

03;11;12

©1993 г.

НЕУСТОЙЧИВОСТИ РЭЛЕЯ И ФАРАДЕЯ В ЖИДКОМЕТАЛЛИЧЕСКИХ ИСТОЧНИКАХ ИОНОВ. ЭМИССИЯ КАПЕЛЬ И ЯВЛЕНИЕ МИКРОКАПЕЛЬНОГО ХАОСА

В.Е.Бадан, В.В.Владимиров, В.Н.Горшков, И.А.Солощенко

Исследовано явление микрокапельной эмиссии в неустойчивых режимах жидкометаллических источников ионов. Показано, что спектр малых капель с радиусом от 10 до 200 Å имеет плотный характер (микрокапельный хаос), а спектр более крупных является дискретным. Измерены отношение заряда к массе и интенсивность капель в зависимости от величины тока. Показано, что образование малых капель обусловлено развитием неустойчивости Рэля на поверхности струй, инжектируемых с вершины конуса Тейлора. В процессе эмиссии малых капель возникают высокочастотные и низкочастотные колебания электрического поля на вершине струи. Эти колебания вызывают модуляцию давления в жидкости и приводят к параметрическому возбуждению капиллярных волн (эффект Фарадея) на поверхности конуса Тейлора. Гребни капиллярного рельефа являются дополнительным источником образования капель. Неустойчивости Рэля и Фарадея формируют наблюдаемый микрокапельный спектр. Рассчитаны значения параметров капель (радиус, заряд, интенсивность) и частота низкочастотных колебаний ионного тока, величины которых согласуются с измеренными. Опыты проводились на источнике олова с использованием анализатора Вина и просвечивающего электронного микроскопа.

Введение

Жидкометаллические источники ионов получили важное применение в микроэлектронике [1] благодаря огромной плотности эмиссионного тока ($\sim 10^8$ А/см²). Эти системы являются идеальным объектом для изучения различных электрогидродинамических явлений в сильных электрических полях. Например, при больших токах наблюдается неустойчивость ионной эмиссии [2–6], которая сопровождается интенсивным испусканием заряженных микрокапель жидкого металла, размеры которых лежат в широком интервале (10–10⁴ Å). Настоящая работа посвящена экспериментальному и теоретическому исследованию этого явления.

Типичный жидкометаллический источник ионов (ЖМИ) состоит из иглы тугоплавкого металла (рис. 1), по которой поднимается исследуемый жидкий металл, хорошо смачивающий иглу, которая является анодом. При достаточно больших напряжениях между иглой и экстрактором

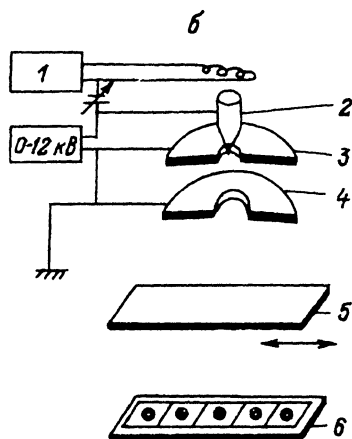
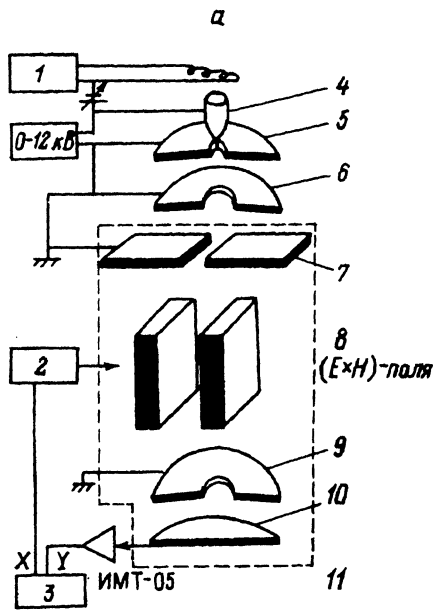


Рис. 1. Схемы опытов с анализатором Вина (а) и с осаждением капель ячейки ТЕМ (б).

а: 1 — питание нагревателя; 2 — питание E -пластин; 3 — самописец; 4 — эмиттер; 5 — экстрактор; 6, 9 — апертура; 7 — диафрагма; 8 — постоянные магниты 2×9 ; 10 — коллектор; 11 — узел фильтра Вина;

б: 1 — питание нагревателя, 2 — эмиттер, 3 — экстрактор, 4 — апертура, 5 — экран, 6 — ячейки.

(катод), когда электростатическое давление на вершине иглы превышает капиллярное, на боковой поверхности иглы возникает течение жидкости, направленное к вершине острия. При этом жидкость на острие принимает форму конуса Тейлора [7] (с углом $2\alpha = 98.6^\circ$), на вершине которого достигаются большие поля, достаточные для полевого испарения ионов [8]. По мере увеличения напряжения (тока) с вершины конуса Тейлора инжектируется струя [4,9] и эмиссионная зона перемещается на вершину этой струи [8,10]. Параметры струй (радиус, длина) рассчитывались в зависимости от величины тока (1) в работах [10,11]. С ростом I радиус струи a возрастает $\sim \sqrt{I}$ [10], а ее длина $h_c \sim I$ [11]. При больших значениях h_c (тока) струи неустойчивы [11] относительно развития перетяжек (неустойчивость Рэлея [12]), что приводит к образованию капель с радиусом, близким к радиусу струи и осцилляциям ионного тока. Отдельные стороны процесса эмиссии капель при развитии неустойчивости Рэлея в струях рассмотрены в работах [13–15]. Ниже мы представим более полную картину этого интересного эффекта.

Показано, что процесс образования капель при развитии неустойчивости Рэлея сопровождается высокочастотными ($f \sim 0.1-10$ Гц) — и низкочастотными ($\sim 1-10$ МГц) колебаниями давления электрического поля на вершине струи. Высокочастотные колебания обусловлены отрывом отдельных капель с вершины струи, при этом электрическое поле на вершине оставшейся части струи уменьшается, а затем при восстановлении струи вновь увеличивается. По мере накопления заряженных капель в

дрейфовом пространстве (между анодом и катодом) происходит ослабление (экранирование) электрического поля на вершине струи и поверхности конуса Тейлора. Соответственно уменьшается подток жидкости, и при достаточно большом числе капель в дрейфовом пространстве (ДП) струя разрушается. После выхода капель из ДП струя восстанавливается и процесс повторяется. Низкочастотные колебания обусловлены процессами последовательного распада и восстановления струи. Таким образом, возникновение как ВЧ, так и НЧ колебаний обусловлено эмиссией капель при развитии неустойчивости Рэлея. Эти колебания вызывают модуляцию давления в жидкости, что приводит к параметрическому возбуждению капиллярных волн (эффект Фарадея [16]) на поверхности конуса Тейлора, как коротковолновых (ВЧ эффект Фарадея), так и длинноволновых (НЧ эффект Фарадея). Гребни возбуждаемого капиллярного рельефа становятся дополнительным поставщиком капель. Эффект Фарадея значительно обогащает распределение капель по размерам. При ВЧ эффекте Фарадея образуются капли, радиус которых близок к размеру капель, испускаемых вершиной струи вследствие неустойчивости Рэлея. Отметим, что радиус последних увеличивается в процессе эмиссии капель, поскольку ослабляется электрическое поле на поверхности струи и длина волны перетяжек возрастает. При НЧ эффекте Фарадея генерируются более крупные капли. Заметную роль в формировании микрокапельного распределения играет распад сильно заряженных капель [17] и капли-сателлиты, образующиеся при развитии перетяжек в струях [18].

Перечисленные механизмы образования капель формируют явление микрокапельного хаоса, когда в широком интервале размеров распределение капель имеет плотный характер.

1. Экспериментальные результаты

Опыты проводились на ЖМИ олова, схемы экспериментов представлены на рис. 1, а, б. Рабочее вещество помещалось в графитовый контейнер, подогреваемый электронной бомбардировкой. Давление в рабочей камере не превышало $5 \cdot 10^{-6}$ мм рт.ст. Игла изготавливалась из стальной проволоки (радиус скругления вершины иглы $\sim 10 \mu$): Сильный перегрев жидкого олова (до температуры 1200°C) позволял снижать порог ионной эмиссии по напряжению (вследствие уменьшения коэффициента поверхностного натяжения σ). На острие иглы с помощью механической обработки создавалась развитая система продольных бороздок, что обеспечивало [19] низкий гидродинамический импеданс иглы и, как следствие, высокую степень крутизны вольт-амперных характеристик (ВАХ). Типичные ВАХ представлены на рис. 2. Порог появления ионной эмиссии по напряжению $V \approx 6-7$ кВ при зазоре между острием иглы и экстрактором $R_0 = 0.5$ мм. Пучки ионов и микрокапель проходили через отверстие экстрактора с диаметром 2.5 мм. В схеме опытов, указанной на рис. 1, а, пучок ионов и микрокапель, пройдя через анализатор спектра масс Вина, попадал на коллектор. Напряженность магнитного поля в анализаторе Вина $H = 2$ кЭ. Усилитель постоянного тока ИМТ-05 позволял регистрировать в цепи коллектора токи величиной 10^{-12} А. Типичный спектр масс в режиме неустойчивости ионного тока показан на рис. 3. Появление пиков тяжелых заряженных частиц (микрокапель с малым значением

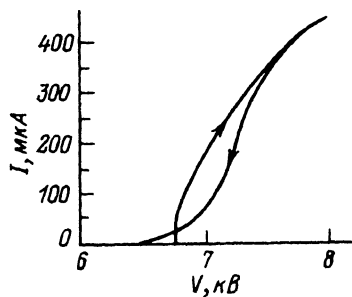


Рис. 2. Типичные ВАХ ЖМИ олова.

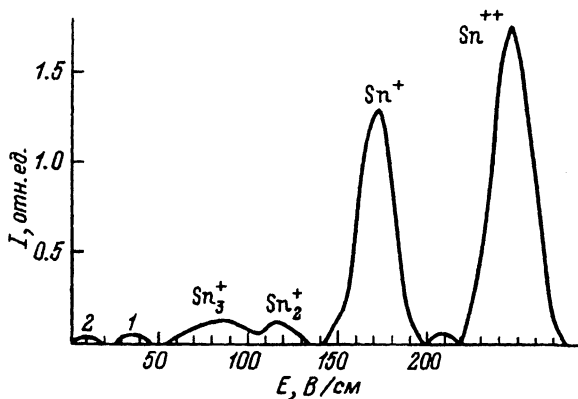


Рис. 3. Спектр масс в неустойчивом режиме при $I = 65$ мкА.

q/M_k , участки 1 и 2) синхронно с возникновением осцилляций ионного тока [20]. На рис. 4 представлена зависимость q/M_k (q — заряд, M_k — масса капель) от величины тока, измеренная по положению пиков участков 1 (участок 2 вследствие малого значения q/M_k не всегда достаточно четко проявляется на самописце). Опытные значения q/M_k определялись по известной формуле анализатора Вина: $q/M_k = c^2 E^2 / (2H^2 V)$, где E — напряженность электрического поля в анализаторе. Как видно из рис. 3, величина q/M_k для частиц, соответствующих участку 1, приблизительно на порядок выше, нежели для частиц участка 2.

Неустойчивость ионного тока возникала при токах $I > I_{кр} \approx \approx 35-40$ мкА. Зависимость частоты основной гармоники низкочастотных колебаний ионного тока $f(I)$ представлена на рис. 5. Эти измерения проводились с помощью анализатора частот С4-25. Как видно из рис. 4, 5, с ростом тока значения q/M_k и f заметно уменьшаются.

Во второй схеме опытов (рис. 1, б) микрокапли осаждались на систему ячеек просвечивающего электронного микроскопа (ТЕМ). Диаметр

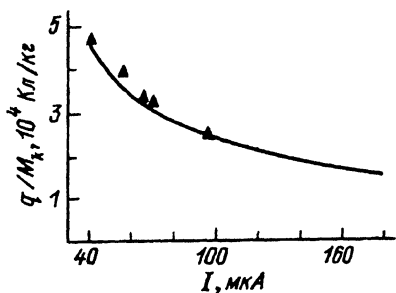


Рис. 4. Отношение заряда к массе для микрокапель в зависимости от тока. Сплошная линия — расчет, значки — опытные данные.

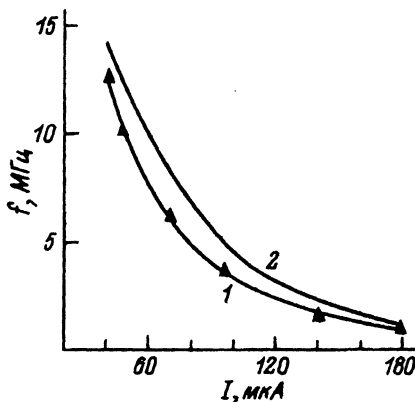


Рис. 5. Зависимость частоты низкочастотных колебаний от величины тока. 1 — эксперимент, 2 — расчет.

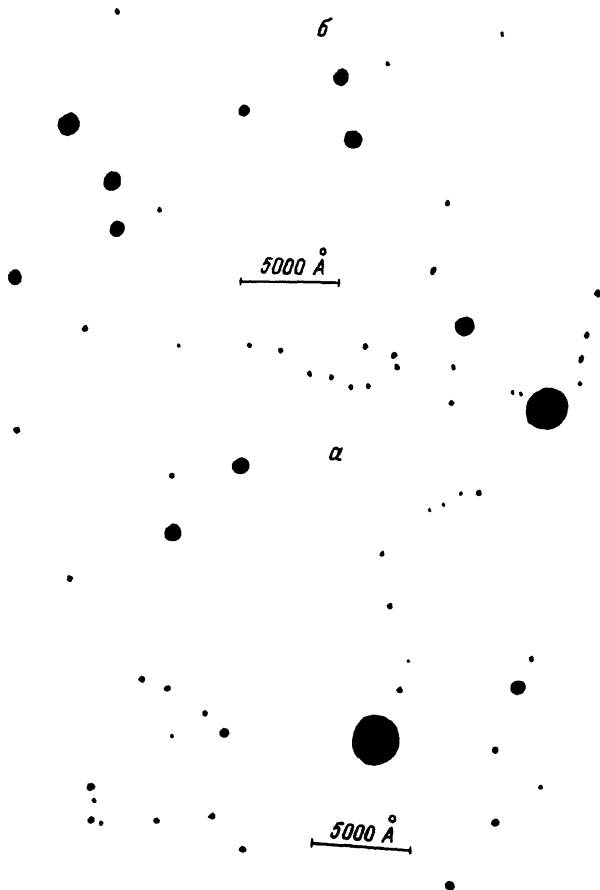


Рис. 6. Отдельные участки ячеек.
 $I = 120 \text{ мкА}$; d , см: $a - 0$, $b - 2$.

ячеек, расположенных по центру и на расстояниях $d = 1$ и 2 см от оси системы, был равен 3 мм. Расстояние от экстрактора до платформы с ячейками составляло 5 см. В неустойчивом режиме ЖМИ время экспозиции ячеек составляло 10 с. Затем эти ячейки исследовались в ТЕМ "Тесла" при ускоряющем напряжении 120 кВ (разрешающая способность $\approx 5 \text{ \AA}$). На рис. 6 показаны отдельные области центральной и боковой ячеек для тока $I = 120 \text{ мкА}$. Хорошо видно, что микрокапли высаживаются в основном на центральную ячейку. При увеличении тока возрастает число больших капель, эти капли более равномерно распределены по разным ячейкам. Интенсивность микрокапель с диаметром $D < 300 \text{ \AA}$ заметно выше, нежели крупных ($D > 10^3 \text{ \AA}$).

На рис. 7 представлены гистограммы (распределения капель по размерам) для разных токов и ячеек. Если малые капли ($12 < D < 300 \text{ \AA}$) довольно плотно распределены по размерам, то спектр крупных капель имеет дискретный характер. Интенсивность образования мелких капель в предположении, что они высаживаются на площадку, равную площади одной ячейки ($S = 7 \cdot 10^{-2} \text{ см}^2$), составляет $10^{10} - 3 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$. Интенсив-

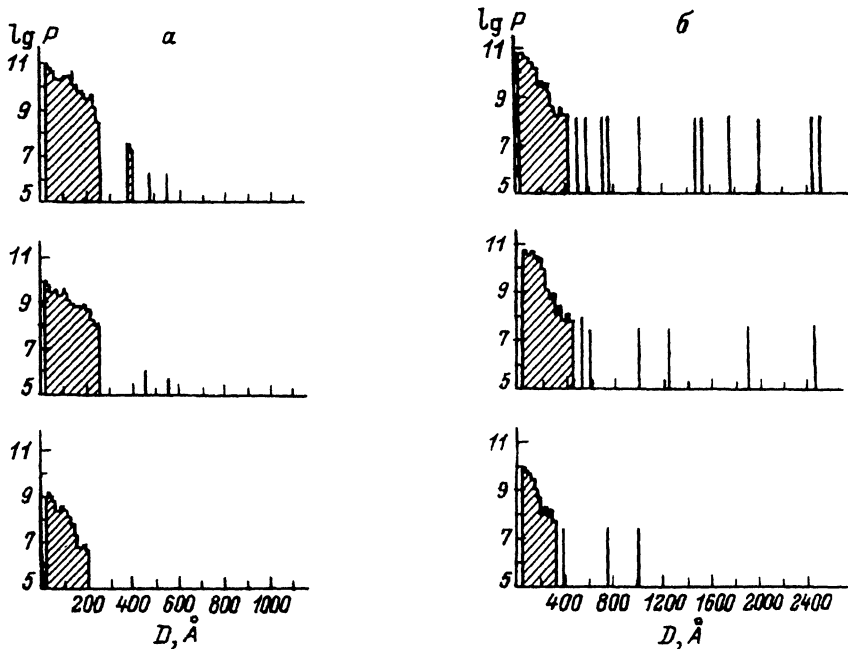


Рис. 7. Гистограммы микрокапель по величине диаметра.
 $P = N/St$ ($\text{см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$); $d = 0.1, 2 \text{ см}$; I , мкА: а — 40, б — 120.

ность образования крупных капель заметно меньше ($\sim 10^7 - 3 \cdot 10^7 \text{ с}^{-1}$). Безусловно, эти оценки имеют грубый характер, поскольку трудно оценить величину реальной эффективной площади, на которую высаживаются капли.

Ниже мы представим основные результаты теории микрокапельной эмиссии в ЖМИ и обсудим полученные опытные данные.

2. Параметры струй и основные характеристики неустойчивости Рэлея

Механизм образования струй на вершине конуса Тейлора рассмотрен в работах [10,11,21]. Из условий сохранения массы и импульса струи в предположении,¹ что электрическое поле фиксировано на полусферической вершине струи ($E_c = E_i$, E_i — характерное поле испарения ионов), можно получить [11] простые соотношения для радиуса и скорости струи U_0 в зависимости от тока до образования капель:

$$a^2 = \frac{MI}{\pi e \rho U_0}, \quad U_0 = \frac{E_i}{\sqrt{8\pi\rho}} \left(1 - \frac{16\pi\sigma}{aE_i^2} \right)^{1/2}, \quad (1)$$

где M — масса однозарядного иона, ρ — плотность жидкости, e — заряд иона (электрона).

¹ Это предположение строго обосновывается при учете эффектов объемного заряда [8,10].

Выражение для высоты струи имеет вид [11]

$$h_c = R_0 \left(\frac{aE_i}{V} \right)^2. \quad (2)$$

При расчете h_c (1) с помощью (2) необходимо использовать измеренные ВАХ (рис. 2). При больших токах ($a \gg (16\pi\sigma)/E_i^2$)

$$U_0 = \frac{E_i}{\sqrt{8\pi\rho}} = \text{const}, \quad a \sim I^{1/2} \quad \text{и} \quad h_c \sim I$$

(в случае крутых ВАХ, когда напряжение изменяется незначительно). Как видно из (1), при увеличении температуры жидкости (уменьшается σ), скорость струи увеличивается, а радиус уменьшается ($a \sim U_0^{-1/2}$). Отметим, что расчет параметров струи для ЖМИ галлия [11] на основе (1), (2) хорошо согласуется с опытными данными [4]. В таблице приведены рассчитанные значения параметров струи для ЖМИ олова ($\rho = 7 \text{ г/см}^3$, $E_i = 2.4 \cdot 10^8 \text{ В/см}$, $\sigma = 400 \text{ эрг/см}^2$, $R_0 = 0.05 \text{ см}$, $V = 7 \text{ кВ}$).

Отметим, что вершина струи может совершать колебания с небольшой амплитудой вблизи значения h_c (2) и очень высокой частотой даже в отсутствие неустойчивости Рэлея. По достижении поля E_i на вершине инжектируемой струи начинается ионная эмиссия и возникающий объемный заряд должен ослабить поле ($E_c < E_i$). Соответственно эмиссия прекращается, а длина струи будет возрастать. Однако рассасывание объемного заряда происходит со скоростью, значительно большей, чем скорость струи, и ионная эмиссия снова срезает струю. Оценим характерное время рассасывания объемного заряда (или период колебаний) в предположении, что ионы уходят на расстояние $L = 10a$ ($L \gg a$) в осевом электрическом поле конуса Тейлора ($E = 0.5V/(R \cdot R_0)^{1/2}$ [7], R — расстояние от вершины конуса) после прекращения эмиссии. Решая соответствующее уравнение движения для иона, находим

$$\tau \approx 2\sqrt{10} \frac{a^{1/2}(h_c \cdot R_0)^{1/4}}{\sqrt{eV/M}} \sim I^{1/2}. \quad (3)$$

При $I = 40 \text{ мкА}$ $\tau \approx 5 \cdot 10^{-12} \text{ с}$ ($f \approx 10^{11} \text{ Гц}$) амплитуда колебаний $\Delta h_c = U_0\tau \approx 20 \text{ \AA} \ll h_c$ (см. таблицу). При увеличении тока и температуры жидкости амплитуда колебаний возрастает. Предположение

I , мкА	a , \AA	h_c , \AA	U_0 , 10^4 см/с	E_k/E_i	N	\bar{d}/λ_R
40	20.15	239	5.54	0.395	1100	1.433
65	25.45	381	5.65	0.351	1400	1.231
90	29.79	522	5.70	0.325	2000	1.143
120	34.27	690	5.75	0.303	3100	1.088
180	41.68	1021	5.80	0.275	7300	1.039

о высокочастотных осцилляциях вершины струи позволило автору [22] объяснить особенности энергетического распределения ионов, наблюдаемого в ЖМИ (полагалось [22], что эти колебания обусловлены отрывом капель при развитии неустойчивости Рэлея) при достаточно больших токах. По нашему мнению, эти особенности (появление ионов с большой энергией) могут возникать и при токах, когда неустойчивость Рэлея еще не возбудилась.

Плотность ионного тока в области эмиссионной зоны определяется выражением

$$j = \frac{I}{2\pi a^2} \approx \frac{e}{4M} \sqrt{\frac{\rho}{2\pi}} E_i, \quad (4)$$

и в случае ЖМИ олова $j \approx 1.6 \cdot 10^8 \text{ А/см}^2$.

Отметим, что даже при таких огромных плотностях тока жидкость не успевает существенно разогреться за время протока ($t_n = h_c/U_0$) по длине струи.

Нами рассчитывалось [11] распределение бокового электрического поля \vec{E} вдоль струи, поскольку это поле сильно влияет [23] на основные характеристики неустойчивости Рэлея. При анализе устойчивости использовались средние значения этого поля (для струй олова $\vec{E}_{\text{ср}} = 0.35$ и $0.3E_c$, соответственно при $I = 40$ и 120 мкА).

Полученные выше равновесные параметры струй позволяют определить критический ток развития перетяжек в струе и основные характеристики капель. В качестве критерия неустойчивости струи выбирается условие [11], при котором характерное время развития перетяжек t_0 меньше времени протока t_n жидкости,

$$t_0 < h_c/U_0 \quad \text{или} \quad h_c > h_{\text{кр}} = U_0 t_0. \quad (5)$$

Величина t_0 оценивается [11,24] по известному максимальному инкременту γ_m линейной теории в предположении, что амплитуда начальных флуктуаций радиальных смещений поверхности ξ_1 определяется тепловым шумом

$$\xi_1 = \sqrt{\frac{k_B T}{\sigma}},$$

где k_B — константа Больцмана.

С учетом вязкости [11]

$$t_0 = \frac{1}{2\gamma_m} \left[\ln \frac{\sigma a^2}{k_B T x_m^2} + 2 \ln \left(1 + \frac{\nu x_m^2}{\gamma_m a^2} \right) \right], \quad (6)$$

где ν — коэффициент кинематической вязкости; $x_m = k_m a$, $k_m = 2\pi/\lambda_m$ — волновое число, соответствующее максимуму инкремента.

Отметим, что неустойчивость Рэлея [12] имеет аperiодический характер и малые возмущения изменяются $\sim \exp(\gamma t + ikz)$, где ось z направлена вдоль струи. Соотношение (6) хорошо согласуется с результатами численного моделирования нелинейной динамики развития перетяжек [25].

Как видно из (5), (6), неустойчивость Рэлея возникает при достаточно больших токах (в длинных струях) и высокой температуре жидкости

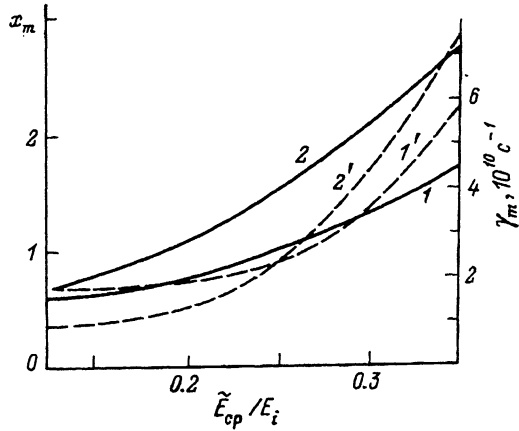


Рис. 8. Зависимости максимального инкремента (пунктир) и соответствующего волнового числа ($x_m = k_m a$, сплошная линия) от среднего значения бокового электрического поля. 1, 1' — $I = 40$; 2, 2' — 120 мкА.

(уменьшается ν , возрастает ξ_1). Как мы уже отмечали, в наших опытах олово сильно перегревалось, что способствовало развитию неустойчивости при сравнительно небольших токах.

На рис. 8 представлены типичные расчеты [11] γ_m и k_m для перетяжек в случае жидкого олова при различных значениях бокового электрического поля, поскольку в процессе отрыва капель это поле уменьшается. При расчетах полагалось $\nu = 0.9 \cdot 10^{-3} \text{ см}^2/\text{с}$. Учитывая эти данные, нетрудно показать, что при $I = 40$ мкА ($x_m \approx 1.8$, $\gamma_m = 5.8 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$, если $\tilde{E}_{cp} = 0.35 E_i$ (рис. 8)) $t_0 = 3.82 \cdot 10^{-11} \text{ с} \approx 2.2/\gamma_m$ и $h_{кр} = 211 \text{ \AA}$. Поскольку $h_c = 239 \text{ \AA}$ (см. таблицу), то можно считать, что ток $I \approx 40$ мкА близок к пороговому ($h_c > h_{кр}$), при котором возбуждается неустойчивость Рэлея в условиях наших опытов. Хорошее согласие рассчитанных и опытных значений критического тока ранее отмечалось для источников галлия и золота [11], что свидетельствует о правильном определении h_c с помощью (2).

Как видно из рис. 8, по мере ослабления \tilde{E}_{cp} длина волны перетяжек возрастает. Соответствующую стадию распада струи, когда влиянием бокового электрического поля можно пренебречь, назовем рэлеевской. Именно случай $\tilde{E} = 0$ и был рассмотрен Рэлеем, при этом $\lambda_m = \lambda_R \approx 9a$ [12].

Отметим, что уровень тепловых флуктуаций достаточно высок $\xi_1 \approx 2.5 \text{ \AA}$ ($\xi_1/a \approx 0.1$). Соотношения (5), (6) используются только для определения критерия неустойчивости. В режиме образования капель уровень флуктуаций возрастает, и мы покажем, что в этом случае характерное время развития неустойчивости после отрыва капли с вершины струи соответствует времени восстановления последней ($\tau_0 = \lambda_m/\tilde{U}_0$, где \tilde{U}_0 — скорость струи в режиме эмиссии капель).

3. Неустойчивость Рэлея и микрокапельный распад струи

Опишем предполагаемый сценарий распада. При выполнении условия (5) от вершины струи отрывается заряженная капля, радиус которой R_k находится из соотношения

$$\pi a^2 \lambda_m = \frac{4}{3} \pi R_k^3 \quad \text{или} \quad R_k = a \left(\frac{3\pi}{2x_m} \right)^{1/3} \sim I^{1/2}. \quad (7)$$

Уже первая капля значительно ослабляет электрическое поле на вершине струи ($E_c < E_i$) и эмиссия ионов происходит с поверхности капель, которые принимают вид эллипсоидов, вытянутых вдоль поля [7]. При этом с тыльной стороны капля эмиттируются электроны, которые ионизируют нейтральные атомы, и процесс образования капель всегда сопровождается вспышкой излучения вблизи вершины струи [4]. Поскольку в этом режиме весь поток жидкости преобразуется в капли, то характерное время испускания капель можно оценить из соотношения

$$\pi a^2 \rho \tilde{U}_0 = \frac{M_k}{\tau_0} = \frac{\pi a^2 \lambda_m \rho}{\tau_0}, \quad (8)$$

откуда находим $\tau_0 = \lambda_m / \tilde{U}_0$. Здесь $M_k = \pi a^2 \lambda_m \rho$ — масса капли. В процессе эмиссии капля вершина струи и электрическое поле E_c осциллируют с высокой частотой $f = \tilde{U}_0 / \lambda_m$. По мере развития микрокапельного распада скорость \tilde{U}_0 уменьшается, поскольку при большом количестве заряженных капель в ДП значительно ослабляется электрическое поле на поверхности конуса Тейлора, определяющее подток жидкости. Если подток прекращается, то струя гибнет. После выхода капель из ДП электрическое поле восстанавливается на поверхности конуса Тейлора, вновь инжектируется струя и процесс микрокапельного распада повторяется. Указанный периодический процесс определяет низкочастотные осцилляции тока (рис. 5), которые наблюдаются в режиме эмиссии капель [2,4,6,20] на ЖМИ различных металлов.

Подчеркнем, что характерное время развития неустойчивости Рэлея очень мало ($\sim 10^{-10}$ с), однако именно эта нестабильность в процессе микрокапельной эмиссии приводит к появлению НЧ колебаний тока.

В дальнейшем мы покажем, что полное разрушение струи происходит при таком ослаблении поля E_c , когда электростатическое давление на ее вершине станет равным капиллярному. Соответствующее значение поля (E_k)

$$E_c = E_k = \sqrt{\frac{16\pi\sigma}{a}} \quad (9)$$

назовем капиллярным. Значения $E_k \sim I^{-1/4}$ приведены в таблице. Основание этого критерия дано в Приложении.

Проведем расчеты в рамках описанной модели. Согласно (7), радиус капель пропорционален радиусу струи. Например, для первых капель $R_k = 1.38a \approx 27.8 \text{ \AA}$ ($I = 40 \text{ мкА}$, $x_m = 1.8$), $R_k = 1.3a \approx 44.6 \text{ \AA}$ ($I = 120 \text{ мкА}$, $x_m = 2.15$). На рэлеевской стадии распада $R_k = 1.89a$ ($x_m = 0.7$). Отметим, что рэлеевский распад в случае малой вязкости $\gamma_m \gg (\nu x_m^2)/a^2$ сопровождается образованием капель-сателлитов [18], радиус которых приблизительно в три раза меньше радиуса основных [25]. Условие малой вязкости выполняется достаточно хорошо (для ЖМИ олова) на рэлеевской стадии и должны появляться малые капли-сателлиты с радиусом $R_c = 0.63a$.

Оценим заряд капель, предполагая, что в момент отрыва капля соединена тонким перешейком с остальной частью струи. Используя выражение для электрического поля на вершине скругленного выступа [11], расположенного на острие конуса Тейлора, можно показать, что электрическое поле на поверхности отрывающихся капель (\hat{E})

$$\hat{E} = E_c a / R_k. \quad (10)$$

Отсюда заряд капель

$$q = E_c a R_k. \quad (11)$$

Для первых капель ($E_c = E_i$) $q \sim I$, а отношение заряда к массе

$$\frac{q}{M_k} = \frac{3 E_i a}{4 \pi \rho R_k^2} = \frac{3 E_i}{4 \pi \rho a} \left(\frac{2x_m}{3\pi} \right)^{2/3} \sim I^{-1/2}. \quad (12)$$

Например, $q/M_k = 2.4 \cdot 10^4$ Кл/кг, $1.57 \cdot 10^4$ Кл/кг соответственно при $I = 40$ и 120 мкА.

Покажем, что уже первые капли значительно ослабляют электрическое поле на вершине струи (и \hat{E}). Коэффициент ослабления с учетом (11) определяется выражением

$$K = \frac{\Delta E}{E_i} = \frac{1}{E_i} \left(\frac{q}{a d_0} + \frac{q}{d_0^2} \right) = \frac{R_k}{d_0} \left(1 + \frac{a}{d_0} \right), \quad (13)$$

где d_0 — расстояние, на которое уходит капля за время восстановления струи (λ_m/U_0); ΔE — ослабление поля.

Первое слагаемое в (13) учитывает [11] перераспределение поверхностного заряда по полусферической вершине струи под действием заряженной капли, а второе есть кулоновское поле капли. Поскольку $d_0 > \lambda_m$, то первое слагаемое является основным. Для определения величины d_0 необходимо решить уравнение движения капли в поле конуса Тейлора и поле вблизи вершины струи (ослабленного зарядом капли). Это уравнение имеет вид

$$\ddot{y} = \frac{q E_i}{M_k} \left\{ \frac{a}{2h_c} \sqrt{\frac{h_c}{h_c + y}} + \sqrt{\frac{h_c - \lambda_m + U_0 t}{h_c}} \times \right. \\ \left. \times \left[1 - \frac{R_k}{\tilde{d}} \left(1 + \frac{a}{\tilde{d}} \right) \right] \frac{a^2}{\tilde{d}^2} \right\}, \quad (14)$$

где $\tilde{d} = y + \lambda_m - U_0 t$, y — координата центра капли.

Начальные условия $y = 0$, $\dot{y} = U_0$. Величина $d_0 = y(t = \lambda_m/U_0)$. Решая (14) в предположении $y = U_0 t + \varepsilon$, где $\varepsilon \ll \lambda_m$, можно показать, что

$$\frac{d_0}{\lambda_m} = 1 + \frac{E_i^2}{4\pi\rho} \frac{R_k}{U_0^2 h_c} \left\{ 1 + 2 \frac{h_c}{a} \left[1 - \frac{R_k}{\lambda_m} \left(1 + \frac{a}{\lambda_m} \right) \frac{a^2}{\lambda_m^2} \right] \right\}. \quad (15)$$

Согласно (15), $d_0/\lambda_m = 1.54$ и 1.41 при $I = 40, 120$ мкА. Уменьшение d_0 с ростом тока обусловлено меньшим значением q/M_k (12). Соответствующие коэффициенты ослабления (13) равны 0.3 и 0.39 (с увеличением тока K возрастает). Таким образом, уже при отрыве первых капель происходит значительное ослабление поля на вершине струи (и соответственно \tilde{E}), однако темп спада поля при отрыве последующих капель резко снижается, поскольку уменьшается заряд капель (11), а наиболее заряженные капли уходят на большое расстояние. В процессе распада (E_c и \tilde{E} уменьшаются) увеличивается длина волны перетяжек (рис. 8), возрастает радиус капель и снижается их заряд. Практически после испускания 5–6 капель наступает рэлеевская стадия микрокапельного распада, которая является наиболее длительной и играет главную роль.

При большом количестве капель в ДП основной вклад в ослабление поля на вершине струи (от E_i до E_k) создают капли, сорвавшиеся в условиях, когда $E_c \gtrsim E_k$. На рэлеевской стадии заряд этих капель, согласно (11), $q \approx E_k a R_k \sim a^{3/2} \sim I^{3/4}$, а отношение заряда к массе для крупных капель ($R_k = 1.89a$)

$$\frac{q}{M_k} = \frac{3 E_k a}{4 \pi \rho R_k^2} = 1.36 a^{-3/2} \sim I^{-3/4}, \quad (16)$$

для капель-сателлитов ($R_c = 0.63a$)

$$q_c/M_{kc} = 12.24 a^{-3/2}. \quad (16')$$

Таким образом, за счет меньшего радиуса отношение заряда к массе у капель-сателлитов в 9 раз больше, чем у крупных. На рис. 4 представлены рассчитанные значения этой величины для капель-сателлитов. Кривая 2 (рис. 3), по-видимому, соответствует крупным каплям. Хорошее согласие опытных и расчетных данных (рис. 4) свидетельствует о правильности наших основных предположений — доминирующей роли рэлеевской стадии распада с образованием капель-сателлитов и сильном ослаблении E_c в процессе микрокапельной эмиссии.

Рассмотрим устойчивость заряженных капель. Критерий неустойчивости [17] имеет вид

$$\frac{\hat{E}^2}{8\pi} > \frac{2\sigma}{R_k}. \quad (17)$$

С учетом (9), (10) его можно привести к следующему виду:

$$E_c > E_k \left(\frac{R_k}{a} \right)^{1/2}. \quad (18)$$

Для первых капель ($E_c = E_i$) этот критерий всегда выполняется (см. таблицу), и эти капли распадаются на более мелкие. Распад может сопровождаться [26] испусканием микроструй и капель, размеры которых значительно меньше радиуса материнских капель. На рэлеевской стадии распада ($E_c \approx E_k$) крупные капли, согласно (18), устойчивы, а капли-сателлиты неустойчивы, поскольку на поверхности этих капель

электрическое поле (10) больше. При делении сателлитов надвое образуются капли с радиусом

$$\tilde{R} = R_c / \sqrt[3]{2} \approx 0.5a. \quad (19)$$

Величина q/M_k для этих капель также определяется (16'). Если $I = 40$ и 120 мкА, то $\tilde{R} = 10$ и 17 \AA . Интенсивность именно этих капель должна быть максимальной в спектре эмиссии, что согласуется с измеренными гистограммами (рис. 7).

Определим характерное время распада струи T , считая, что основной массив капель, ослабляющих поле на вершине струи до значения $E_c = E_k$, соответствует рэлеевской стадии. Если определено число этих капель N , то время распада (и период НЧ колебаний) определяется выражением

$$T = 2N\lambda_R/U_0, \quad (20)$$

где характерное время испускания отдельной капли определено по средней скорости струи.

При определении N будем считать, что все крупные капли расположены вдоль оси струи на одинаковом расстоянии a друг от друга, а сателлиты находятся посередине между крупными. Учитывая (13), можно определить ослабление поля на вершине струи для крупных капель

$$\Delta E = \frac{E_k R_k}{\bar{d}} \left(\sum_{i=1}^N \frac{1}{i} + \frac{a}{\bar{d}} \sum_{i=1}^N \frac{1}{i^2} \right), \quad (21)$$

для сателлитов

$$\Delta E = \frac{2 E_k R_k}{3 \bar{d}} \left(\sum_{i=1}^N \frac{1}{i} - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N/2} \frac{1}{i} \right) + \frac{4 E_k R_k a}{3 \bar{d}^2} \left(\sum_{i=1}^N \frac{1}{i^2} - \frac{1}{4} \sum_{i=1}^{N/2} \frac{1}{i^2} \right). \quad (21')$$

где $R_k = 1.89a$.

Учитывая, что при $N \gg 1$

$$\sum_{i=1}^N \frac{1}{i} \rightarrow \ln N + C, \quad \sum_{i=1}^N \frac{1}{i^2} \rightarrow \frac{\pi^2}{6},$$

где $C = 0.577$ — константа Эйлера, находим уравнение для N

$$E_i - E_k = \frac{E_k R_k}{\bar{d}} \left[\left(\frac{4}{3} \ln N + 1 \right) + \frac{a \pi^2}{\bar{d} 3} \right]. \quad (22)$$

При выводе (22) учтено, что

$$\frac{4}{3}C + \frac{1}{3} \ln 2 \approx 1.$$

Аналогично предыдущим расчетам при определении \bar{d} рассчитывалось расстояние, на которое уходит крупная капля за время восстановления струи ($2\lambda_R/U_0$), но с учетом тормозящего воздействия всех капель, находящихся в ДП. В таблице приведены рассчитанные значения

\bar{d} , которые уменьшаются с ростом тока вследствие снижения q/M_k (16). Используя (22) и значения \bar{d} , можно определить число капель N , которые испускаются до момента полного распада струи, а также период НЧ колебаний тока (20). В таблице приведены рассчитанные значения N (отметим, что эти капли размещаются в ДП $N < R_0/\bar{d}$). На рис. 5 представлены рассчитанные зависимости частоты НЧ колебаний ($f = 1/T = U_0/2N\lambda_R$) от величины тока. Число капель возрастает с увеличением тока ($\sim I$), а частота уменьшается. Как видно из рис. 5, расчетные значения $f(I)$ согласуются с опытными данными. Указанный характер изменения N и f при увеличении тока обусловлен уменьшением значения E_k (9). Поэтому соответствующее ослабление поля на вершине струи ($\Delta E = E_i - E_k$) достигается при большем числе капель (и за большее время). Интенсивность образования микрокапель

$$W = \frac{N}{T} \approx 1 - 2 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$$

и сравнительно слабо зависит от величины тока (рис. 7). Инкременты неустойчивости Рэля (рис. 8) близки к значениям W .

Таким образом, в результате развития неустойчивости Рэля на поверхности струи и распада наиболее заряженных капель образуются сравнительно небольшие капли ($0.5 < R_k < 2a$) с очень высокой интенсивностью эмиссии. Эти капли движутся преимущественно в направлении оси струи. Однако наблюдаемый спектр капель по величине радиуса значительно богаче (рис. 7), и этот факт может быть связан с развитием неустойчивости Фарадея [16].

4. Неустойчивость Фарадея и явление микрокапельного хаоса

Как уже отмечалось, в процессе микрокапельной эмиссии возникают ВЧ и НЧ колебания электрического поля на вершине струи. Эти колебания вызывают модуляцию давления в жидкости и возбуждение ультразвуковых волн. При достаточно большой амплитуде ультразвука возможны параметрическое возбуждение капиллярных волн (акустический эффект Фарадея [27]) на поверхности конуса Тейлора и отрыв капель с гребней капиллярного рельефа. При этом среднее значение радиуса капель [27] $\bar{R}_k \approx 1/\kappa$, где κ — волновое число капиллярных волн. Значение κ находится из условия главного параметрического резонанса [28]

$$\pi f = \omega_k = \sqrt{\frac{\sigma \kappa^3}{\rho}}, \quad (23)$$

где ω_k — капиллярная частота [29], f — частота модуляции.

С помощью (23) находим

$$\kappa = \left[\frac{\rho(\pi f)^2}{\sigma} \right]^{1/3}, \quad \bar{R}_k \approx \left[\frac{\sigma}{\rho(\pi f)^2} \right]^{1/3}. \quad (24)$$

Спектр ВЧ колебаний ($f = \bar{U}_0/\lambda_m$) для каждого значения тока $I > I_{кр}$ довольно широк вследствие увеличения длины волны перетяжек и

уменьшения скорости струи в процессе эмиссии капель, а НЧ колебаний ближе к дискретному (рис. 5).

Будем полагать, что на рэлеевской стадии спектр ВЧ колебаний соответствует диапазону частот

$$10^{-2} \frac{U_0}{\lambda_R} < f < \frac{U_0}{\lambda_R}. \quad (25)$$

Согласно (25), при $I = 40$ мкА $3 \cdot 10^8 < f < 3 \cdot 10^{10}$ Гц, если $I = 120$ мкА $2 \cdot 10^8 < f < 2 \cdot 10^{10}$ Гц.

Именно широта спектра ВЧ колебаний приводит вследствие эффекта Фарадея к заметному обогащению распределения малых капель по радиусу и способствует плотному характеру этого распределения (рис. 7) в довольно широком интервале радиусов. Это явление мы назовем микрокапельным хаосом.

В условиях НЧ эффекта Фарадея спектр крупных капель ближе к дискретному, если учесть и неосновные резонансы при параметрическом возбуждении [28],

$$\bar{R}_k \approx \left[\frac{\sigma}{\rho(\pi n f)^2} \right]^{1/3}, \quad \text{где } n = 1, 2, \dots \quad (26)$$

Определим критерий эффекта Фарадея. Амплитуда колебаний поля на рэлеевской стадии определяется выражениями

$$\delta E = \begin{cases} E_k \left(1 - \sqrt{\frac{h_c - \lambda_R}{h_c}} \right) \approx \frac{1}{2} E_k \frac{\lambda_R}{h_c} & \text{— ВЧ,} \\ E_i - E_k & \text{— НЧ колебания.} \end{cases} \quad (27)$$

С ростом тока δE уменьшается при ВЧ колебаниях и возрастает в НЧ случае. Амплитуда колебаний давления электрического поля на вершине струи имеет вид

$$\delta p = \begin{cases} \frac{E_k \delta E}{4\pi} & \text{— ВЧ,} \\ \frac{E_i \delta E}{4\pi} & \text{— НЧ.} \end{cases} \quad (28)$$

Соответственно амплитуда смещений жидкости в звуковой волне под действием переменного давления

$$\xi_0 = \delta p / (\omega_0 c_s \rho), \quad (29)$$

где $\omega_0 = 2\pi f$, c_s — скорость звука ($\approx 10^5$ см/с в жидком олове).

Теория эффекта Фарадея для случая колеблющейся пластины, покрытой слоем жидкости, построена Малюжинцем [27]. Ниже при получении критерия параметрического возбуждения мы используем результаты этих расчетов.

Появление смещений (29) соответствует ускорению жидкости

$$g = -\xi_0 \omega_0^2 \sin \omega_0 t, \quad (30)$$

и уравнение, описывающее эволюцию поверхностных "гравитационно"-капиллярных волн, имеет вид уравнения Маттье [27,28]

$$\ddot{B} + \omega_k^2(1 - h \sin \omega_0 t)B = 0, \quad (31)$$

где

$$h = \frac{\omega_0^2 \rho \xi_0}{\kappa^2 \sigma},$$

B — амплитуда смещений поверхности.

В области главного резонанса (23) решения (31) нарастают $\sim e^{st}$, где $s = h\omega_0/8$ [28]. В случае малой вязкости ($\omega_k \gg 2\nu\kappa^2$) декремент вязкого затухания $\tilde{s} = 2\nu\kappa^2$ [29]. Критерий возбуждения имеет вид

$$s > \tilde{s} \quad \text{или} \quad \xi_0 > \frac{2\nu\kappa}{\pi f}. \quad (32)$$

Учитывая (24), (27)–(29), критерий (32) можно свести к следующему:

$$\delta E > \frac{16\pi\nu\rho C_s}{\bar{E}} \left[\frac{\rho(\pi f)^2}{\sigma} \right]^{1/3}, \quad (33)$$

где $\bar{E} = E_i$ (в НЧ случае) или E_k (ВЧ).

Условие малой вязкости ($\tilde{s} \ll \omega_k$) сводится к виду

$$f \ll \frac{\sigma^2}{8\pi\nu^3\rho^2}. \quad (34)$$

Оно выполняется при $f \ll 1.8 \cdot 10^{11}$ Гц.

Учитывая (27) и данные рис. 5, можно показать, что условие (33) выполняется с большим запасом в случае НЧ эффекта Фарадея. Поэтому следует ожидать появления крупных капель, обусловленных и неосновными резонансами (26).

Согласно (26), при $I = 40$ мкА ($f = 12$ МГц) (рис. 5)

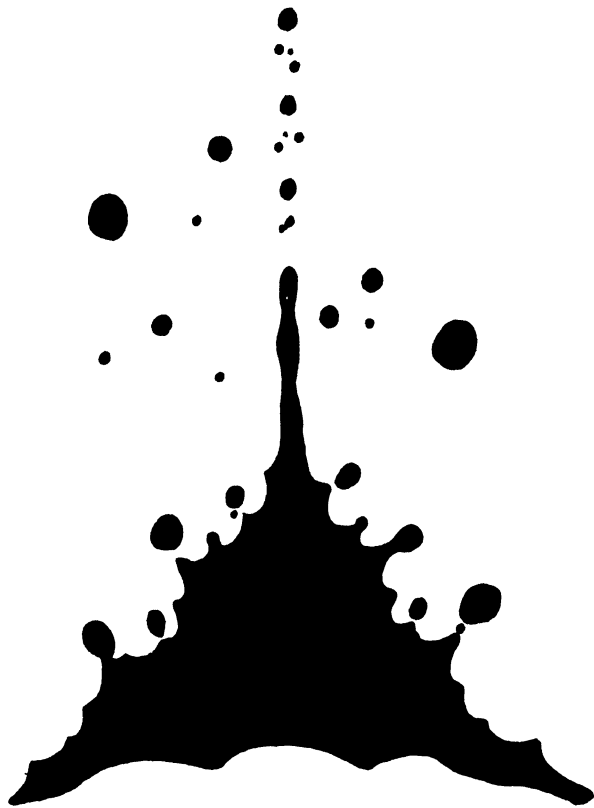
$$\bar{R}_k = \frac{3 \cdot 10^3}{n^{2/3}} \text{ \AA},$$

если $I = 120$ мкА ($f = 2.4$ МГц), то

$$\bar{R}_k = \frac{8 \cdot 10^3}{n^{2/3}} \text{ \AA}.$$

Поскольку при увеличении тока возрастает δE и уменьшается частота НЧ колебаний (рис. 5), то спектр крупных капель с ростом I должен становиться более богатым (возрастают возможные значения n). Этот вывод качественно соответствует опытным данным (рис. 7). Поскольку при НЧ эффекте Фарадея длина волны капиллярных волн соизмерима с размерами конуса Тейлора, то интенсивность эмиссии крупных капель

Рис. 9. Сценарий микрокапельного хаоса при развитии неустойчивостей Рэлея и Фарадея.



значительно меньше ($\sim 10^7 - 10^8 \text{ с}^{-1}$) нежели мелких в предположении, что за период НЧ колебаний срывается несколько крупных капель.

В случае эффекта Фарадея критерий (33) выполняется не во всей полосе частот, указанной выше (25). Учитывая (27), можно показать, что условие (33) соблюдается, если $f < 3 \cdot 10^9, 6 \cdot 10^8$ Гц соответственно, при токах 40 и 120 мкА. С учетом (25) в интервале частот возбуждения эффекта Фарадея следует ожидать появления капель с размерами $370 > R_k > 80 \text{ \AA}$ ($I = 40 \text{ мкА}$, $3 \cdot 10^8 < f < 3 \cdot 10^9$ Гц) и $480 > R_k > 240 \text{ \AA}$ ($I = 120 \text{ мкА}$, $2 \cdot 10^8 < f < 6 \cdot 10^8$ Гц). Поэтому можно утверждать, что ВЧ эффект Фарадея способствует возникновению микрокапельного хаоса.

Подчеркнем, что рассмотренные эффекты Фарадея внутренне присущи ЖМИ при развитии неустойчивости Рэлея и не связаны с внешним периодическим воздействием. На рис. 9 представлен образно грубый сценарий микрокапельного хаоса при рэлеевском распаде струи и эффектах Фарадея.

В заключение отметим, что полученные результаты представляют и прикладной интерес для напыления различных покрытий с использованием микрокапель разных металлов. Представляет интерес разработка таких источников на основе ВТСП керамик для получения микрокапель очень малых размеров.

Покажем, что при спаде поля на вершине струи до значения $E_c = E_k$ (9) возможно прекращение подтока жидкости в конус Тейлора и струя погибнет. В этом случае капли, находящиеся в ДП, настолько ослабляют электрическое поле на поверхности конуса Тейлора, что на сравнительно большой площади конуса электростатическое давление становится меньше капиллярного.

Рассмотрим конус Тейлора со скругленной вершиной (радиус скругления r_0). Электрическое поле на вершине такого конуса определяется выражением [30]

$$E_0 = V/(R_0 r_0)^{1/2}. \quad (\text{П1})$$

Поток жидкости отличен от нуля, если

$$E_0^2/(8\pi) > 2\sigma/r_0 \quad (\text{П2})$$

или $V^2 > V_x^2 = 16\pi\sigma R_0$, учитывая (П1).

Выражение (П1) можно привести к виду

$$E_0 = \frac{V}{V_x} E_k \sqrt{\frac{a}{r_0}}. \quad (\text{П3})$$

Как видно из рис. 2 (ВАХ), при сравнительно небольшом уменьшении напряжения ΔV по сравнению с приложенным ток падает до нуля. Полагая $V = V_x + \Delta V$, находим, что для полного срыва подтока жидкости необходимо, чтобы капли уменьшили поле E_0 на величину

$$\Delta E_0 = \frac{\Delta V}{V_x} E_k \sqrt{\frac{a}{r_0}}. \quad (\text{П4})$$

Рассчитаем уменьшение поля на вершине конуса, обусловленное каплями рэлеевской стадии распада струи. Предполагается, что крупные капли и сателлиты находятся на расстояниях $n\bar{d} + \bar{h}$ и $(n - \frac{1}{2})\bar{d} + \bar{h}$ от вершины скругленного конуса, где $n = 1, 2, 3, \dots, N$, $\bar{h} = h_c + r_0(1/\sin\alpha - 1)$. Используя результаты раздела 3, можно показать, что

$$\Delta E_0 = 2 \frac{E_k a^2}{r_0 \bar{d}} \ln \frac{N \bar{d}}{\bar{h}}. \quad (\text{П5})$$

Приравнивая (П4) и (П5), получаем уравнение для определения r_0

$$\frac{\Delta V}{V_x} = 2 \sqrt{\frac{a}{r_0}} \frac{a}{\bar{d}} \ln \frac{N \bar{d}}{\bar{h}}. \quad (\text{П6})$$

Используя данные таблицы и опытные значения ΔV , V_x (рис. 2), находим, что равенство (П6) выполняется при токах 40 ($\Delta V \approx 0.4$ кВ, $V_x = 6.4$ кВ) и 120 мкА ($\Delta V = 0.5$ кВ), если $r_0/a \approx 200-300$. Таким образом, микрокапельная фракция обеспечивает соответствующий спад поля (П4) на обширной части конуса Тейлора ($r_0 \gg h_c$) и можно утверждать, что при $E_c = E_k$ происходит полный распад струи.

- [1] *Clampitt R.* // Nucl. Instr. and Meth. 1981. Vol. 189. P. 111. Melngailis J. J. Vac. Sci. Techn. 1987. Vol. B5. P. 469.
- [2] *Mair C.L.R., von Engel J.* // J. Appl. Phys. 1979. Vol. 50. P. 5592.
- [3] *Tompson S.P.* // Proc. 29th Int. Field Emission Symp. Goteborg, 1982. P. 349.
- [4] *Benassayag G., Sudraud P., Jouffrey B.* // Ultramicroscopy. 1985. Vol. 16. P. 1.
- [5] *D'Cruz C., Pourrezaei K., Wagner A.* // J. Appl. Phys. 1985. Vol. 58. P. 2724.
- [6] *Barr D.L., Brown W.L.* // J. Vac. Sci. Techn. 1989. Vol. B7. P. 1806.
- [7] *Taylor G.I.* // Proc. Roy. Soc. (London). 1964. Vol. A280. P. 383.
- [8] *Gomer R.* // Appl. Phys. 1979. Vol. 19. P. 365.
- [9] *Gaubi H., Sudraud P., Tencé M., Van de Walle J.* // Proc. 29th Int. Field Emission Symp. Goteborg, 1982. P. 357.
- [10] *Kingham D.R., Swanson L.W.* // Appl. Phys. 1984. Vol. A34. P. 123.
- [11] *Владимиров В.В., Горшков В.Н.* // ЖТФ. 1987. Т. 57. Вып. С. 2155.
- [12] *Lord Rayleigh* // Proc. London Math. Soc. 1878. Vol. 10. P. 4.
- [13] *Hornsey R., Ishitani T.* // Jap. J. Appl. Phys. 1990. Vol. 29. P. 2116.
- [14] *Vladimirov V.V., Badan V.E., Gorshkov V.N. et al.* // J. Vac. Sci. Techn. 1991. Vol. B9. P. 2582.
- [15] *Vladimirov V.V., Badan V.E., Gorshkov V.N.* // Surf. Sci. 1992. Vol. 266. P. 185.
- [16] *Faraday M.* // Philos. Trans. R. Soc. London. 1831. Vol. 121. P. 299.
- [17] *Lord Rayleigh* // Proc. R. Soc. London. 1879. Vol. 29. P. 71.
- [18] *Donnelly R.S., Glaberson W.* // Proc. R. Soc. London. 1966. Vol. A290. P. 574.
- [19] *Wagner A.* // Appl. Phys. Lett. 1982. Vol. 40. P. 440.
- [20] *Бадан В.Е., Гасанов И.С.* // Письма в ЖТФ. 1989. Т. 15. С. 49.
- [21] *Sujatha N., Cutler P.H., Kazes E., Rogers J.P.* // Appl. Phys. 1983. Vol. A32. P. 55.
- [22] *Hornsey R.I.* // J. de Phys. 1989. Vol. 50. P. C8-197.
- [23] *Basset A.B.* // Am. J. Math. 1894. Vol. 16. P. 93.
- [24] *Назин С.С., Изотов А.Н., Шикин В.Б.* // ДАН СССР. 1985. Т. 283. С. 121.
- [25] *Владимиров В.В., Горшков В.Н.* // ЖТФ. 1990. Т. 60. Вып. 1. С. 197.
- [26] *Lord Rayleigh* // Phil. Mag. 1882. Vol. 14. P. 184.
- [27] *Экнадиосянц О.К.* // Физические основы ультразвуковой технологии / Под ред. Л.Д.Розенберга. М.: Наука, 1970. С. 688.
- [28] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Механика. М., 1958. 206 с.
- [29] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. М.: Наука, 1988. 733 с.
- [30] *Swatik D.S.* Charged Particle Res. Lab. Rep. N CPRL-3-69. Univ. of Illinois (Urbana), 1969.

Институт физики
Киев

Поступило в Редакцию
16 июля 1992 г.
В окончательной редакции
12 марта 1993 г.