

01;03;12

©1993 г.

НЕФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИЙ ПОДХОД К РАЗДЕЛЕНИЮ РЕЖИМОВ В ЯВЛЕНИИ ЭЛЕКТРОДИСПЕРГИРОВАНИЯ ЖИДКОСТИ

С.О.Ширяева, А.И.Григорьев

Предполагается принцип выделения различных режимов явления электродиспергирования жидкости на основе анализа уравнения баланса сил (электрической, гравитационной, гидродинамической) в перетяжке, связывающей отрывающуюся каплю с мениском жидкости на торце капилляра, по которому жидкость подается.

Введение

В весьма широком классе физических приборов и технических установок — от масс-спектрометров и жидкометаллических источников ионов до ионных коллоидных реактивных двигателей и электрокапельструйных принтеров — приходится сталкиваться с явлением электродиспергирования жидкости с мениска на торце капилляра, по которому жидкость подается (см., например, [1,2]). Схема устройства для электродиспергирования жидкости, используемого в большинстве приложений, приведена на рис. 1. Эмиссия капельки с вершины жидкого мениска происходит в результате действия одинаково направленных электрических, гидродинамических и гравитационных сил. Очевидно, что, варьируя вклад каждой из действующих сил, можно получить различные режимы (моды) диспергирования жидкости в установке указанного типа. В экспериментальных работах [3-7] (см. также литературу, указанную в [1,2]) на основе визуальных различий выделены и качественно исследованы некоторые из возможных режимов (мод): капельный (drop-mode [3], dripping mode [7]), гармонический (harmonic mode [4], microdripping mode [7]), струйно-конусный (cone-jet mode [7]) и т.п. Что же касается теоретического анализа физических закономерностей электродиспергирования жидкостей, то, хотя в работах [8-11] предложены теоретические модели, позволяющие для некоторых из режимов рассчитывать качественные зависимости размеров и зарядов эмиттируемых капель от внешних параметров системы, но до сих пор не построено теоретической модели явления электродиспергирования, применимой во всех возможных режимах и во всех диапазонах изменения внешних параметров: давления, под которым подается жидкость, прикладываемой разности потенциалов, физических свойств самой

жидкости. С целью заполнения указанного пробела и выполнено нижеизложенное исследование, проведенное в рамках термодинамического подхода, развитого в [8–11]. Следует, однако, отметить, что упомянутое выше деление на режимы на основе чисто визуального различия не представляется корректным, особенно если учесть, что разные авторы присваивают произвольные названия одинаковым режимам, внося путаницу и в без того запутанную ситуацию. Тем более, что на феноменологии процесса электродиспергирования сказываются и физико-химические свойства капилляра, по которому подается жидкость и который является одним из электродов.

1. Формулировка математической модели явления

Рассмотрим процесс стационарного диспергирования идеальной, идеально проводящей жидкости под действием электрических и гравитационных сил, а также силы гидродинамического давления в капилляре в установке, схематически показанной на рис. 1. Кольцевой противозлектрод, поддерживаемый при нулевом потенциале, будем считать достаточно удаленным, чтобы его вклад в электрическое поле в окрестности отрывающейся капли был пренебрежимо мал. Анализируемое явление представляет собой неравновесный стационарный процесс второго порядка (так как поток массы и поток электрического заряда являются постоянными во времени), следовательно, его закономерности определяются принципом наименьшего рассеяния энергии (принципом Онзагера). Это означает, что изменение энергии системы в каждом единичном акте эмиссии (отрыве одной эмиттируемой капли от мениска жидкости на торце капилляра) должно быть минимально относительно размера и заряда эмиттируемой капельки. Имея в виду дальнейшее качественное ис-

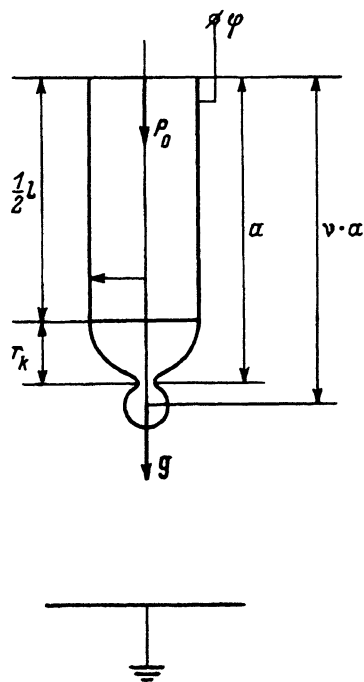


Рис. 1. Схема системы электродов устройства для электродиспергирования жидкости.

следование закономерностей электродиспергирования, форму капилляра с мениском жидкости на торце будем моделировать сильно вытянутым сфероидом с эксцентриситетом $e = \sqrt{1 - r_k^2 / (0.5 \cdot l + r_k)^2}$, где r_k и l — радиус и длина капилляра, что позволит использовать в дальнейшем анализе аналитическое выражение для распределения электрического поля в окрестности сфероида [12]. В отличие от задачи об эмиссии жидкости под действием гидродинамического давления и электрического поля, исследованной в [9,10], в данном рассмотрении следует учесть и влияние гравитационного поля, так как при формировании и отрыве капли от капилляра потенциальная энергия системы в поле гравитационных сил не остается неизменной, но уменьшится на величину $mg \cdot (\nu - 1) \cdot a$, где m — масса отрывающейся капли; g — ускорение свободного падения; $(\nu - 1)$ — безразмерное расстояние между поверхностью мениска и центром отрывающейся капли, выраженное в долях a ; $a = l/2 + r_k = r_k(1 - e^2)^{-1/2}$ — большая полуось сфероида, которым моделируется капилляр.

Выпишем полное изменение энергии системы [9,10], произошедшее в результате эмиссии одной капли с радиусом r и зарядом q , форму которой будем считать близкой к сфероидальной с некоторым эксцентриситетом e_0 (это предположение тем более правомочно, чем с большей степенью точности выполняется неравенство $r/r_k \ll 1$ [8-10])

$$\Delta F = 4\pi\sigma r^2 A(e_0) + \frac{q^2}{2r} B(e_0) - q \frac{Q}{r_k} [B(e) - K(e, \nu)] (1 - e^2)^{1/6} + \frac{2}{3} \pi \rho V^2 r^3 - \frac{4}{3} \pi r^3 \rho g r_k D(\nu, e). \quad (1)$$

(Здесь ρ и σ — плотность и поверхностное натяжение жидкости; V — скорость капельки в момент отрыва от капилляра; Q — эффективный заряд на капилляре, зависящий от емкости и потенциала капилляра;

$$A(e_0) = \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 - e_0^2} + \frac{1}{e_0} \arcsin e_0 \right] (1 - e_0^2)^{-1/6};$$

$$D(e, \nu) = (\nu - 1)(1 - e^2)^{-1/2}; \quad B(e_0) = 2(1 - e_0^2)^{-2/3};$$

$$B(e) = \frac{1}{e} (1 - e^2)^{1/3} \operatorname{arth} e; \quad K(e, \nu) = \frac{1}{e} (1 - e^2)^{1/3} \operatorname{arth} \frac{e}{\nu};$$

$$Q = \frac{\varphi r_k}{\frac{1}{e} (1 - e^2)^{1/2} \operatorname{arth} e},$$

где φ — потенциал, подаваемый на капилляр.

Выражение (1) для полного изменения энергии ΔF складывается из следующих составляющих: первое слагаемое представляет собой изменение энергии сил поверхностного натяжения, второе и третье — изменение энергии электростатических сил, четвертое — изменение кинетической энергии системы и последнее слагаемое — изменение энергии гравитационных сил.

Как следует из физического смысла задачи и отмечалось ранее [8-11], основными переменными, характеризующими процесс диспергирования, являются радиус эмиттируемой капли r , через который выражается стационарный поток массы, и заряд капли q , через который выражается стационарный электрический ток. Минимизируя выражение (1) по r и q и вводя безразмерные величины

$$X = \frac{r}{r_k}; \quad Y = \frac{q}{Q}; \quad W = \frac{Q^2}{16\pi\sigma r_k^3}; \quad \mu^2 = \frac{\rho V^2 r_k}{\sigma};$$

$$\eta = \frac{\rho g r_k^2}{\sigma}; \quad \Delta \bar{F} = \frac{\Delta F}{8\pi\sigma r_k^2},$$

из условий

$$\frac{\partial(\Delta \bar{F})}{\partial X} = 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial(\Delta \bar{F})}{\partial Y} = 0$$

получим уравнения для нахождения безразмерных радиуса X и заряда Y эмиттируемой капли

$$X^2 = \left[\frac{1}{4}\mu^2 - \frac{1}{2}\eta D(e, \nu) \right] + X A(e_0) - \frac{Y^2}{X^2} W B(e_0) = 0, \quad (2)$$

$$Y = \frac{[B(e) - K(e, \nu)]}{B(e_0)} (1 - e^2)^{1/6} X. \quad (3)$$

В систему уравнений (2), (3) кроме внешних параметров процесса η , μ^2 и W , характеризующих влияние гравитационных, гидродинамических и электрических сил соответственно, входят и неопределенные пока величины ν — безразмерное расстояние от середины капилляра до центра капли в момент ее отрыва и e_0 — эксцентриситет капли.

Величину расстояния ν (как и в [8,11]) для проводимого качественного анализа оценим (в рамках модели Рэлея) из условия баланса сил, действующих на эмиттируемую каплю в момент ее отрыва от вершины мениска: лапласовской силы, удерживающей каплю; электростатической; силы гидродинамического давления и силы тяжести, отрывающих ее

$$f = 2\pi r_n \sigma - \left(E q + \frac{m V_0}{\tau} + m g \right) = 0, \quad (4)$$

где r_n — радиус перетяжки, связывающей каплю с мениском в момент отрыва; E — напряженность электрического поля в окрестности капли (поле считается совпадающим с полем сильно вытянутого заряженного сфероида с эксцентриситетом e и зарядом Q); V_0 — скорость движения жидкости по капилляру; τ — характерное время формирования и отрыва одной капли — период эмиссии.

Для конкретизации физической модели примем период эмиссии τ равным времени, за которое из капилляра со скоростью V_0 истекает количество жидкости, уносимое отрывающейся каплей, и введем еще два безразмерных параметра: $\alpha = r_n / r (1 - e_0^2)^{1/6}$ — отношение радиуса перетяжки к малой полуоси отрывающейся капли и $k = V_0^2 / V^2$ — отношение квадрата

скорости движения жидкости по капилляру к квадрату скорости капли в момент отрыва ($k \leq 1$). Из-за проблематичности корректной теоретической оценки величин этих параметров их значения: $\alpha = 0.9$; $k = 0.01$ [13] определим из требования наилучшего соответствия расчетных данных результатам экспериментальных работ [6, 14].

Переходя в условия баланса сил (4) к безразмерным переменным, получим уравнение для расчета расстояний ν

$$\tilde{f} = \frac{1}{8}\alpha(1 - e_0^2)^{1/6} - \left[\frac{Y}{X}WL(e, \nu) + \frac{k\mu^2}{16X} + \frac{1}{12}X^2\eta \right] = 0, \quad (5)$$

где

$$L(e, \nu) = \frac{1 - e^2}{\nu^2 - e^2}; \quad \tilde{f} \equiv \frac{f}{16\pi\sigma r}.$$

Из системы уравнений (2), (3), (5) несложно видеть, что в зависимости от величин параметров W , μ и ν можно выделять различные режимы диспергирования: электростатический при $\mu = \eta = 0$ и $W \neq 0$; гидродинамический при $W = \eta = 0$ и $\mu \neq 0$; гравитационный при $W = \mu = 0$ и $\eta \neq 0$; гравитационно-гидродинамический при $W = 0$ и $\eta \neq 0$, $\mu \neq 0$; гравитационно-электростатический при $\mu = 0$ и $W \neq 0$, $\eta \neq 0$; электрогидродинамический при $\eta = 0$ и $W \neq 0$, $\mu \neq 0$; гравитационно-электрогидродинамический при $W \neq 0$, $\eta \neq 0$, $\mu \neq 0$. По всей видимости, внутри каждого из выделенных режимов могут существовать подрежимы, определяющиеся различными диапазонами численных значений отличных от нуля параметров W , μ , η , как это обнаружено экспериментально в [4] для гармонического (в нашем делении электрогидродинамического) режима. Однако целью нижеследующего анализа является не конкретное выделение всех возможных режимов и подрежимов, что было бы весьма громоздко, но выработка общих принципов такой процедуры.

Для замыкания системы уравнений (2), (3), (5) необходимо определить и эксцентриситет отрывающейся капельки e_0 . С этой целью примем, что время гидродинамической релаксации поверхности жидкого мениска τ_p много меньше характерного времени существенного ($\sim r_k$) смещения эмиттированной капли $\tau_{см} \sim r_k/V$. При выполнении условия $\tau_p \ll \tau_{см}$, если размер эмиттированной капельки много меньше радиуса капилляра ($r \ll r_k$), эксцентриситет e_0 можно рассчитывать по формулам, определяющим равновесное значение эксцентриситета заряженной капли, помещенной во внешнее однородное электростатическое поле [15],

$$e_0^2 = 9\omega_*(1 - W_*), \quad (6)$$

где

$$\omega_* \equiv \frac{E^2 r}{16\pi\sigma} = XWL^2(e, \nu), \quad W_* \equiv \frac{q^2}{16\pi\sigma r^3} = \frac{Y^2}{X^3}W,$$

ω_* — параметр Тейлора; W_* — параметр Рэля для эмиттированной капли, характеризующие ее устойчивость по отношению к внешнему электростатическому полю E и собственному заряду q соответственно.

Суммарный же критерий устойчивости проводящей капли как по отношению к собственному заряду, так и по отношению к внешнему полю, полученный в работе [14], дается выражением

$$\chi \equiv W_* \left(1 + \frac{87}{42} e_0^2 \right) + \frac{162}{35} \left(1 + \frac{4171}{630} e_0^2 \right) \omega_* < 1. \quad (7)$$

Следует еще раз отметить, что применение формул (6), (7) тем более обосновано, чем с большей степенью точности выполняется неравенство $r/r_k \ll 1$. Поэтому в случае капельного режима монодиспергирования, когда размер эмиттируемых капель становится сравнимым с размером капилляра, формулами (6), (7) можно пользоваться лишь для качественного анализа возможных тенденций.

2. Качественный анализ

Проанализируем основные закономерности процесса электростатического диспергирования жидкости с учетом влияния гидродинамического давления и гравитационного поля, рассчитывая из системы (2), (3), (5), (6) характеристики эмиттируемых капель (их радиусы X , заряды Y и удельные заряды Z) в зависимости от величин внешних параметров μ^2 , η , W .

Прежде всего отметим, что система уравнений (2), (3) приводится к квадратному по X уравнению, имеющему два корня $X^{(+)}$ и $X^{(-)}$, соответствующие (как будет показано ниже) электрогидродинамическому и гравитационному (капельному) режимам электродиспергирования,

$$X^{(\pm)} = \frac{-A(e_0) \pm \sqrt{A^2(e_0) + [\mu^2 - 2\eta D(e, \nu)] G(e, \nu, e_0) W}}{\frac{1}{2} [\mu^2 - 2\eta D(e, \nu)]}, \quad (8)$$

где

$$G(e, \nu, e_0) = \frac{[B(e) - K(e, \nu)]^2}{B(e_0)} (1 - e^2)^{1/3}.$$

Из уравнения (8) видно, что в случае учета влияния гравитации на процесс диспергирования (т.е. $\eta \neq 0$) могут возникнуть две ситуации: 1) $\mu^2 - 2\eta D(e, \nu) < 0$ — оба решения (8) положительны, причем больший из корней $X^{(-)}$ (соответствующий отрицательному значению радикала в (8)) дает правильный предельный переход к случаю $W = 0$, в то время как меньший из корней $X^{(+)}$ (соответствующий положительному значению радикала в (8)) при переходе $W \rightarrow 0$ обращается в нуль; 2) $\mu^2 - 2\eta D(e, \nu) > 0$ — один из корней ($X^{(+)}$) положителен и соответствует правильному предельному переходу к случаю $\eta = 0$, в то время как второй корень ($X^{(-)}$) отрицателен и не имеет физического смысла.

Требование положительности либо отрицательности знаменателя в уравнении (8) можно переписать в виде условия на величину безразмерного расстояния ν 1) если $\nu > \nu_0 \equiv 1 + \frac{\mu^2}{2\eta} \sqrt{1 - e^2}$ — знаменатель в (8) отрицателен; 2) если $\nu < \nu_0$ — знаменатель в (8) положителен. Отметим, что критическое в этих неравенствах значение ν_0 полностью определяется заданием внешних физических параметров системы.

Решения системы (3), (5), (6), (8), найденные для корня $X^{(-)}$ в (8), соответствуют каплям, отрывающимся под действием преимущественно

гравитации, так как, во-первых, в этом случае $\mu^2 < 2\eta D(e, \nu)$, а во-вторых, для этого корня правильно выполняется предельный переход к чисто гравитационному диспергированию ($W = 0$). Решения системы (3), (5), (6), (8), найденные для корня $X^{(+)}$ в (8), для которых $\nu < \nu_0$, соответствуют каплям, отрывающимся под действием преимущественно электростатических и гравитационных сил, так как, во-первых, при этом $\mu^2 > 2\eta D(e, \nu)$, а во-вторых, для этого корня правильно выполняется предельный переход к чисто электростатическому диспергированию ($\eta = 0$).

При численных расчетах для каждого заданного набора внешних параметров определялись все положительные корни уравнения (2). Однако, подводя итог проведенному выше анализу, отметим, что не любое непротиворечивое решение системы уравнений (3), (5), (6), (8) соответствует реально реализуемому режиму. Поэтому всякий раз необходимо проводить следующую проверку найденного решения: 1) для принятого набора значений внешних параметров находится критическое значение $\nu = \nu_0$; 2) если найденное решение системы определялось с учетом выражения для корня $X^{(+)}$, то найденное значение безразмерного расстояния ν должно удовлетворять неравенству $\nu < \nu_0$; 3) если же при определении проверяемого решения системы использовался корень $X^{(-)}$, то найденное значение безразмерного расстояния ν должно удовлетворять противоположному неравенству $\nu > \nu_0$.

Численные расчеты, проводимые по системе уравнений (3), (5), (6), (8), были выполнены для следующих значений внешних параметров

$$1) e^2 \equiv 1 - \frac{r_k^2}{(l/2)^2} = 0.999.$$

При значениях радиуса капилляра $r_k = 10^{-2}$ см и $5 \cdot 10^{-2}$ см такому значению квадрата эксцентриситета соответствуют длины капилляра $l = 0.63$ и 3.16 см.

$$2) \alpha \equiv \frac{r_n}{r(1 - e_0^2)^{1/6}} = 0.9.$$

Данное значение параметра α лежит посередине интервала значений этого параметра, в пределах которого наблюдается наилучшее соответствие результатов численного счета с экспериментальными данными [13] (см. [11]).

$$3) \eta \equiv \frac{\rho g r_k^2}{\sigma} \in [10^{-3}; 1.0].$$

Для воды при значениях радиуса капилляра $r_k = 10^{-2}$ и $5 \cdot 10^{-2}$ см значения параметра η равны $1.34 \cdot 10^{-3}$ и $3.36 \cdot 10^{-2}$ см соответственно.

$$4) \mu^2 \equiv \frac{\rho V^2 r_k}{\sigma} \in [0.0; 1.0].$$

Для воды при значениях радиуса капилляра $r_k = 10^{-2}$ и $5 \cdot 10^{-2}$ см такие значения параметра μ^2 соответствуют значениям скорости капельки в момент ее отрыва от капилляра $V = 0.27$ и 0.12 см/с (при $\mu^2 = 10^{-5}$) и $V = 85.41$ и 38.20 см/с (при $\mu^2 = 1.0$) соответственно.

$$5)k \equiv \frac{V_0^2}{V^2} = 10^{-2}.$$

Для воды принятые значения параметров k и μ^2 дают следующие величины скорости движения жидкости по капилляру: $\mu^2 = 10^{-5}$: $V_0 = 0.27$ (при $r_k = 10^{-2}$ см) и 0.12 мм/с (при $r_k = 5 \cdot 10^{-2}$ см); $\mu^2 = 1.0$: $V_0 = 8.54$ (при $r_k = 10^{-2}$ см) и 3.82 см/с (при $r_k = 5 \cdot 10^{-2}$ см).

$$6)W \equiv \frac{Q^2}{16\pi\sigma r_k^3} = \frac{\varphi^2}{16\pi\sigma r_k \left[\frac{1}{e}(1-e^2)^{1/2} \operatorname{arth} e\right]^2} = 1.0 - 1100.0.$$

Для воды при значениях радиуса капилляра $r_k = 10^{-2}$ и $5 \cdot 10^{-2}$ см такие значения W соответствуют следующим величинам потенциала, подаваемого на капилляр: $\varphi = 0.24$; $0,53$ кВ (при $W = 1.0$); $\varphi = 7.90$; 17.66 кВ (при $W = 1100.0$).

3. Численный анализ

а) При $\eta = \mu = 0$ система уравнений (2), (3), (5), (6) существенно упрощается. Вместо (8) из (2), (3) получается линейное относительно X уравнение, анализ решений которого тривиален. Соответствующий режим электродиспергирования естественно назвать электрическим. Он достаточно подробно описан в [13] и на нем останавливаться не будем.

б) $e^2 = 0.999$; $\alpha = 0.9$; $k = 10^{-2}$; $\eta = 10^{-2}$; $\mu^2 = 0$. Для принятых значений величин внешних физических параметров критическое значение $\nu = \nu_0 = 1.0$. Это значение расстояния ν соответствует положению точки на поверхности мениска жидкости на торце капилляра, а следовательно, любые корни уравнения баланса сил, действующих на каплю в момент отрыва (5), превышают 1.0. Поскольку всегда $\nu > \nu_0$, то справедливыми будут лишь решения системы (3), (5), (6), (8), когда в (8) выбран знак минус при радикале $X^{(-)}$. В этом случае график зависимости равнодействующей всех сил, действующих на каплю \tilde{f} , от безразмерного расстояния ν имеет качественный вид, представленный на рис. 2, а (ν_* и $\nu_{гр}$ — левая и правая границы диапазона существования решений). Положение ν_* определяется точностью машинного счета, так как значение ν_* очень близко к единице и величина $(\nu - 1)$ очень мала. При $\nu > \nu_{гр}$ выражение под квадратным корнем в уравнении (8) становится отрицательным. Таким образом, интервал $[\nu_*; \nu_{гр}]$ представляет собой диапазон допустимых значений безразмерного расстояния ν . Из выражения (8) несложно видеть, что при увеличении W величина $\nu_{гр}$ уменьшается и, когда $\nu_{гр}$ сливается с корнем уравнения (5) ν_1 (штриховая линия на рис. 2, а), решение системы (3), (5), (6), (8) исчезает. При принятых значениях величин внешних параметров это происходит при $W = 750.0$. В итоге в диапазоне значений W от 1.0 до 750.0 существует лишь одно "гравитационное" решение, соответствующее отрыву крупных слабозаряженных капель, влияние гравитационного поля на которые гораздо существеннее, чем электростатического. Таким образом, эмиссия в этом случае осуществляется в основном за счет силы тяжести. Отметим, что, как видно из рис. 2, а, во всем диапазоне значений безразмерного расстояния

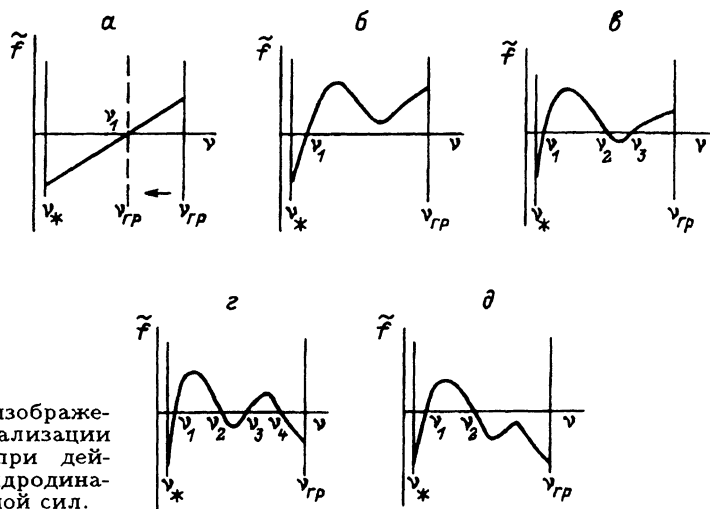


Рис. 2. Качественное изображение закономерностей реализации условия баланса сил при действии электрической, гидродинамической и гравитационной сил.

$\nu \in [\nu_*; \nu_1]$ равнодействующая сил, действующих на отрывающуюся каплю, \tilde{f} отрицательна, т.е. сумма сил, отрывающих каплю, превышает лапласовскую силу, удерживающую каплю. Таким образом, отрыв капли при фиксированных внешних параметрах W, μ^2, η может произойти при любом значении ν из диапазона $[\nu_*; \nu_1]$, соответственно и параметры эмиттированных капель (их радиусы и заряды) могут иметь широкий разброс. Корень уравнения (5) ν_1 определяет правую границу возможного диапазона значений ν . При увеличении W значение ν_1 уменьшается, а следовательно, уменьшается и разброс параметров эмиттируемых капель. Пределы изменения характерных величин, соответствующих значению $\nu = \nu_1$ (правой границе возможного диапазона), при изменении параметра $W \in [1.0; 750.0]$ следующие: $X \in [11.62; 9.38]$; $Y \in [0.62; 0.46]$; $Z \in [0.40 \cdot 10^{-3}; 0.55 \cdot 10^{-3}]$; $\chi \in [0.27 \cdot 10^{-3}; 0.27]$.

Из вышесказанного следует, что при $\eta \neq 0, \mu = 0$ чисто электростатический режим диспергирования вообще не реализуется. В таких условиях возможен лишь капельный режим.

в) $e^2 = 0.999; \alpha = 0.9; k = 10^{-2}; \eta = 10^{-2}; \mu^2 = 10^{-5}$. Для принятых значений величин внешних параметров критическое значение $\nu = \nu_0 = 1.0000158$.

Качественный график зависимости $\tilde{f} = \tilde{f}(\nu)$ для $X^{(-)}$ в (8) также имеет вид, представленный на рис. 2,а. Значение $\nu_{гр}$ сливается с корнем уравнения (5) при $W = 760.0$, причем значение корня $\nu_1 > \nu_0$ во всем диапазоне значений $W \in [1.0; 760.0]$. Таким образом, при $W \in [1.0; 760.0]$ система уравнений (3), (5), (6), (8) имеет одно "гравитационное" решение, соответствующее отрыву крупных слабозаряженных капель, происходящему при определяющем влиянии гравитационной силы. Как и в рассмотренном выше случае, корень уравнения (5) определяет правую границу диапазона значений расстояния ν , при которых силы, отрывающие каплю, превышают удерживающую силу (рис. 2,а), т.е. отрыв капли возможен при любой $\nu \in [\nu_*; \nu_1]$. Значение ν_1 уменьшается с увеличением W , уменьшается и разброс параметров эмиттируемых капель. Пределы

изменения характерных величин для этого решения мало отличаются от аналогичных значений, полученных при $\mu^2 = 0$.

При расчетах, выполняемых с учетом положительного радикала в (8) $X^{(+)}$, можно выделить четыре характерных диапазона изменения параметра W , различающихся видом качественной зависимости $\tilde{f} = \tilde{f}(\nu)$ и количеством корней уравнения (5).

1) $W \in [1.0; 50.0[$, качественный вид зависимости $\tilde{f} = \tilde{f}(\nu)$ представлен на рис. 2,б. Существующий единственный корень ν_1 в этом диапазоне W меньше ν_0 (т.е. $\nu_1 < \nu_0$) и, следовательно, найденное решение имеет смысл.

2) $W \in [50.0; 1000.0[$, качественный вид зависимости $\tilde{f} = \tilde{f}(\nu)$ представлен на рис. 2,в. Для первого корня уравнения (5) ν_1 неравенство $\nu_1 < \nu_0$ выполняется в пределах всего данного диапазона W , следовательно, соответствующее решение имеет смысл. Для второго корня ν_2 неравенство $\nu_2 < \nu_0$ выполняется лишь при $W > W_{кр}$, где $W_{кр} \approx 589.0$, следовательно, соответствующее решение имеет смысл лишь при $W \in [W_{кр}; 1000.0[$. Для третьего корня во всем данном диапазоне W выполняется противоположное неравенство $\nu_3 > \nu_0$, значит, это решение следует отбросить.

3) $W \in [1000.0; 1100.0[$, качественный вид зависимости $\tilde{f} = \tilde{f}(\nu)$ представлен на рис. 2,г. Для первых двух корней ν_1 и ν_2 требуемые условия ($\nu_1 < \nu_0$ и $\nu_2 < \nu_0$) выполняются и соответствующие им решения могут реализоваться, в то время как для третьего и четвертого корней выполняется противоположное неравенство, следовательно, оба решения должны быть отброшены.

4) $W \geq 1100.0$, качественный вид зависимости $\tilde{f} = \tilde{f}(\nu)$ представлен на рис. 2,д. Оба существующие корня меньше ν_0 , следовательно, оба решения системы (3), (5), (6), (8) имеют смысл.

В итоге получается, что в пределах диапазона значений параметра $W \in [1.0; W_{кр}]$ система уравнений (3), (5), (6), (8) имеет только одно “электродинамическое” решение, соответствующее первому корню уравнения (5), а при $W \in [W_{кр}; 1100.0[$ таких решений становится два, так как появляется второе решение системы уравнений (3), (5), (6), (8), соответствующее второму корню уравнения баланса сил (5). “Электродинамические” решения соответствуют отрыву мелких сильнозаряженных капель, влияние электрических сил на которые существенно превосходит влияние гравитации. Таким образом, при вышеуказанных значениях параметров η и μ , когда W изменяется от 1.0 до 1100.0, помимо гравитационного режима эмиссии крупных капель возможна реализация и электродинамического режима. Из рис. 2,б-д видно, что в пределах диапазонов значений $\nu \in [\nu_*; \nu_1]$ и $\nu \in [\nu_2; \nu_0]$ равнодействующая сил, действующих на каплю, \tilde{f} отрицательна, т.е. отрывающие силы превышают силы, удерживающие каплю. Отрыв возможен при любом расстоянии ν из этих диапазонов. По мере увеличения параметра W значения корней ν_1 и ν_2 уменьшаются, уменьшается и разность $(\nu_2 - \nu_1)$. Таким образом, при $W \in [1.0; W_{кр}[$ в “электродинамическом” режиме работы существует только один диапазон возможных значений расстояния отрыва $\nu \in [\nu_*; \nu_1]$, следовательно, и соответствующих параметров эмиттируемых капель. При $W \in [W_{кр}; 1100.0[$ появляется еще один диапазон возможных расстояний отрыва ν , отрыв может происходить при любом

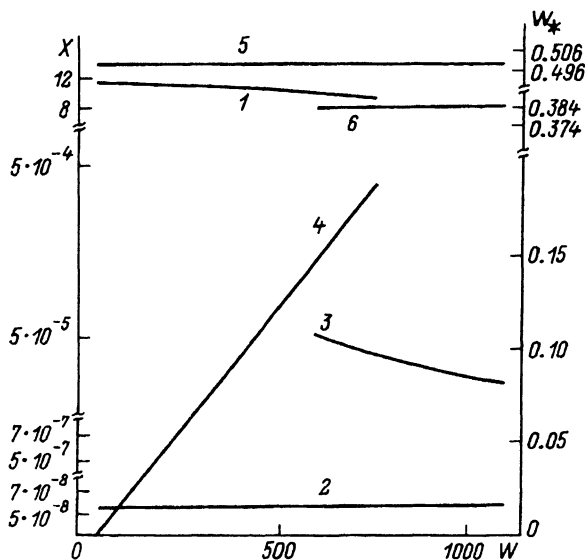


Рис. 3. Зависимости безразмерного радиуса $X(1-3)$ и параметра Рейля отрывающейся капли $W_*(4-6)$ от величины безразмерной разности потенциалов, прикладываемой к электродам, W при $\eta = 10^{-2}$, $\mu^2 = 0.0$ для 1,4 и $\eta = 10^{-2}$; $\mu^2 = 10^{-5}$ для 2,3,5,6.

1 ($X^{(-)} = X^{(-)}(W)$), 4 ($W_*^{(-)} = W_*^{(-)}(W)$) — “гравитационное” решение системы уравнений (3), (5), (6), (8), реализуемое при выборе отрицательного радикала в уравнении (8); 2,3,5,6 — “электродинамические” решения системы уравнений (3), (5), (6), (8), реализующиеся при выборе положительного радикала в уравнении (8); кривые 2 ($X_1^{(+)} = X_1^{(+)}(W)$) и 5 ($W_{*1}^{(+)} = W_{*1}^{(+)}(W)$) рассчитаны для первого корня уравнения баланса сил, действующих на каплю, (5); кривые 3 ($X_2^{(+)} = X_2^{(+)}(W)$) и 6 ($W_{*2}^{(+)} = W_{*2}^{(+)}(W)$) рассчитаны для второго корня уравнения (5).

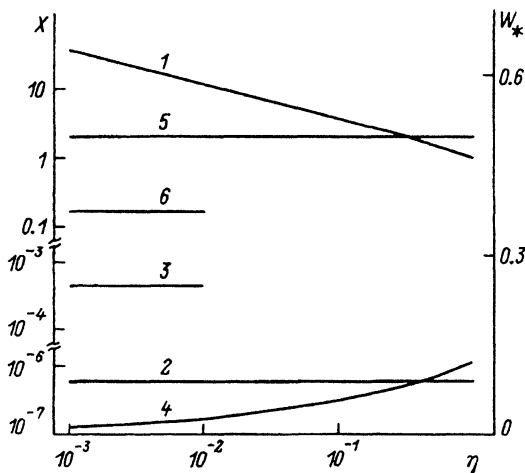


Рис. 4. Зависимости безразмерного радиуса $X(1-3)$ и параметра Рейля отрывающейся капли $W_*(4-6)$ от величины безразмерной капиллярной постоянной жидкости η , характеризующей вклад силы тяжести в условие баланса сил, при $W = 100.0$, $\mu^2 = 10^{-4}$.

1 ($X^{(-)} = X^{(-)}(\eta)$) и 4 ($W_*^{(-)} = W_*^{(-)}(\eta)$) — “гравитационное” решение системы уравнений (3), (5), (6), (8), реализуемое при выборе отрицательного радикала в уравнении (8); 2,3,5,6 — “электродинамические” решения системы уравнений (3), (5), (6), (8), реализующиеся при выборе положительного радикала в уравнении (8); кривые 2 ($X_1^{(+)} = X_1^{(+)}(\eta)$) и 5 ($W_{*1}^{(+)} = W_{*1}^{(+)}(\eta)$) рассчитаны для первого корня уравнения баланса сил, действующих на каплю, (5); кривые 3 ($X_2^{(+)} = X_2^{(+)}(\eta)$) и 6 ($W_{*2}^{(+)} = W_{*2}^{(+)}(\eta)$) рассчитаны для второго корня уравнения (5).

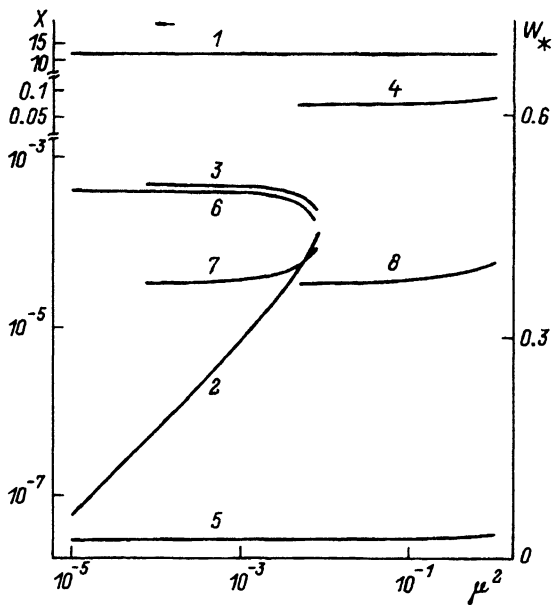


Рис. 5. Зависимости безразмерного радиуса X (1 – 4) и параметра Рейля отрывающейся капли W_* (5 – 8) от величины безразмерного параметра μ^2 , характеризующего гидродинамическое давление в капилляре, при $W = 100.0$, $\eta = 10^{-2}$.

1 ($X^{(-)} = X^{(-)}(\mu^2)$) и 5 ($W_*^{(-)} = W_*^{(-)}(\mu^2)$) — “гравитационное” решение системы уравнений (3), (5), (6), (8), реализующееся при выборе отрицательного радикала в уравнении (8); 2–4, 6–8 — “электродинамические” решения системы уравнений (3), (5), (6), (8), реализующиеся при выборе положительного радикала в уравнении (8); кривые 2 ($X_1^{(+)} = X_1^{(+)}(\mu^2)$) и 6 ($W_{*1}^{(+)} = W_{*1}^{(+)}(\mu^2)$) рассчитаны для первого корня уравнения баланса сил, действующих на каплю, (5); кривые 3 ($X_2^{(+)} = X_2^{(+)}(\mu^2)$) и 7 ($W_{*2}^{(+)} = W_{*2}^{(+)}(\mu^2)$) рассчитаны для второго корня уравнения (5); кривые 4 ($X_3^{(+)} = X_3^{(+)}(\mu^2)$) и 8 ($W_{*3}^{(+)} = W_{*3}^{(+)}(\mu^2)$) рассчитаны для третьего корня уравнения (5).

ν , принадлежащем $[\nu_*, \nu_1]$ и $[\nu_2, \nu_0]$, что и было обнаружено в [4]. Следовательно, увеличивается разброс параметров эмиттируемых капель. Пределы изменения характерных величин для корней уравнения (5) ν_1 и ν_2 следующие: для корня ν_1 при $W \in [1.0; 1100.0]$: $X \in [0.56 \cdot 10^{-7}; 0.58 \cdot 10^{-7}]$; $Y \in [0.93 \cdot 10^{-11}; 0.30 \cdot 10^{-12}]$; $Z \in [0.54 \cdot 10^{11}; 0.15 \cdot 10^{10}]$; $\chi \in [0.5000; 0.501]$; для корня ν_2 при $W \in [W_{кр}; 1100.0]$: $X \in [0.52 \cdot 10^{-4}; 0.27 \cdot 10^{-4}]$; $Y \in [0.96 \cdot 10^{-8}; 0.26 \cdot 10^{-8}]$; $Z \in [0.66 \cdot 10^5; 0.13 \cdot 10^6]$; $\chi \in [1.108; 1.106]$.

г) $e^2 = 0.999$; $\alpha = 0.9$; $k = 10^{-2}$; $\eta = 10^{-2}$; $\mu^2 = 10^{-4}$. Результаты численных расчетов аналогичны описанным выше в разделе 3 г. Основное различие заключается в значительном уменьшении величины $W_{кр}$. Для $\mu^2 = 10^{-4}$ значение $W_{кр} \approx 86.0$. Таким образом, возникновение второго диапазона значений расстояния отрыва ν , в пределах которого возможно осуществление “электродинамического” режима диспергирования, а следовательно, и расширение разброса параметров эмиттируемых капель, проявляется при меньших значениях потенциала, подаваемого на капилляр, что согласуется с данными работы [4].

Некоторые закономерности изменения характеристик эмиттируемых капель при варьировании параметров μ , η представлены на рис. 3–5 соответственно.

Изложенный принцип возможного разделения явления электродиспергирования жидкости на режимы на основе теоретического анализа физических закономерностей эмиссии капель позволяет в отчетливой форме представить различия в физических процессах, реализующихся в различных режимах. Положительным фактором предлагаемого принципа является возможность исключения из обсуждения размерных физико-химических характеристик диспергируемой жидкости и сведения всей процедуры выделения режимов к сравнению вкладов от трех безразмерных параметров, что открывает перспективу сравнения закономерностей диспергирования жидкостей с различными свойствами.

Список литературы

- [1] *Bailey A.G.* // *Atomisation and Spray Technology*. 1986. Vol. 2. P. 95-134.
- [2] *Григорьев А.И., Шевченко С.И., Ширяева С.О.* // *Научное приборостроение*. 1991. Т. 1. № 4. С. 3-21.
- [3] *Raghupathy B., Sample S.B.* // *Rev. Sci. Instr.* 1970. Vol. 41. N 5. P. 645-647.
- [4] *Sample S.B., Bollini R.* // *J. Coll. Int. Sic.* 1971. Vol. 41. N 2. P. 185-193.
- [5] *Ahirc D.V., Kamra A.K.* // *Mausam*. 1984. Vol. 35. N 1. P. 27-32.
- [6] *Краснов Н.В., Мурадымов М.З., Шевченко С.И.* // *Научное приборостроение*. 1991. Т. 1. № 1. С. 42-52.
- [7] *Cloiseau M., Prunet-Foch B.* // *J. Electrostatics*. 1990. Vol. 25. P. 165-184.
- [8] *Григорьев А.И., Ширяева С.О.* // *Научное приборостроение. Физика аналитических приборов*. Л.: Наука, 1989. С. 28-35.
- [9] *Grigor'ev A.I., Shirayeva S.O., Verbitsky S.S.* // *J. Coll. Int. Sci.* 1991. Vol. 61. N 1. P. 137-151.
- [10] *Вербицкий С.С., Григорьев А.И., Ширяева С.О.* // *Изв. АН СССР. МЖГ*. 1991. № 2. С. 32-40.
- [11] *Земсков А.А., Григорьев А.И., Ширяева С.О.* // *ЖТФ*. 1991. Т. 61. № 11. С. 32-38.
- [12] *Ландау Л.Д., Лившиц Е.М.* *Электродинамика сплошных сред*. М.: Наука, 1982. 621 с.
- [13] *Grigor'ev A.I., Shirayeva S.O.* // *J. Phys. D*: 1989. Vol. 23. N 11. P. 1361-1370.
- [14] *Schweizer J.W., Hanson D.N.* // *J. Coll. Int. Sci.* 1971. Vol. 35. N 3. P. 417-423.
- [15] *Григорьев А.И., Ширяева С.О., Белавина Е.И.* // *ЖТФ*. 1989. Т. 59. Вып. 6. С. 27-34.

Ярославский университет

Поступило в Редакцию
4 августа 1992 г.