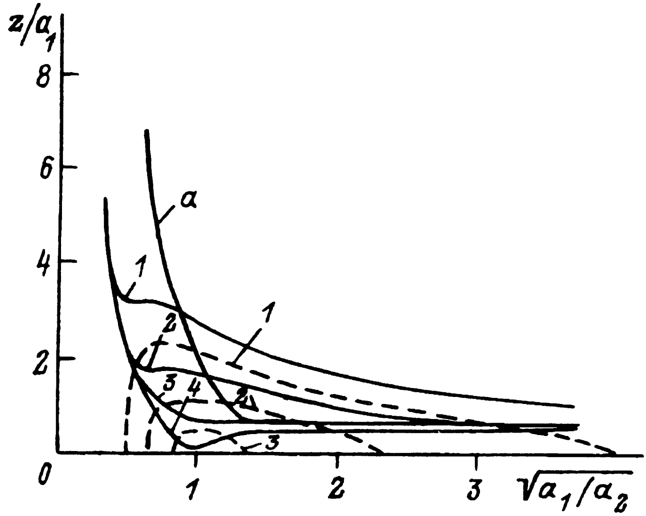

Рис. 3. Граничные линии областей устойчивости по осевой координате (сплошные кривые) и из-за ограничения по току (пунктир) для случая I_1, $\Phi_2 = \mathrm{const}$. $S_2 = 0.1$ (*1*), 0.3 (*2*), 1 (*3*), 10 (*4*). Линия *a* соответствует кривой *3* на рис. 2.

Преобразование $I_{10} \leftrightarrow I_{20}$, $L_2 \leftrightarrow L_1$, $a_1 \leftrightarrow a_2$ приводит (12а) к уравнению, описывающему граничную линию осевой устойчивости случая Φ_1, $I_2 = \mathrm{const}$. Поэтому сплошные линии *1–4* на рис. 3 в то же время представляют граничные линии в координатах z/a_2 от $(a_2 a_1^{-1})^{1/2}$ для случая Φ_1, $I_2 = \mathrm{const}$ при значении параметра s_1, соответствующего этому случаю, численно равному s_2.

На рис. 4,*а*,*б* сплошными линиями приведены данные численного решения уравнения (12б) для случая, когда в кольцах заморожены магнитные потоки $\Phi_1 = L_1 I_{10}$ и $\Phi_2 = L_2 I_{20}$.

Соответствующие границы промежутков устойчивости по координате z при фиксированном отношении $a_1 a_2$ для этого случая определяются двумя безразмерными параметрами s_1 и s_2. Более удобно за эти параметры выбрать их комбинации $\tilde{x} = \sqrt{s_1 s_2} = \sqrt{\tilde{L}_1 \tilde{L}_2}$ и $\tilde{y} = \sqrt{s_1 s_2^{-1}} = I_{10} I_{20}^{-1} \sqrt{\tilde{L}_1 \tilde{L}_2^{-1}}$. Первый из них не зависит от значений потоков в кольцах и для рассматриваемого приближения $a_i \gg r_i$ реально может изменяться в пределах 3–6. Данные на рис. 4,*а*,*б* соответствуют значениям параметра $\tilde{x} = 4$ и различным значениям $\tilde{y}$. Так же как и в предыдущем случае, существуют предельные значения параметров $\tilde{y}$ $\tilde{y} \lesssim 0.4$ и $\tilde{y} \gtrsim 4$, при которых возможно существование областей устойчивости. Следует отметить, что в случае подвешенного кольца в поле другого кольца или катушки граница интервала устойчивости зависит от соотношения замороженных потоков в кольцах. Это отличается от случая односвязного взвешенного тела, когда граничные точки интервалов устойчивости из-за ограничения по осевой координате не зависят от замороженного потока в источнике поля [2,13,14].

Кроме выше указанных ограничений могут существовать ограничения, накладываемые на значения токов в кольцах. Если токи I_{10} и I_{20}, текущие в кольцах при удалении их на бесконечное расстояние друг от

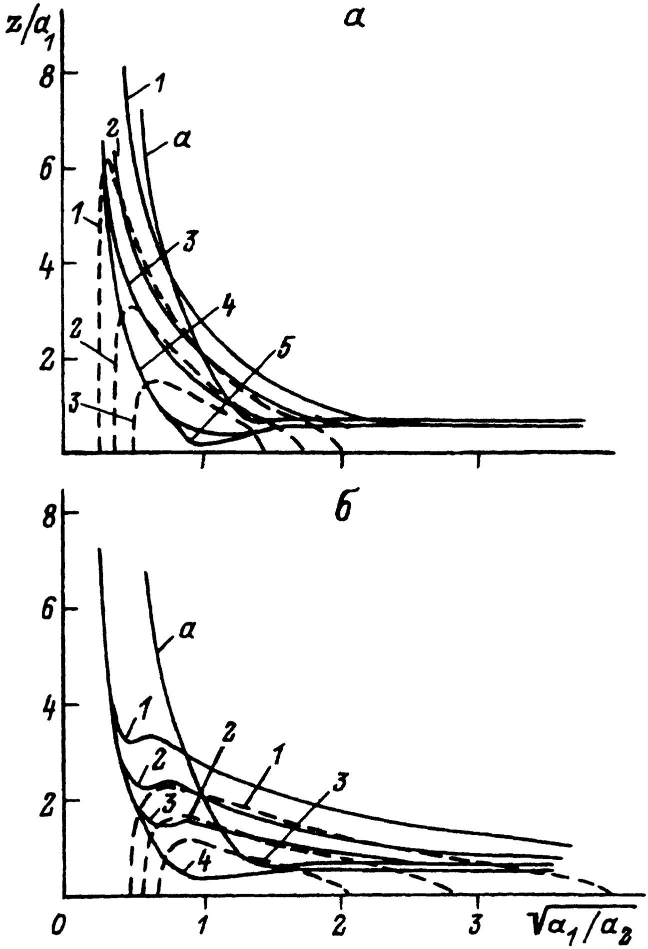

Рис. 4. Граничные линии областей устойчивости по осевой координате (сплошные кривые) и из-за ограничения по току (пунктир) для случая Φ_1, $\Phi_2 = \mathrm{const}$ и значения параметра $\tilde{x} = 4$.
а: $\tilde{y} = 0.025$ (*1*), 0.05 (*2*), 0.1 (*3*), 0.5 (*4*) и 1 (*5*); б: $\tilde{y} = 40$ (*1*), 20 (*2*), 10 (*3*), 2 (*4*).

друга, имеют одно направление, то при их сближении ток в одном из колец может изменить знак, а следовательно, состояние подвижного кольца будет неустойчиво. Из соотношений (2) для магнитных потоков аналогично выводу соотношений (12а) и (12б) получаем условия, определяющие обращение токов в нуль в первом или втором кольцах,

$$s_1 u - \tilde{\beta} = 0, \qquad \frac{s_2}{u} - \tilde{\beta} = 0, \tag{14}$$

где обозначения те же, что и в соотношениях (12а) и (12б).

Для фиксированного значения a_1/a_2 в случае Φ_1, $\Phi_2 = \mathrm{const}$ одно из этих условий является основным и выполняется при большем удалении колец друг от друга. Во всех случаях, когда существуют области устойчивости, для всех значений a_1/a_2 важно только одно из условий (14). На рис. 3, 4 пунктиром показаны данные численного решения уравнения (12) для тех же значений параметров s, что и для соответствующих сплошных кривых. Из рисунков следует, что существуют два рода промежутков на оси $\sqrt{a_1/a_2}$, где область устойчивости снизу ограничена как линией a, определяющей границы устойчивости по координатам θ, r, так и линией, определяющей ограничения по токам.

Для практического взвешивания кольца в магнитном поле другого кольца необходимо выбрать такие размеры колец и заморозить в них такие потоки, чтобы соответствующая точка в плоскости z/a_1, $\sqrt{a_1/a_2}$ находилась в области устойчивости. При этом, конечно, необходимо выполнение условия равенства веса подвижного кольца вертикальной составляющей магнитной силе (6).

Список литературы

[1] *Белозеров В.И., Левин Н.А., Никулин М.Г.* // ЖТФ. 1970. Т. 40. Вып. 4. С. 669–672.
[2] *Спицын А.И., Личман Е.А.* // ЖТФ. 1989. Т. 59. Вып. 2. С. 193–196.
[3] *Жевляк А.В., Музлов Д.П.* // ЖТФ. 1982. Т. 32. Вып. 7. С. 1299–1303.
[4] *Буряк А.А., Горский О.И., Дзензерский В.А.* и др. // ЖТФ. 1991. Т. 62. Вып. 2. С. 82–87.
[5] *Гришин С.Д., Заводский В.А., Огородников С.Н.* и др. // ЖТФ. 1987. Т. 57. Вып. 11. С. 2235–2238.
[6] *Нейл В.К., Купер Р.К.* // Приборы для науч. исслед. 1969. № 2. С. 93–101.
[7] *Козорез В.В., Чеборин О.Г.* // ДАН УССР. Сер. А. 1977. № 1. С. 80–82.
[8] *Козорез В.В.* Динамические системы магнитно-взаимодействующих свободных тел. Киев: Наукова думка, 1981. 140 с.
[9] *Колантаров П.Л., Цейтлин М.Б.* Расчет индуктивности. Л.: Энергоатомиздат, 1986. 488 с.
[10] *Пановко Я.Г.* Введение в теорию механических колебаний. М.: Наука, 1991. 255 с.
[11] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Механика. М.: Наука, 1988. 216 с.
[12] *Янке Е., Эмде Ф.* Таблицы функций. М.: Физматгиз, 1959. 420 с.
[13] *Менде Ф.Ф., Дубров Н.Н., Спицын А.И.* // ЖТФ. 1981. Т. 51. Вып. 3. С. 666–669.
[14] *Спицын А.И., Ванцан В.М.* // Радиотехника. Харьков, 1991. Вып. 94. С. 109–114.

Харьковский институт радиоэлектроники
им. М.К.Янгеля
Научно-учебное-производственное
объединение "Дельта"

Поступило в Редакцию
20 декабря 1991 г.
В окончательной редакции
9 июня 1992 г.