

01;09;10

©1993 г.

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
УСИЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН
В ЛАЗЕРАХ НА СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ
С СИЛЬНОТОЧНЫМ ПУЧКОМ
ПРИ НАЛИЧИИ РАЗБРОСА ПРОДОЛЬНЫХ СКОРОСТЕЙ**

Ю.Я.Голубь, Н.Е.Розанов, А.Д.Шаткус

Приведены результаты численного моделирования процесса усиления электромагнитных волн в лазере на свободных электронах с сильноточным трубчатый релятивистским электронным пучком при наличии в нем разброса продольных скоростей и с учетом высших гармоник высокочастотного пространственного заряда. Найдены параметры системы, при которых влияние разброса продольных скоростей пучка становится существенным.

Введение

В последнее время интенсивно изучается физика процессов в лазерах на свободных электронах (ЛСЭ) [1-3]. Одно из достоинств этих приборов состоит в возможности получать коротковолновое излучение большой мощности, частоту которого можно перестраивать, меняя энергию электронного пучка и период ондулятора. В ЛСЭ вынужденное излучение пучка релятивистских электронов, вызванное прохождением его через ондулятор, приводит к усилению электромагнитной волны. Ондулятор создает пространственно-периодическое поле, под воздействием которого электроны излучают электромагнитную волну с длиной, примерно в $2\gamma^2$ раз (γ — релятивистский фактор электронов) меньшей периода ондулятора. Наиболее существенными факторами, определяющими возможности ЛСЭ, являются характеристики электронного пучка и ондулятора. Для повышения коэффициента полезного действия (КПД) ЛСЭ и выходной мощности электромагнитной волны требуется увеличивать ток пучка и амплитуду поля ондулятора. При этом возрастает величина, а следовательно, и роль пространственного заряда и разброса продольных скоростей электронов. Исследованию влияния этих факторов посвящено много работ (см., например, обзор в [1]). В целом оно сводится к снижению КПД прибора с ростом величины разброса скоростей из-за уменьшения доли тока пучка, находящейся в резонансе с усиливаемой волной. Увеличение тока пучка I_b приводит к росту КПД. Однако при этом становятся существенными собственные колебания пучка, в том числе кратные гармоники его пространственного заряда, уменьшающие рост КПД ЛСЭ [4].

Влияние разброса продольных скоростей в пучке на достижимые параметры ЛСЭ исследовалось до сих пор без учета высших гармоник пространственного заряда (см., например, [5,6]). Роль высших гармоник высокочастотного (ВЧ) пространственного заряда моноскоростного пучка изучена в [4].

В данной работе приведены результаты численного моделирования процесса усиления электромагнитных волн в ЛСЭ с силовоточным трубчатый релятивистским электронным пучком (РЭП) при наличии в нем разброса продольных скоростей. Найдены параметры системы, при которых влияние разброса продольных скоростей пучка становится существенным, т.е. КПД ЛСЭ усилителя снижается в несколько раз по сравнению со случаем моноскоростного пучка.

Постановка задачи и основные уравнения

Рассмотрим бесконечно тонкий трубчатый электронный пучок с радиусом r_b и с током I_b , распространяющийся со средней скоростью u вдоль оси z цилиндрического волновода радиуса R . Вся система помещена в магнитное поле ондулятора с продольной составляющей вида

$$B_z = B_0 + B_w I_{l_w}(k_w r) \cos(k_w z + l_w \varphi), \quad (1)$$

где $I_{l_w}(k_w r)$ — функция Бесселя мнимого аргумента порядка l_w ; B_0, B_w — константы, соответствующие однородному фокусирующему полю и амплитуде пространственно периодического поля ($B_w \ll B_0$); $k_w = 2\pi/d$, d — пространственный период ондулятора; r, φ, z — цилиндрические координаты.

Такая система может усиливать электромагнитную волну, частота ω_s и продольное волновое число k_s которой удовлетворяют условию

$$\omega_s - k_s u \approx k_w u. \quad (2)$$

Для описания нелинейной стадии процесса усиления попутных пучком ($k_s > 0$) периодических во времени мод (H - или E -типа) цилиндрического волновода с продольной составляющей поля

$$A_s = a_s(z) J_{l_s}(\mu_s r/R) \cos(k_s z + l_s \varphi - \omega_s t + \psi(z)) \quad (3)$$

воспользуемся системой уравнений, полученной в работе [7] и обобщенной в [4] на случай немоноскоростного пучка. В формуле (3) $a_s(z)$ и $\psi(z)$ — медленно меняющиеся амплитуда ($d \ln a_s / dz \ll k_s$) и фаза ($d\psi / dz \ll k_s$) усиливаемой волны, J_{l_s} — функция Бесселя порядка l_s , $l_s = 0, \pm 1, \dots$ — азимутальное число, μ_s — корень функции Бесселя J_{l_s} для мод E -типа и ее производной для мод H -типа.

При получении системы уравнений в работах [4,7] использовалось усреднение уравнений Максвелла и уравнений движения частиц по быстроосциллирующим фазам $\theta_w = -k_w z + l_w \varphi$ и $\theta_s = k_s z + l_s \varphi - \omega_s t$ и учитывалось, что комбинационная фаза $\theta_c \equiv \theta_s - \theta_w$ является в силу соотношения (2) медленно меняющейся величиной. При вычислении трехмерных траекторий частиц в поле усиливаемой волны и в поле ондулятора сохранялись только линейные по a_s и B_w члены, причем режим циклотронного резонанса

$$\Omega \equiv eB_0/m_e c \gamma = k_w u \quad (4)$$

при таком подходе не может быть рассмотрен. Продольная (вдоль z) динамика электронов пучка в поле комбинационной волны (с фазой θ_c) является нелинейной и описывает процесс насыщения усиления волны пучком, в том числе за счет захвата частиц полем волны. Система уравнений учитывает влияние сил ВЧ пространственного заряда точно РЭП, включая высшие (по θ_c) гармоники. Полагается, что изменение энергии электронов $\Delta\gamma$ невелико, т.е. учитываются только линейные по параметру $\Delta\gamma/\gamma$ члены. Поперечная динамика электронов в поле комбинационной волны считается отсутствующей, так, предполагается выполненным условие

$$|\omega_s - k_s u - k_w u| \ll \Omega. \quad (5)$$

Примем для определенности, что начальная функция распределения электронов по продольным скоростям является максвелловской с дисперсией v_T , обрезанной при скоростях $v_z = u \pm \sqrt{6}v_T$.

Заметим, что в такой постановке величина v_T характеризует эффективный (т.е. интегральный по поперечному сечению) разброс пучка по продольным скоростям. Его наличие может быть обусловлено различными причинами, прежде всего радиальной неоднородностью статического потенциала не скомпенсированного по заряду пучка по его сечению, конечной величиной эмиттанса пучка, а также радиальной неоднородностью поля ондулятора, приводящей к зависимости от радиальной координаты поперечной скорости колебаний электронов в ондуляторе и, как следствие, к эффективному разбросу продольных скоростей по поперечному сечению пучка.

При моделировании пучок с разбросом по скоростям представлялся в виде N фракций, отстоящих друг от друга по продольной скорости на одинаковом расстоянии и имеющих "вес", определяемый максвелловской функцией распределения. Крайним функциям соответствуют скорости, при которых функция распределения спадает в e^3 раз по сравнению с максимальным значением. Каждая фракция представляется набором I макрочастиц [4]. В безразмерных переменных система уравнений имеет вид

$$\frac{d\theta_{ni}}{d\xi} = \Delta - w_{ni}, \quad (6)$$

$$\frac{dw_{ni}}{d\xi} = \alpha \cos(\theta_{ni} + \psi) - \frac{1}{\pi S} \sum_{n=1}^N f_n \sum_{m=1}^M q_m^2 \sum_{j=1}^I \sin[m(\theta_{ni} - \theta_{nj})], \quad (7)$$

$$\frac{d\alpha}{d\xi} = -\frac{1}{\pi S} \sum_{n=1}^N f_n \sum_{i=1}^I \cos(\theta_{ni} + \psi), \quad (8)$$

$$\alpha \frac{d\psi}{d\xi} = \frac{1}{\pi S} \sum_{n=1}^N f_n \sum_{i=1}^I \sin(\theta_{ni} + \psi). \quad (9)$$

Здесь θ_{ni} — комбинационная фаза θ_c i -й частицы в n -й фракции; $\xi = \omega_s z G/c$, $\Delta = c(k_s + k_w - \omega_s/u)/\omega_s G$ — расстройка синхронизма, определяемого формулой (1); $w_{ni} = (u - v_{zni})/u\beta G$;

$$\alpha = \frac{ea_s}{m_e \omega_s c} \frac{eB_w}{2m_e k_w c u} \frac{F(r_b)}{\beta^3 \gamma^4 G^2}$$

— нормированная амплитуда усиливаемой волны; ψ — ее фаза; c — скорость света; e и m_e — заряд и масса электрона;

$$G = \left[\frac{2\pi\mu_s^2}{N_s k_s R^2} \frac{\nu}{\gamma^5 \beta^3} \left(\frac{eB_w}{2m_e k_w c u} F(r_b) \right)^2 \right]^{\frac{1}{3}} \frac{c}{\omega_s}$$

— параметр усиления, определяющий инкремент нарастания волны вдоль z (в случае пучка с $v_T = 0$ в комptonовском режиме инкремент $k_{im} = (\sqrt{3}/2)(\omega_s/c)G$),

$$\nu = \frac{eI_b}{m_e c^3}; \quad \beta = \frac{u}{c}; \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}};$$

$$q_m = \left(\frac{2\nu}{\beta^3 \gamma^3 G^2} \frac{c^2}{\omega_s^2 r_b^2} \frac{\Phi_m}{m} \right)^{\frac{1}{3}}$$

— параметр m -й гармоники ВЧ пространственного заряда пучка; $F(r_b)$, N_s , Φ_m — форм-факторы, определяемые типами ондулятора и усиливаемой волны, а также геометрическими размерами системы (формулы для них приведены в [4]);

$$f_n = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta_n}{\sigma} \right)^2 \right]$$

— “вес” n -й фракции;

$$\sigma = \frac{v_T}{\beta u G}, \quad \Delta_n = -\sqrt{6}\sigma + \frac{n-1}{N-1} 2\sqrt{6}\sigma, \quad S = \sum_{n=1}^N f_n.$$

Начальные условия при $\xi = 0$

$$\alpha(0) = \alpha_0 \ll 1, \quad \psi(0) = \psi_0 = 0, \quad \theta_{ni}(0) \in [0, 2\pi), \quad w_{ni}(0) = \Delta_n. \quad (10)$$

Они моделируют равномерное распределение пучка на интервале периодичности по комбинационной фазе и малую (относительно значения в момент насыщения усиления) амплитуду усиливаемой волны. Параметры задачи следующие: σ — нормированный разброс по продольной скорости, q_m — параметр m -й гармоники ВЧ пространственного заряда пучка, Δ — расстройка синхронизма, M — количество учитываемых гармоник пространственного заряда. В процессе расчетов параметры задачи варьировались в следующих диапазонах. Нормированный разброс по скорости σ менялся в интервале от 0 до 1.5. При $\sigma = 1.5$ эффективность ЛСЭ усилителя уменьшалась примерно в 10 раз по сравнению со случаем моноскоростного пучка.

Значения q_m выбирались равными между собой $q_1 = q_2 = \dots q_M \equiv q$, что справедливо в случае, если длина волны усиливаемого сигнала достаточно мала, а трубчатый пучок распространяется не слишком близко от стенки волновода [4]

$$\frac{2\omega_s}{u\gamma} (R - r_b) \gg 1. \quad (11)$$

Параметр пространственного заряда q примерно равен отношению волнового числа ленгмюровских колебаний пучка к пространственному инкременту усиления моноскоростного пучка в комptonовском режиме. Он возрастает с увеличением тока пучка $\propto I_b^{1/6}$ и уменьшением амплитуды поля ондулятора $\propto V_w^{-2/3}$. Значение q задавалось в интервале от 0 до 2.

Величина расстройки Δ выбиралась соответствующей максимизируемому по σ и q инкременту нарастания волны на участке ее экспоненциального роста. Для определения такой "оптимальной" расстройки проводились серии расчетов с разными значениями Δ при фиксированных q и σ .

Количество гармоник ВЧ пространственного заряда M обычно выбиралось таким, чтобы дальнейшее увеличение их числа не влияло на результат.

Результаты расчетов

Расчеты показали, что в указанных диапазонах изменения параметров задачи взаимодействие пучка в ондуляторе с электромагнитной волной приводит к усилению последней, выражающемуся сначала в экспоненциальном росте ее амплитуды вдоль z , затем к снижению темпа роста и достижению максимального значения (или нескольких локальных максимумов).

На рис. 1 для примера показаны зависимости амплитуды усиливаемой волны α от продольной координаты ξ для различных значений q и σ : $q = 0.3$, $\sigma = 0.001$ (кривая 1); 1.6 , $\sigma = 0.001$ (кривая 2); 1 , 1.5 (кривая 3). Видно, что при $\sigma \ll 1$ увеличение q приводит к росту максимально достижимой амплитуды. Рост разброса по продольным скоростям σ вызывает уменьшение инкремента нарастания волны и максимальной амплитуды.

Эволюция фазовой плоскости (w, θ) пучков с $\sigma = 0.01$, $q = 2$ и $\sigma = 1.0$, $q = 0$ показана на рис. 2 и 3 соответственно. На рис. 3 для удобства восприятия показаны не все фракции пучка по продольной скорости. Видно, что пучок с малым разбросом по скоростям ($\sigma = 0.01$) ведет себя прак-

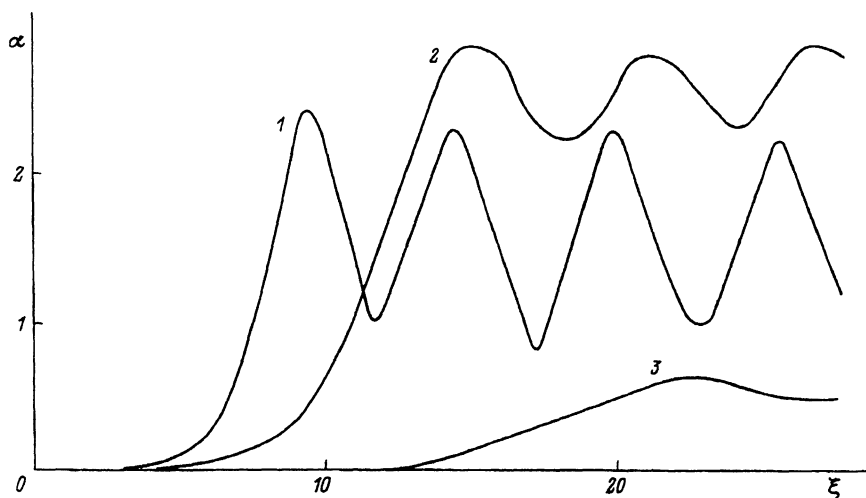


Рис. 1. Зависимости амплитуды усиливаемой волны α от продольной координаты ξ для различных значений q и σ .

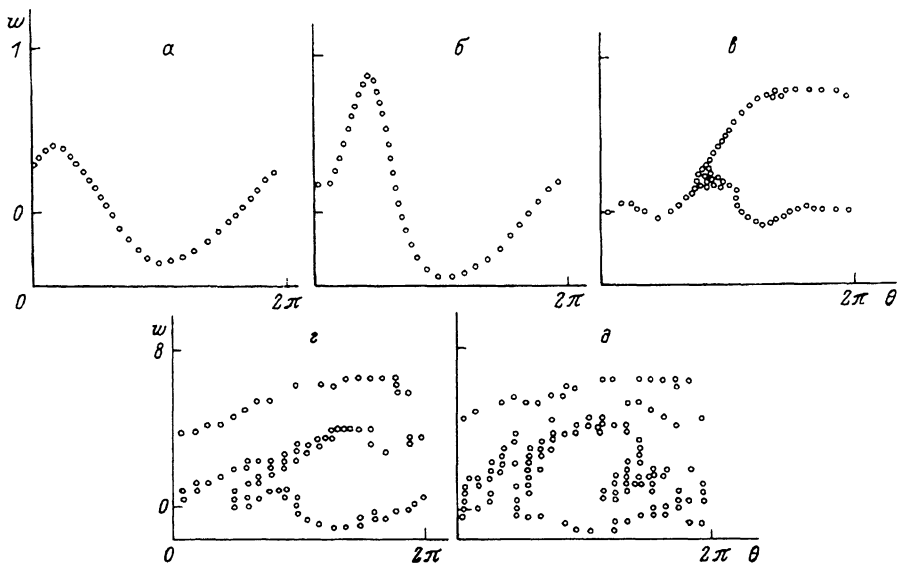


Рис. 2. Эволюция фазовой плоскости $\{w, \theta\}$ пучка с $\sigma = 0.01$, $q = 2$.
 ξ : а — 10.1, б — 12.7, в — 15.0, г — 16.4, д — 17.8.

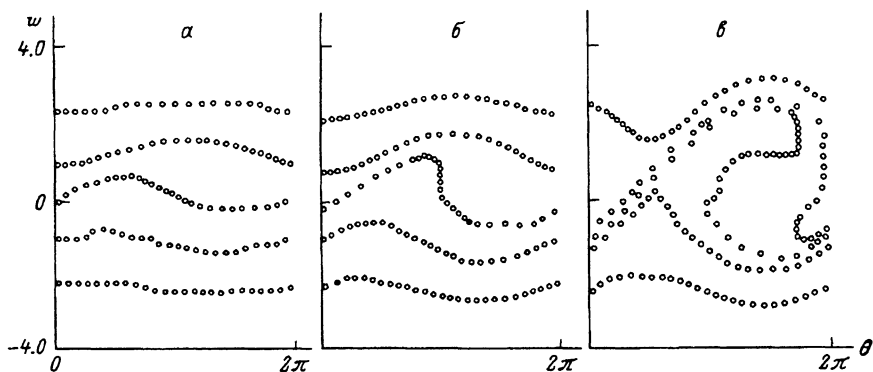


Рис. 3. Эволюция фазовой плоскости пучка с $\sigma = 1.0$, $q = 0$.
 ξ : а — 15, б — 16.5, в — 18.

тически как моноскоростной. В то время как при $\sigma = 1.0$ с волной взаимодействует только малая доля его, что и является причиной уменьшения максимально достижимой амплитуды волны с ростом σ . Из рис. 2, в следует, что движение частиц стало двухпотоковым ($\xi \approx 15$). Однако амплитуда волны достигает максимума не в этот момент, а позже, при $\xi \approx 17.8$, когда движение частиц стало многопотоковым (рис. 2, г), в частности, вследствие возбуждения высших гармоник ВЧ пространственно-го заряда. В варианте, показанном на рис. 3, момент достижения максимальной амплитуды ($\xi \approx 17.7$) также не совпадает с моментом “опрокидывания” волны плотности пучка ($\xi \approx 16.5$).

Влияние величины разброса продольных скоростей пучка σ на эффективность ЛСЭ усилителя демонстрирует рис. 4. На нем представлены зависимости приведенного КПД усилителя $\tilde{\eta} \equiv \alpha_n^2/4$ от σ при разных q . Здесь α_n — амплитуда насыщения, точнее, амплитуда волны в момент

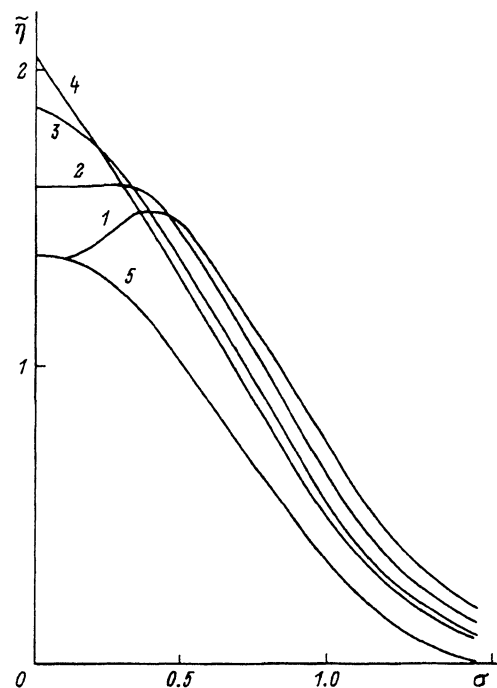


Рис. 4. Зависимости приведенного КПД усилителя $\tilde{\eta}$ от σ при различных значениях q .
 1 — $q = 0$; 2 — 0.5; 3 — 1.0; 4 — 1.5;
 5 — $q = 0$, неоптимальная расстройка $\Delta = 0$.

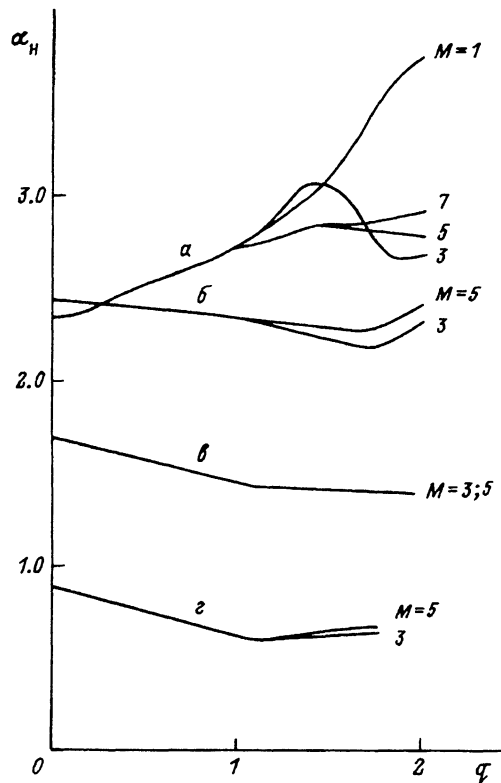


Рис. 5. Зависимости амплитуды волны α_n в момент насыщения процесса усиления от параметра пространственного заряда q при различных σ и при различном числе учитываемых гармоник пространственного заряда M .
 а — $\sigma = 0.001$, б — 0.5, в — 1.0, г — 1.5.

достижения первого максимума. Величина $\tilde{\eta}$ пропорциональна доле потока кинетической энергии пучка, переданной волне. Она связана с реальным КПД η соотношением $\eta = \tilde{\eta} G \beta^3 \gamma^3 / (\gamma - 1)$. Видно, что рост σ от 0.5 до 1.5 приводит к монотонному уменьшению КПД в 7-10 раз для разных значений q . При значениях $q \leq 0.5$ наблюдается рост КПД с увеличением σ от 0 до 0.5 при оптимальных значениях расстройки (кривые 1 и 2). Такого роста нет в случае, если расстройка выбирается соответствующей моноскоростному пучку (кривая 5, $q = 0$, $\Delta = 0$). Связан он с увеличением амплитуды насыщения вследствие возрастания значения расстройки синхронизма. Этот эффект подробно исследован в ЛВВ устройствах с моноскоростными пучками (см., например, [8, с. 209]). В случае немоноскоростного пучка в указанном диапазоне параметров имеет место заметный относительный рост оптимальной (с точки зрения инкремента неустойчивости, а не КПД) расстройки: для $q = 0$ от нуля при $\sigma = 0$ до 0.4 при $\sigma = 0.5$. Вследствие этого увеличивается длина участка взаимодействия, на котором образуются сгустки электронов, пучок дольше отдает энергию волне и амплитуда насыщения увеличивается. На графике, построенном для фиксированной расстройки, возрастание КПД отсутству-

ет. Нет его и при $q > 0.5$, когда относительный рост расстройки заметно меньше: для $q = 1$ от 0.8 при $\sigma = 0$ до 1.1 при $\sigma = 0.5$.

На рис. 5 показаны зависимости амплитуды волны α_n в момент насыщения процесса усиления от параметра пространственного заряда q при разных σ и различном числе учитываемых гармоник пространственного заряда M . Видно, что в целом при фиксированных σ величина α_n не так сильно зависит от q , как от σ при заданных q . Например, отличия α_n при изменении q в диапазоне от 0 до 2 составляют не более 25% при $\sigma \leq 1.0$ и не более 50% при $\sigma = 1.5$. Исключение составляет случай с $\sigma = 0.001$ и $M = 1$, когда учитывается лишь одна гармоника пространственного заряда пучка. Пренебрежение высшими гармониками, как видно, заметно завышает амплитуду насыщения. Сравнение кривых с разным числом учитываемых гармоник M показывает, что влияние высших гармоник нарастает при переходе к пучкам с большим током, т.е. к большому q , при фиксированных σ . При этом это влияние более сильным является для пучков с малым разбросом по скоростям, так как разброс уменьшает влияние высших гармоник ВЧ пространственного заряда.

Скажем также, что так как для расчета ЛСЭ с пучками с большими q требуется учитывать большее число гармоник, то для этого приходится увеличивать число макрочастиц в каждой фракции по скорости. С ростом σ возрастает необходимое для достижения требуемой точности количество фракций пучка с разными скоростями, что также усложняет расчеты.

Заключение

В работе приведены результаты численного моделирования процесса усиления электромагнитных волн в ЛСЭ с сильноточным трубчатым РЭП при наличии в нем разброса продольных скоростей.

Показано, что КПД ЛСЭ усилителя уменьшается на порядок по сравнению со случаем моноскоростного пучка при увеличении нормированного значения разброса пучка по продольным скоростям до значения $\sigma = 1.5$ в широком диапазоне изменения тока пучка. Отмечен эффект увеличения КПД с ростом σ от 0 до 0.5 при значениях параметра пространственного заряда в диапазоне $0 \leq q \leq 0.5$. Подтверждено сильное влияние высших гармоник ВЧ пространственного заряда пучка на КПД. Показано, что оно усиливается при переходе к пучкам с малым разбросом продольных скоростей. Увеличение разброса снижает влияние высших гармоник.

Список литературы

- [1] Маршалл Т. Лазеры на свободных электронах. М.: Мир, 1987. 238 с.
- [2] Спренгл П. Ча-Мей Танг, Мангеймер В.М. // Генераторы когерентного излучения на свободных электронах. М.: Мир, 1983. С. 143–181.
- [3] Карбушев Н.И., Попонин В.П., Рухадзе А.А. // Там же. С. 224–258.
- [4] Голубь Ю.Я., Розанов Н.Е., Шаткус А.Д. // Тез. докл. VIII Всесоюз. симпозиума по СЭ. Свердловск, 1990. Ч. III. С. 8–10.
- [5] Freund H.P., Ganguly A.K. // Phys. Rev. A. 1986. Vol. 34. N 2. p. 1242–1246.
- [6] Granatstein V.L., Wang M.C., Levush B. // Proc. SPIE. 1989. Vol. 1059. P. 217–225.
- [7] Гинзбург Н.С., Новожилова Ю.В. // РиЭ. 1984. Т. 29. № 12. С. 2419–2429.
- [8] Цейтлин М.Б., Кац А.М. Лампа с бегущей волной. М.: Сов. радио, 1964. 311 с.

Московский радиотехнический институт

Поступило в Редакцию
1 декабря 1991 г.
В окончательной редакции
9 февраля 1993 г.