

04

©1993 г.

## КАТОДНЫЙ СЛОЙ ТЛЕЮЩЕГО НЕСАМОСТОЯТЕЛЬНОГО РАЗРЯДА В ПОДНОРМАЛЬНОМ РЕЖИМЕ

*B.A. Швейгерт*

В рамках диффузионно-дрейфового приближения проводится численное моделирование двумерного тлеющего разряда с целью исследования неустойчивости катодного слоя на падающей ветви вольт-амперной характеристики. Найдены границы устойчивости по плотности тока при мягком и жестком возбуждении. Показано, что в зависимости от вида начальных условий устанавливаются различные стационарные решения, однако только одно из них устойчиво к жесткому возбуждению. Построена приближенная модель поперечно неоднородного разряда, позволяющая с удовлетворительной точностью предсказывать его основные параметры.

### Введение

Хорошо известно, что с увеличением тока стационарного разряда площадь, занимаемая нормальным самостоятельным разрядом на катоде, увеличивается, а плотность тока  $j = j_n$  остается постоянной. Эксперименты [1,2] показали, что при зажигании несамостоятельного разряда в подnormalном режиме  $j < j_n$  формируется неоднородная поперечная структура разряда на катоде в виде многих пятен. Объяснение причин неустойчивости катодного слоя (КС) дано в [3,4]. Приближенное выражение для инкремента развития неустойчивости  $\gamma_n$  получено в [5]. Численное моделирование зависимости  $\gamma_n$  от волнового вектора возмущения  $k$  в линейном приближении проведено в [6]. Пятна на катоде возникают при переходе от томсоновского разряда к разряду с ионизационным размножением в катодном слое [7]. Численные расчеты структуры катодного пятна проведены в [8,9] для аксиально-симметричной и плоской геометрии. Показано, что локальное возмущение концентрации плазмы приводит к возникновению многих пятен. Максимальная плотность тока в пятне  $j_*$  меньше нормальной, а вольт-амперная характеристика ВАХ КС слабо зависит от наличия или отсутствия пятен. Эксперименты [10–13] были посвящены дальнейшему исследованию влияния различных параметров разряда на  $j_*$ , среднее расстояние между пятнами  $l$  и характерный радиус пятна  $R$ .

Удовлетворительной модели, позволяющей найти значения  $j_*$ ,  $R$ ,  $l$ , до сих пор, на наш взгляд, не существует, хотя такие попытки и предпринимались [11, 14]. Более того, не ясно, имеется ли вообще однозначная связь между  $j_*$ ,  $R$ ,  $l$  и глобальными параметрами разряда — давлением  $p$ , напряжением  $U$ , межэлектродным расстоянием  $d$  и скоростью внешней ионизации  $Q$ . Другими словами, существует ли единственное устойчивое решение системы уравнений, описывающих стационарный несамостоятельный разряд в поднормальном режиме? Результаты проведенных в данной работе расчетов дают отрицательный ответ на этот существенный для теории газового разряда вопрос. В зависимости от вида начальных условий устанавливается различная поперечно неоднородная структура разряда, которая в свою очередь уже устойчива по отношению к малым возмущениям. Существуют границы устойчивости по минимальному  $l_{\min}$  и максимальному  $l_{\max}$  расстояниям между пятнами. Если начальное возмущение таково, что  $l < l_{\min}$ , то в процессе эволюции разряда расстояние между пятнами увеличивается из-за слияния соседних пятен. При  $l > l_{\max}$  расстояние между пятнами уменьшается за счет возникновения новых пятен. В работе излагаются результаты численного моделирования и построена приближенная модель поперечно неоднородного КС.

## Постановка задачи и методика решения

Моделирование плоского разряда в азоте проведем в рамках диффузионно-дрейфового приближения

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} - \operatorname{div} \mu_e n_e \mathbf{E} - D \frac{\partial^2 n_e}{\partial x^2} = \alpha \mu_e E n_e - \beta n_e n_i + Q, \quad (1)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \operatorname{div} \mu_i n_i \mathbf{E} = \alpha \mu_e E n_e - \beta n_e n_i + Q, \quad (2)$$

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} \varphi = 4\pi e(n_e - n_i), \quad \mathbf{E} = -\nabla \varphi. \quad (3)$$

Здесь ось  $x$  направлена вдоль, а ось  $y$  перпендикулярно поверхности электродов;  $n_e$ ,  $n_i$ ,  $\mu_e$ ,  $\mu_i$  — концентрации и подвижности электронов и ионов;  $\varphi$ ,  $\mathbf{E}$  — потенциал и напряженность электрического поля;  $\alpha$ ,  $\beta$  — коэффициенты ударной ионизации и диссоциативной рекомбинации; учитывается только диффузия электронов с коэффициентом  $D$  вдоль электродов. Вторичные электроны на катоде рождались за счет ионно-электронной эмиссии с коэффициентом  $\gamma$

$$n_e|_{y=0} = \gamma \mu_i n_i / \mu_e|_{y=0}, \quad \varphi|_{y=0} = 0, \quad \varphi|_{y=d} = U.$$

На боковых стенках разрядной камеры ставилось условие непротекания тока

$$\left. \frac{\partial n_{e,i}}{\partial x} \right|_{x=0,L} = 0, \quad \left. \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_{x=0,L} = 0.$$

Ранее [8, 9] в расчетах задавалась нулевая концентрация ионов на аноде. Возникающий при этом анодный слой был практически однородным вдоль поверхности анода и не влиял на результаты моделирования. В то

же время для удовлетворительного пространственного разрешения анодного слоя необходимо сильно сгущать сетку около анода и при фиксированном полном числе узлов сетки тем самым терять точность в других областях разряда. Поэтому ниже плазма на аноде считалась квазинейтральной

$$n_i|_{y=d} = n_e|_{y=d}.$$

Таунсендовский коэффициент ионизации задавался в виде  $\alpha = A \exp(-B/E)$ . Все расчеты проводились для давления газа  $p = 13.3$  кПа и межэлектродного расстояния  $d = 1$  см со следующими значениями коэффициентов  $\mu_e = 3 \cdot 10^3 \text{ см}^2 \cdot B^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$ ,  $\mu_i = 20 \text{ см}^2 \cdot B^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$ ,  $D = 3 \cdot 10^3 \text{ см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ ,  $A = 570 \text{ см}^{-1}$ ,  $B = 2.75 \cdot 10^4 B \cdot \text{см}^{-1}$ ,  $\gamma = 0.2$ ,  $\beta = 2 \cdot 10^{-7} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ .

Методика решения системы уравнений (1)–(3) базируется на идее расчета потенциала из закона сохранения тока [15]. Подробное изложение безытерационного алгоритма дано в [16]. Здесь сделаем только замечание по поводу выбора шага интегрирования  $\tau$  по времени. Из линейного анализа устойчивости полуявной схемы [16] вытекает ограничение

$$4\pi\tau^2 \max\{\partial\sigma/\partial t\} < 1, \quad (4)$$

где  $\sigma$  — проводимость плазмы.

Казалось бы, по мере приближения к стационару шаг по времени может бесконечно увеличиваться. Однако реально увеличение  $\tau$  выше некоторого критического значения влечет возникновение малых осцилляций около стационарного решения. Поэтому в расчетах рост величины  $\tau$  ограничивался сверху. Характерное значение максимального шага по времени  $10^{-7}$  с на порядок превышало максвелловское время релаксации объемного заряда  $1/4\sigma$ . Для уменьшения поперечной счетной диффузии использовалась схема Шарфетера–Гуммеля [17]. Решение пятиточечных уравнений, возникающих после конечноразностной аппроксимации (1)–(3), находилось методом факторизации [18]. Расчетная сетка вдоль направления  $y$  сгущалась у катода, а в поперечном направлении была однородной для того, чтобы не возникали искусственные возмущения. На сетках с максимальным числом узлов  $k_x \times k_y = 61 \times 31$  выход на стационарное решение ( $t \approx 10-100$  мкс) занимал 3–30 ч на ЭВМ БЭСМ-6. При этом численная погрешность решения была на уровне 10–15%.

### Динамика развития неустойчивости

Пусть  $U_k = \int(E - E_s)dy$  и  $E_k$  — катодное падение напряжение и поле на катоде. Считая поле в катодном слое линейно спадающим, получим толщину катодного слоя  $d_k = 2U_k/E_k$ . Параметры стационарного катодного слоя можно получить (рис. 1) при решении системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dj_e} &= \frac{4\pi}{\mu_e \mu_i E} \frac{(\mu_e + \mu_i)j_e - \mu_e j}{\alpha j_e - \beta j_e(j - j_e)/e\mu_e \mu_i E^2 + eQ}, \\ \frac{du}{dj_e} &= \frac{E - E_s}{\alpha j_e - \beta j_e(j - j_e)/e\mu_e \mu_i E^2 + eQ}, \end{aligned} \quad (5)$$

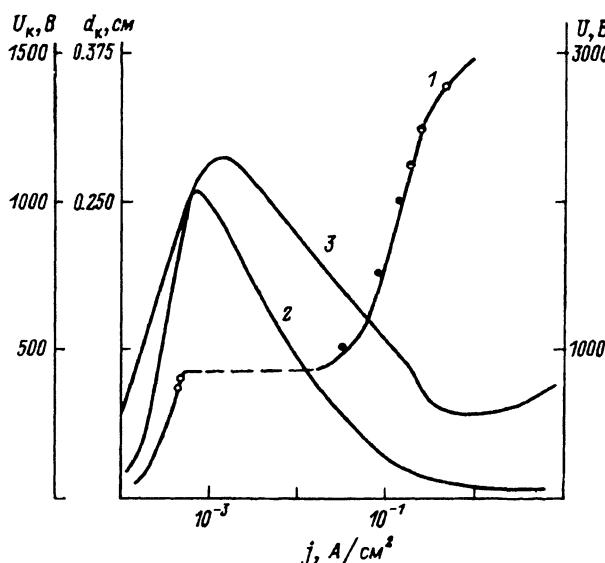


Рис. 1. Напряжение на разряде (1), толщина катодного слоя (2) и катодное падение напряжения (3) при  $Q = 8 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ .

Сплошные линии — результаты одномерных, а кружки — двумерных расчетов: темные кружки — развитие неустойчивости при мягком возбуждении, полутемные — при жестком, а светлые обозначают устойчивые состояния поперечно однородного разряда.

$$E_k = E|_{j_e} = \frac{\gamma}{1 + \gamma} j, \quad U_k = U|_{j_e} = \frac{\gamma}{1 + \gamma} j, \quad (6)$$

с граничными условиями

$$E|_{j_e} = \frac{\mu_e}{\mu_e + \mu_i} j = E_s, \quad U|_{j_e} = \frac{\mu_e}{\mu_e + \mu_i} j = 0,$$

где  $E_s$  — напряженность поля в столбе, которая находится из условия баланса гибели и рождения электронов, т.е. равенства нулю знаменателя в (5), (6).

Согласно [4,5], условие возникновения неустойчивости имеет вид ( $\sigma$  — проводимость в квазинейтральном столбе)

$$k\sigma \frac{\partial U_k}{\partial j} < -1,$$

и поскольку на волновой вектор возмущения  $k$  не накладываются какие-либо ограничения, то везде на падающей ветви ВАХ КС разряд должен быть неоднороден. На самом деле слишком коротковолновые возмущения затухают из-за электростатического расталкивания ионов [6] и для возникновения пятен необходим определенный наклон ВАХ. Результаты расчетов (рис. 1) показывают, что при мягком возбуждении, т.е. малых ( $\varepsilon = 0.05-0.1$ ) начальных неоднородностях

$$n_e|_{t=0} = n_i|_{t=0} = \sqrt{Q/\beta}(1 + \varepsilon f(x, y)),$$

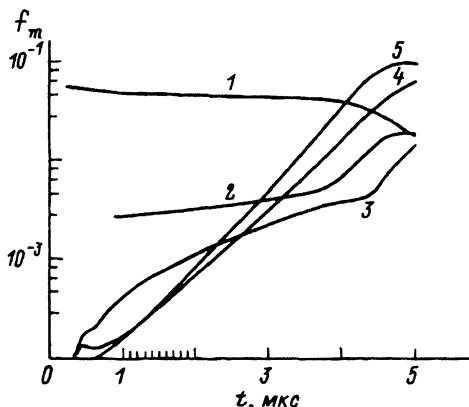
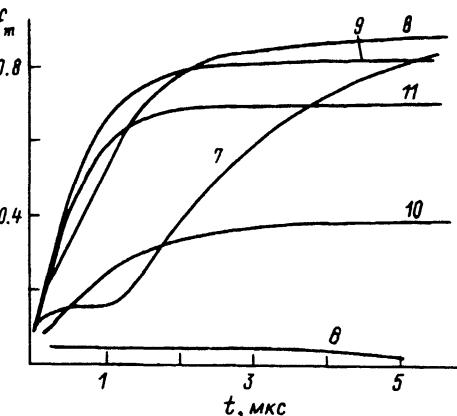


Рис. 2. Зависимость от времени гармоник плотности тока на катоде при  $U = 1500$  В,  $L = 0.6$  см,  $Q = 8 \cdot 10^{15}$  см $^{-3} \cdot$  с $^{-1}$  и периодическом возмущении с различной длиной волн.

1-5 —  $m_0 = 1$ ,  $m = 1, 2, 3, 5, 7$ ; 6 —  $m = m_0 = 1$ ; 7 —  $m = m_0 = 2$ ; 8 —  $m = m_0 = 3$ ; 9 —  $m = m_0 = 4$ ; 10 —  $m = m_0 = 10$ ; 11 —  $m = m_0 = 11$ .

неустойчивость развивается только при  $j < j_0$ . Использовались два вида начального возмущения. В первом случае на всех узлах сетки  $f(x, y)$  задавалось случайным числом, равномерно распределенным от нуля до единицы, а во втором возмущение было гармоническим  $f(x, y) = \cos(2\pi m_0 x/L)$ , где номер гармоники  $m_0$  — целое число. Существует область изменения плотности тока  $j_0 < j < j_1$ , в которой малые возмущения затухают, а жесткое возбуждение с большой амплитудой начальной неоднородности (в этом случае в качестве начальных условий использовалось стационарное решение с пятнами, полученное при  $j < j_0$ ) приводит к образованию пятен. Следовательно, при плавном изменении тока должен наблюдаться гистерезис в зажигании и погасании пятен. При переходе от нормального к субнормальному режиму горения разряда пятна будут возникать при плотности тока  $j_0$ , а в обратном случае исчезать при  $j = j_1$ . Для  $Q = 8 \cdot 10^{15}$  см $^{-3} \cdot$  с $^{-1}$  получается  $j_{min} \approx 0.87$  А/см $^2$ ,  $j_0 \approx 0.2$  А/см $^2$  и  $j_1 \approx 0.5$  А/см $^2$ . На томсоновской ветви ВАХ КС ( $j < j_{loms}$  — плотности тока, отвечающей максимуму катодного падения напряжения) разряд устойчив и однороден в поперечном направлении, хотя довольно продолжительное время неоднородность разряда может значительно превышать начальную.

В согласии с результатами линейного анализа [6] наиболее быстро растут гармоники плотности тока  $j_k$  на катоде

$$f_m = \int j_k(x) \cos(2\pi mx/L) dx / \int j_k(x) dx$$

с номерами  $m = 4-6$  (рис. 2), что соответствует  $(kd_k) \approx 1.6-2.4$ . Образование четко выраженных пятен происходит за время 0.5-1 мкс, примерно соответствующее временам возникновения пятен в эксперименте [12] и близкое к времени пролета иона

$$\tau_i = \frac{d_k}{\mu_i E_k} \ln \frac{E_k}{E_s} \approx 0.3 \text{ мкс}$$

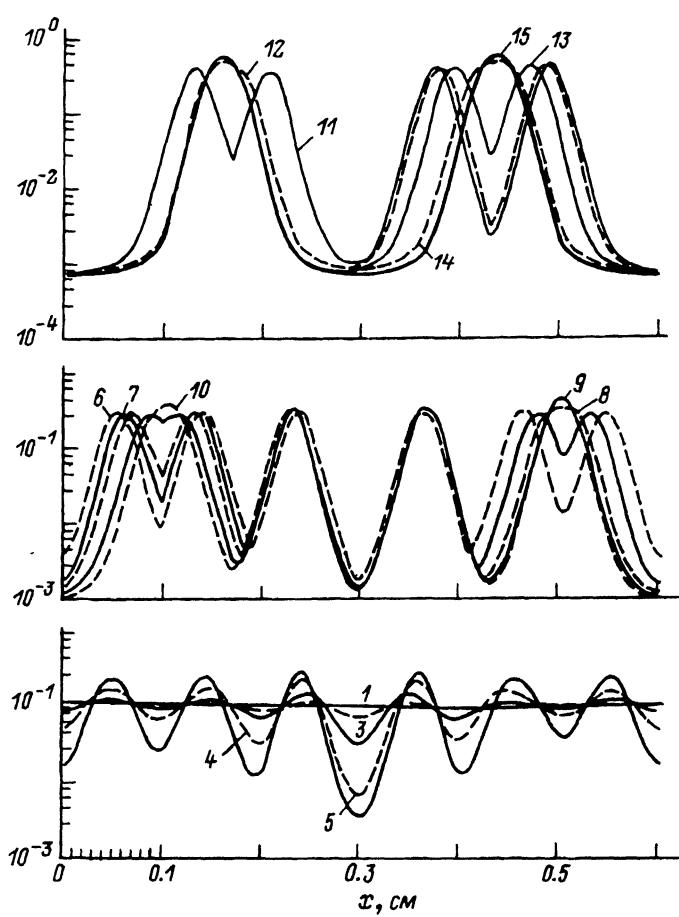


Рис. 3. Распределение плотности тока на катоде в последовательные моменты времени  $t = 2.09$  (1),  $3.59$  (2),  $4.09$  (3),  $4.59$  (4),  $5.09$  (5),  $5.59$  (6),  $11.6$  (7),  $13.1$  (8),  $14.6$  (9),  $15.7$  (10),  $43.3$  (11),  $48.3$  (12),  $58.3$  (13),  $63.3$  (14) и  $88.3$  мкс (15) при  $U = 1500$  В,  $L = 0.6$  см,  $Q = 8 \cdot 10^{15}$  см $^{-3} \cdot$  с $^{-1}$  и периодическом возмущении с  $m_0 = 1$ .

через катодный слой. При  $m_0 = 2\text{--}6$  стационарное решение достигается примерно за 5–10 мкс и имеет тот же пространственный период, что и начальное возмущение, т.е. содержит только гармоники, кратные  $m_0$ . Как показали специально проведенные расчеты, сформированные периодические структуры оказываются устойчивыми по отношению к мягкому возбуждению. Отметим, что при плотностях тока, близких к границе устойчивости  $j_1$ , пятна очень долго ( $\sim 100$  мкс) остаются неправильной формы (рис. 3).

При  $m_0 = 1, 10$  первоначальная периодичность нарушается в процессе эволюции разряда. При малых волновых числах возникающие вследствие нелинейности более высокие гармоники быстро обгоняют основную гармонику (рис. 2) и на временах порядка 5 мкс образуется структура с шестью пятнами (рис. 3). Однако полученное решение оказывается неустойчивым. Процесс слияния соседних пятен замедляется с уменьшени-

ем их числа, а полное время выхода на стационар  $\sim 100$  мкс получается существенно большим, чем для  $m_0 = 2-6$ . Совершенно аналогичным образом процесс слияния пятен происходит при  $m_0 = 10$  и при случайном возмущении. Например, в последнем случае  $k \approx 3$  мкс оставалось 7 пятен, а затем моменты слияния соседних пятен располагались в следующей последовательности: 5.4, 6.5, 10.6, 32.6 и 75.5 мкс. В идеальной ситуации при  $m_0 = 10$  субгармоники не должны были бы возникать. Как показали дополнительные расчеты, причиной первоначального нарушения симметрии является ограниченная точность решения пятиточечных уравнений. Уменьшение погрешности счета позволяет на некоторое время затянуть стадию горения разряда, содержащую только гармоники, кратные  $m_0$ , т.е. в данном случае погрешность счета выступает в роли малого ( $\epsilon \approx 10^{-3}-10^{-4}$ ) возмущения, приводящего к дестабилизации периодической структуры. Таким образом, развитие периодического возмущения с  $m_0 = 1, 2, 10$  и случайного возмущения в конечном итоге приводит к совершенно идентичной структуре, отличающейся только сдвигом по оси  $x$ . Так, на стационаре плотность тока в пятне  $j_* \approx 0.57 \text{ A/cm}^2$  различалась во всех четырех случаях только в третьем знаке.

Итак, существуют два характерных значения волнового числа  $k_{\min}, k_{\max}$ . При  $k_{\min} < k < k_{\max}$  первоначально гармоническое возмущение развивается с сохранением периодичности и сформировавшаяся структура устойчива к возмущениям малой амплитуды, но неустойчива к жесткому возбуждению. При  $k = k_{\min}$  ( $m_0 = 2$ ) получается единственная, по-видимому, абсолютно устойчивая структура, к которой приходит разряд от различных начальных условий. В двумерном случае решение единственно с точностью до сдвига по оси  $x$ . В трехмерном случае должна существовать конкуренция мод с одинаковым модулем, но различным направлением волнового вектора. По аналогии с [19, 20] можно предположить возникновение гексагональной структуры, которая часто наблюдается в экспериментах. Однако напрямую подход [19, 20] неприменим, так как само наличие  $k_{\min}$  определяется нелинейными эффектами и значение  $k_{\min}$  в несколько раз меньше величины волнового числа, отвечающего максимуму инкремента развития неустойчивости.

Используя контролируемое слабое воздействие на разряд, можно пытаться получать структуры с различными параметрами пятен. К сожалению, эксперименты такого рода не проводились. Известно только, что конструкция катода оказывает существенное влияние на расположение пятен. Реально в эксперименте реализуется, по-видимому, возмущение с широким набором гармоник. Тогда, судя по результатам расчетов, быстрая стадия возникновения пятен должна сменяться довольно длительной их эволюцией, в процессе которой увеличиваются радиус пятна и плотность тока в нем. Хотя такое поведение разряда наблюдается в эксперименте, однозначно связать его с конкуренцией гармоник трудно, так как аналогичный эффект может вызывать нагрев газа и уменьшение коэффициента рекомбинации во внешнем поле.

## Пространственная структура стационарного разряда

Рассмотренные выше результаты были получены при фиксированной ширине разрядного промежутка  $L$ , расстояние между пятнами могло составлять только целую долю от  $L$ . Для более точного определения максимального расстояния между пятнами  $l_{\max}$  проводилась серия расчет-

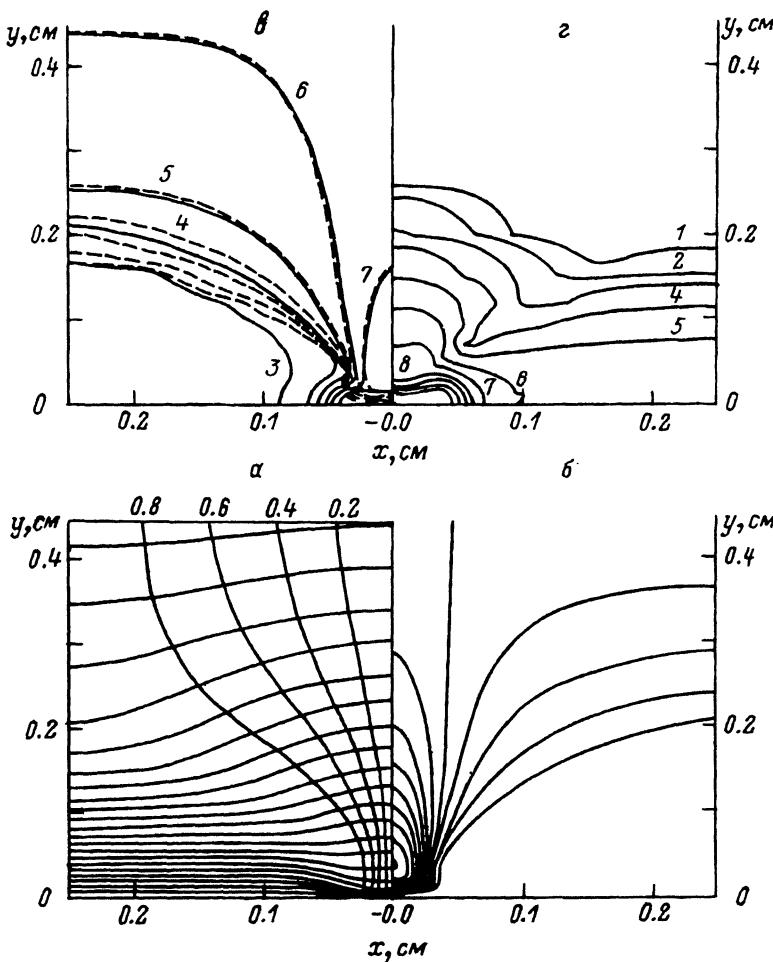


Рис. 4. Изолинии потенциала (*а*, шаг 50 В), тока (*а*, шаг 0.2 от полного тока цифры у кривых), проводимости (*б*, шаг 0.2 $\sigma_{\max}$ ), плотности электронов (штриховые) и ионов (сплошные линии, *в*, шаг  $10^{0.25(k-1)+10}$  см<sup>-3</sup>, где  $k$  — номер изолинии), скорость ударной ионизации ( $10^{0.5(k-1)+14}$  см<sup>-3</sup> · с<sup>-1</sup>, *г*) при  $U = 1500$  В,  $L = 0.25$  см,  $Q = 8 \cdot 10^{15}$  см<sup>-3</sup> · с<sup>-1</sup>.

тов с варьированием  $L$ . Начальная неоднородность задавалась в центре ( $x = 0$ ) разряда. При малых  $L$  возникало одно пятно. С увеличением ширины разряда на начальной стадии возникало несколько пятен, но потом за время  $\sim 20$ –40 мкс оставалось только одно пятно. Дальнейший рост  $L$  выше некоторого  $l_{\max}/2$  приводит к образованию устойчивой структуры с несколькими пятнами. Характер пространственного распределения концентрации заряженных частиц и потенциала в разряде с пятнами остается неизменным при варьировании как проводимости и тока разряда, так и ширины расчетной области (рис. 4). Количественно параметры пятен рассмотрим при построении приближенной модели разряда.

Анализ разряда с пятнами проведем опираясь на информацию о ВАХ КС. Пусть плотность тока в пятне  $j_*$  близка к  $j_{\min}$ . Тогда при  $l \sim l_{\max}$

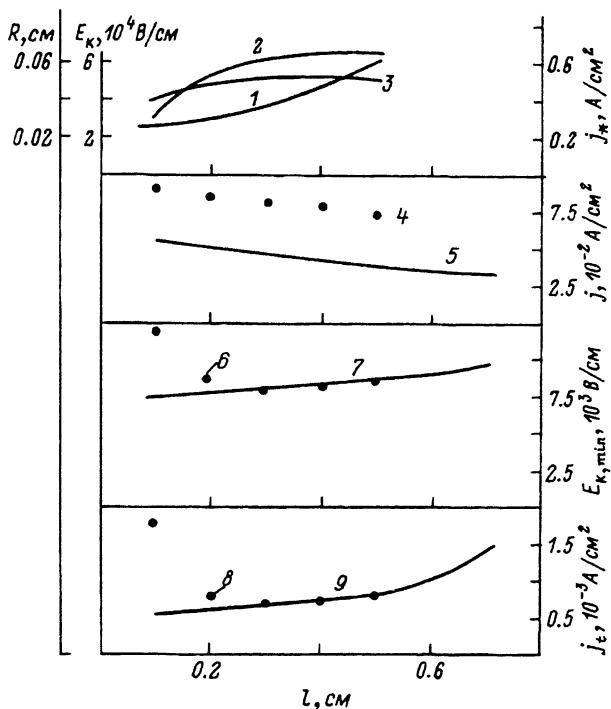


Рис. 5. Зависимость от расстояния между пятнами ширины пятна (1), плотности тока (2) и напряженности поля на катоде (3) в пятне, средней плотности тока (4,5) минимальной напряженности поля на катоде (6,7) и минимальной плотности тока (8,9) на периферии пятна.

толщина катодного слоя в пятне  $d_k \approx 0.01$  см часто оказывается много меньше ширины пятна

$$R = l \frac{j}{j_*}. \quad (7)$$

Наиболее опасные возмущения имеют длину волны, сравнимую с  $d_k$ , и представления, полученные при анализе устойчивости катодного слоя, можно применить непосредственно к пятну с прилегающим к нему столбом квазинейтральной плазмы. Тогда значение  $j_*$  должно слабо зависеть от внешних параметров и быть близким к границе устойчивости  $j_1$  по отношению к жесткому возбуждению, что согласуется с результатами расчетов (рис. 5, табл.) при  $R \gg d_k$ . Если же ширина пятна сравнивает-

Параметры пятна при максимальном расстоянии между пятнами, различной внешней ионизации и межэлектродном потенциале

$Q \cdot 10^{16}, \text{см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$	$U, \text{В}$	$j, \text{A}/\text{см}^2$	$j_*, \text{A}/\text{см}^2$	$j_t, \text{mA}/\text{см}^2$	$l_{\max}, \text{см}$	$R, \text{см}$	$E_k \cdot 10^4, \text{В}/\text{см}$	$E_{k,\min} \cdot 10^3, \text{В}/\text{см}$
0.8	1000	0.025	0.45	0.59	$0.6 \pm 0.1$	0.032	4.54	7.62
0.8	1500	0.074	0.66	0.79	$0.5 \pm 0.1$	0.055	5.24	8.43
0.8	2000	0.136	0.63	0.80	$0.4 \pm 0.1$	0.086	5.15	8.45
3.2	1000	0.080	0.58	2.34	$0.5 \pm 0.1$	0.069	5.00	5.00

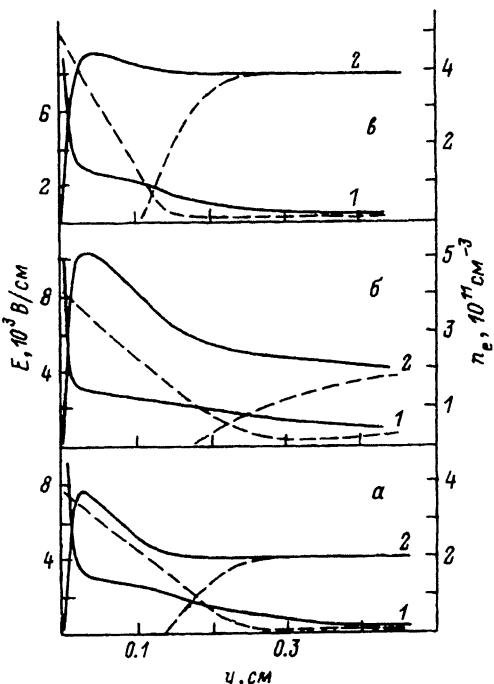


Рис. 6. Профили напряженности поля (1) и концентрации электронов (2) в центре пятна (сплошные линии) и на краю разряда (штриховые) при  $U = 1000$  В и различных скоростях внешней ионизации.

$Q, \text{см}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$ : а —  $8 \cdot 10^{15}$ , б —  $3.2 \cdot 10^{16}$ ;  
 $L, \text{см}$ : а — 0.3, б — 0.25.

ся с толщиной эмиттирующего слоя, то плотность тока в пятне начинает уменьшаться с уменьшением  $l$  и  $j$  при слабо меняющемся значении  $R$ . Ограничение на минимальную ширину пятна связано с электростатическим расталкиванием ионов. Визуально это проявляется как сужение линий тока в направлении от катода (рис. 4).

Экспериментальные данные по плотности тока в пятне различаются. Интерполяция данных [12] к давлению 13.3 кПа дает близкое к расчетному значение  $j_* \approx 0.6 \text{ A/cm}^2$ , а в [7]  $j_* \approx 1.5 \text{ A/cm}^2$ . Хотя при  $R \gg d_k$  с ростом давления должно сохраняться подобие  $j_* \propto p^2$ , в [13] получена зависимость  $j_* \propto p$ . Для объяснения этого факта необходимо, возможно, более корректное определение радиуса пятна, которое в эксперименте фиксируется по свечению. Поскольку поле в квазинейтральной плазме над пятном  $E_* = j_*/\sigma_*$  меньше поля в области пространственного заряда на периферии ( $x = x_0$ ) пятна (рис. 6), то, начиная с некоторого расстояния от катода, сужение линий сменяется расширением. Проводимость плазмы над пятном  $\sigma_*$  находится из уравнения баланса  $\alpha(E_*)\mu_e E_* n_* - \beta n_*^2 + Q = 0$ ,  $\sigma_* = e\mu_e n_*$ . При  $j_* \gg j$  значение  $E_*$  много больше напряженности поля  $E_s$  в однородном столбе и непосредственно над пятном разряд может носить самостоятельный характер, т.е. поддерживаться в основном за счет ударной ионизации. Тогда проводимость плазмы над пятном будет больше, чем в столбе. Это образование может служить зародышем канала, приводящего в конечном итоге к контракции разряда в результате повышенного энерговклада.

Вблизи катода между пятнами линии потенциала идут практически параллельно друг другу, и, задавая минимальную плотность тока на периферии пятна  $j_t$ , можно легко определить все характеристики катодно-

го слоя в рамках одномерной модели. Основное расширение линий тока происходит уже в квазинейтральной плазме. Считая ее проводимость однородной и учитывая, что практически весь ток собирается в пятно, можно получить связь между катодным падением напряжения на периферии пятна и полным падением напряжения на пятне с прилегающим к нему квазинейтральным столбом

$$U_{\kappa}(j_t) = U_{\kappa}(j_*) + E_* d_{\kappa}(j_t) + l E_s / 2. \quad (8)$$

При заданных значениях  $l$  и  $j$  уравнение (8) может иметь два решения:  $j_t < j_{\text{toms}}$  и  $j > j_{\text{toms}}$ , где  $j_{\text{toms}}$  — плотность тока, отвечающая максимуму катодного падения напряжения (рис. 1). Однако устойчивым может быть только решение на растущей ветви ВАХ КС, когда на периферии пятна разряд горит в томсоновском режиме. При увеличении расстояния между пятнами значения  $j_t$  и  $U_{\kappa}(j_t)$  растут. Соответственно средняя плотность тока в разряде

$$j = \sigma E_s = e \mu_e \sqrt{Q/\beta} \{U - U_{\kappa}(j_t)\} / d \quad (9)$$

незначительно уменьшается. При этом значение  $j$  остается близким к плотности тока в разряде без пятен, полученной при численном решении уравнений (1)–(3) в одномерном случае (рис. 1), что согласуется с экспериментальными данными об отсутствии скачка тока при возникновении пятен [7] и объясняет неплохое совпадение экспериментальных и полученных ранее в рамках одномерных моделей результатов по катодному падению напряжения на падающей ветви ВАХ КС. Максимально возможное расстояние между пятнами задается условием разрешимости уравнения (8)

$$l_{\max} = \{U_{\kappa}(j_{\text{toms}}) - U_{\kappa}(j_*) - E_* d_{\kappa}(j_{\text{toms}})\} / 0.5 E_s. \quad (10)$$

Если ширина расчетной области становится больше  $0.5 l_{\max}$ , то расположение в центре пятно перестает экранировать край разряда и там возникает новое устойчивое пятно.

Соотношения (7)–(10) позволяют определить все параметры разряда (рис. 5). Между результатами расчетов и аналитическими выкладками наблюдается хорошее качественное, а по некоторым параметрам и количественное согласие, за исключением узкого ( $L = 0.05$  см) разряда, где, по-видимому, важную роль играют двумерные эффекты на периферии пятна. Наибольшее различие, особенно при малых межэлектродных напряжениях, между теорией и расчетом получается по напряженности поля  $E_s$  в однородном столбе, а следовательно, и по  $l_{\max}$ , которое увеличивается с уменьшением  $E_s$ . Реально разряд с многими пятнами является трехмерным, а не двумерным объектом. Тогда под  $R$  необходимо понимать диаметр пятна, а соотношения (7), (8) заменить на

$$R = l \sqrt{j/j_*},$$

$$U_{\kappa}(j_t) = U_{\kappa}(j_*) + E_* d_{\kappa}(j_t) + l^2 E_s / R.$$

По сравнению с двумерным случаем значения  $R$ ,  $j_*$  должны остаться неизменными, а расстояние между пятнами уменьшиться в  $\sqrt{j/j_*}$  раз.

## Список литературы

- [1] Голубев С.А., Ковалев А.С., Логинов Н.А. и др. // Физика плазмы. 1977. Т. 3. № 5. С. 1011–1016.
- [2] Королев Ю.Д., Работкин В.Г., Филонов Г.А. // ТВТ. 1979. Т. 17. № 1. С. 211–213.
- [3] Дыхне А.М., Напартович А.П. // ДАН СССР. 1979. Т. 247. № 4. С. 837–840.
- [4] Бронин С.Я., Колобов В.М., Сушкин В.Н. и др. // ТВТ. 1980. Т. 18. № 1. С. 46–54.
- [5] Оришич А.М., Швейгерт В.А. // ТВТ. 1984. Т. 22. № 1. С. 170–172.
- [6] Гадиляк Г.В., Швейгерт В.А., Уземаа О.У. // Возникновение и развитие газового разряда при высоких давлениях. Тарту, 1984. С. 312–314.
- [7] Ковалев А.С., Муратов Е.А., Озеренко А.А. и др. // ЖТФ. 1984. Т. 54. Вып 1. С. 56–60.
- [8] Гадиляк Г.В., Насыров К.А., Швейгерт В.А., Уземаа О.У. // Препринт ИТПМ СО АН СССР. № 30-85. Новосибирск, 1985. 51 с.
- [9] Гадиляк Г.В., Швейгерт В.А., Уземаа О.У. // Физика плазмы. 1988. Т. 14. № 6. С. 730–733.
- [10] Нечаев А.А., Орлов Ю.В., Персианцев И.Г. и др. // Физика плазмы. 1986. Т. 12. № 4. С. 441–446.
- [11] Нечаев А.А., Орлов Ю.В., Персианцев И.Г. и др. // Вестн.МГУ. Сер. 3. Физика. Астрономия. 1986. Т. 27. № 1. С. 87–92.
- [12] Нечаев А.А. // Автореф. канд.дис. М., 1986.
- [13] Грачева Е.В., Колчин К.И., Прозоров Е.Ф., Ульянов К.Н. // ТВТ. 1988. Т. 26. № 4. С. 644–650.
- [14] Грачева Е.В., Колчин К.И., Прозоров Е.Ф., Ульянов К.Н. // ТВТ. 1989. Т. 27. № 1. С. 171–173.
- [15] Гадиляк Г.В., Пономаренко А.Г., Швейгерт В.А. Препринт ИТПМ СО АН СССР. № 26. Новосибирск, 1981. 20 с.
- [16] Гадиляк Г.В., Швейгерт В.А., Уземаа О.У. // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. 1988. Т. 21. № 6. С. 41–48.
- [17] Scharfetter D.L., Gummel H.K. // IEEE Trans. Electr. Dev. 1969. Vol. ED16. N 1. P. 64–77.
- [18] Schneider G., Zedan M. // Num. Heat Transf. 1981. Vol. 4. N 1. P. 1–10.
- [19] Хакен Г. Синергетика. М.: Мир, 1980.
- [20] Козырев А.В., Королев Ю.Д. // Физика плазмы. 1983. Т. 9. № 4. С. 864–868.

Институт теоретической и прикладной  
механики  
Новосибирск

Поступило в Редакцию  
19 июня 1992 г.  
В окончательной редакции  
14 октября 1992 г.