

01;07

©1993 г.

## К ВОПРОСУ О РАСПРОСТРАНЕНИИ ИМПУЛЬСА ИЗЛУЧЕНИЯ В ГАЗОВЫХ СРЕДАХ С НЕСТАЦИОНАРНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

*В.А.Левин, А.М.Старик, О.В.Таранов*

Анализируется влияние нестационарного изменения диэлектрической проницаемости среды на характер изменения интенсивности излучения вдоль трассы. Для ряда конкретных случаев рассмотрен механизм этого влияния. Показано, что это влияние может быть весьма существенно и оно увеличивается с ростом интенсивности воздействующего излучения.

С появлением лазеров, способных давать большие интенсивности излучения, новые возможности получили химия и технология, термоядерный синтез, локация, атмосферные и аэрофизические исследования. Общим для всех этих разделов науки является необходимость исследования распространения излучения в средах с нелинейной восприимчивостью. Теоретический анализ процессов в этом случае строится обычно на совместном решении уравнений Максвелла в том или ином приближении (дифракционное, геометрической оптики, переноса излучения) и уравнений, описывающих изменение состояния среды [1-4]. Особый интерес представляет класс задач, связанных с распространением импульса излучения, когда существенное влияние на характер самовоздействия оказывает нестационарное изменение диэлектрической проницаемости  $\epsilon$ . Как было показано в [5], при определенных значениях интенсивности воздействующего излучения это изменение может приводить к нарушению известного закона Ламберта-Берра. Однако в [5] рассматривался лишь один частный случай нестационарной нелинейности, обусловленный тепловым механизмом изменения  $\epsilon$  при поглощении излучения на колебательно-вращательных переходах молекул газовой среды. Общий же анализ с учетом других механизмов нелинейности  $\epsilon$  не проводился. Целью данной работы является дальнейшее изучение влияния нестационарного изменения диэлектрической проницаемости среды как в поглощающих, так и не поглощающих излучение газах на особенности распространения мощного импульса излучения в режиме самовоздействия.

Будем рассматривать немагнитные среды без свободных зарядов. Распространение электромагнитных волн в такой среде описывается си-

стеймой уравнений Максвелла [6]

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, & \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0, & \operatorname{div} \mathbf{D} &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

и материальным уравнением, определяющим связь векторов электрической индукции  $\mathbf{D}$  и напряженности электрического поля  $\mathbf{E}$  ( $\mathbf{H}$  — вектор напряженности,  $\mathbf{B}$  — индукция магнитного поля,  $c$  — скорость света в вакууме). Эту связь для рассматриваемых в работе случаев можно представить в виде

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}, \quad \varepsilon = \varepsilon(\langle E \rangle^2), \quad (2)$$

где  $\langle E \rangle$  — осредненное по периоду значение  $E$ .

Из (1), (2) нетрудно получить уравнение для  $\mathbf{E}$

$$\Delta \mathbf{E} + \nabla [\mathbf{E} \nabla (\ln \varepsilon)] - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\varepsilon \mathbf{E}) = 0. \quad (3)$$

Интегрирование (3) даже при линейной форме отклика среды представляет значительные трудности. Поэтому используют некоторые упрощающие предположения. Пусть линейно поляризованный монохроматический пучок распространяется вдоль оси  $Oz$ . Представим  $\mathbf{E}$  в виде квазиплоской волны [7]

$$\mathbf{E} = \frac{l}{2} \{A(z, r, t) \exp(ik_0 z - i\omega t) + K.G.\}, \quad (4)$$

где  $l$  — вектор поляризации;  $k_0 = (\omega/c) \operatorname{Re} \sqrt{\varepsilon_0}$ ;  $\omega$  — круговая частота;  $A(z, r, t)$  — комплексная амплитуда (здесь и далее индекс нуль относится к невозмущенной среде).

Введем, следуя [7], характерные масштабы изменения  $A(z, r, t)$  в направлении оси  $Oz$  —  $\Lambda_{\parallel}$ , в перпендикулярном ей направлении —  $\Lambda_{\perp}$  и во времени —  $\tau_A$ . Будем рассматривать случай, когда  $\lambda \ll \Lambda_{\perp} \ll \Lambda_{\parallel}$  и  $\Lambda_{\perp} T / \lambda \ll \tau_A$ , где  $\lambda$  — длина волны,  $T$  — ее период. Подставляя (4) в (3) и рассматривая проекцию получившегося векторного равенства на плоскость, перпендикулярную  $Oz$ , после отбрасывания членов с порядком малости выше первого по  $\tau_A$  и  $\Lambda_{\parallel}$  и выше второго по  $\Lambda_{\perp}$  получим следующее уравнение для  $A(z, r, t)$ :

$$2ik_0 \frac{\partial A}{\partial z} + \Delta_{\perp} A + \left( \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon - k_0^2 \right) A + \frac{2i\omega}{c^2} \left( \varepsilon \frac{\partial A}{\partial t} + A \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \right) = \nabla_{\perp} (A \nabla_{\perp} \ln \varepsilon). \quad (5)$$

Здесь  $\Delta_{\perp}$  — оператор Лапласа,  $\nabla_{\perp}$  — оператор Гамильтона, действующие в плоскости, перпендикулярной  $Oz$ . Решение уравнения (5) (приближение квазиоптики) возможно в общем случае только с использованием численных методов. Поэтому часто прибегают к его упрощению. Вводя эйконал  $S$  комплексной амплитуды  $A = A_0 \exp(iS)$  и учитывая, что

$\varepsilon = (n + ick_\nu/2\omega)^2$  ( $k_\nu$  — коэффициент поглощения,  $n$  — показатель преломления, а  $\delta n \ll n_0$  ( $\delta n = n - n_0 = f(A_0^2)$ ) и  $k_\nu^2 c^2 \ll 4\omega^2 n^2$ , из (5) нетрудно получить

$$\frac{\partial I}{\partial z} + \frac{n_0}{c} \frac{\partial I}{\partial t} + \frac{4I}{n_0 c} \left( n_0 \frac{\partial n}{\partial t} - \frac{k_\nu c^2}{4\omega^2} \frac{\partial k_\nu}{\partial t} \right) + \frac{c}{\omega n_0} \operatorname{div}(I \nabla_\perp S) + k_\nu I \left( 1 - \frac{2}{\omega} \frac{\partial S}{\partial t} \right) = 0, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial z} + \frac{n_0}{c} \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{c}{2\omega n_0} (\nabla_\perp S)^2 + \frac{1}{\omega n_0} \left( n_0 \frac{\partial k_\nu}{\partial t} + k_\nu \frac{\partial n}{\partial t} \right) = \\ = \frac{c \Delta_\perp \sqrt{I}}{2\omega n \sqrt{I}} - \frac{c k_\nu^2}{8\omega n_0} - \frac{2k_\nu}{\omega \sqrt{I}} \frac{\partial \sqrt{I}}{\partial t} + \frac{\omega}{c} \delta n. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь введена интенсивность световой волны  $I = cnA_0^2/8\pi$ . Отметим, что в стационарном случае (6) и (7) переходят (с точностью до обозначений) в известные уравнения нелинейной оптики в среде с поглощением [8,9]. Переходя к приближению геометрической оптики и вводя фазовую скорость  $v = c/n_0$ , с учетом того, что  $\partial S/\partial t \ll \omega/2$ , из (6) и (7) имеем

$$\begin{aligned} \frac{\partial I}{\partial z} + \frac{1}{v} \frac{\partial I}{\partial t} + \frac{4I}{n_0 c} \left( n_0 \frac{\partial n}{\partial t} - \frac{k_\nu c^2}{4\omega^2} \frac{\partial k_\nu}{\partial t} \right) + \\ + \frac{c}{\omega n_0} \operatorname{div}(I \nabla_\perp S) + k_\nu I = 0, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial z} + \frac{1}{v} \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{c}{\omega n_0} (\nabla_\perp S)^2 + \frac{1}{\omega n_0} \left( n_0 \frac{\partial k_\nu}{\partial t} + k_\nu \frac{\partial n}{\partial t} \right) = \\ = \frac{\omega}{c} \delta n - \frac{2k_\nu}{\omega \sqrt{I}} \frac{\partial \sqrt{I}}{\partial t}. \end{aligned} \quad (9)$$

Если рассматривать перенос излучения вдоль направления распространения элементарного луча  $\zeta$  ( $\zeta$  ортогонален вектору  $\mathbf{U} = \nabla_\perp S$ ) и ввести время, связанное с движением фронта волны  $t' = t - \zeta/v$ , то (8) примет вид

$$\frac{\partial I}{\partial \zeta} = -k_\nu I - \frac{4I}{n_0 c} \left( n_0 \frac{\partial n}{\partial t} - \frac{k_\nu c^2}{4\omega^2} \frac{\partial k_\nu}{\partial t} \right). \quad (10)$$

Последний член в (10) как раз и характеризует изменение  $\varepsilon$  во времени. Если положить его равным нулю, то (10) переходит в обычное уравнение переноса излучения

$$\frac{\partial I}{\partial \zeta} = -k_\nu I. \quad (11)$$

Решение (11) есть известный закон Ламберта–Берра.

Проведем сначала качественный анализ особенностей изменения интенсивности вдоль направления элементарного луча при учете изменения

мнимой и действительной частей  $\varepsilon$  во времени. Представим решение (10) в виде (штрихи далее опускаем)

$$I = I_0 \exp \left[ - \int_0^{\zeta_0} \Psi(t) d\zeta I \right],$$

$$\Psi(t) = k_\nu \left( 1 - \frac{c}{\omega^2 n_0} \frac{\partial k_\nu}{\partial t} \right) + \frac{4}{c} \frac{\partial n}{\partial t}, \quad I_0 = I(t=0). \quad (12)$$

Решение (11) имеет вид (далее будем обозначать его индексом  $L$ )

$$I_L = I_0 \exp \left( - \int_0^{\zeta_0} k_\nu d\zeta \right). \quad (13)$$

Отметим, что  $n = n(\zeta, t)$  и  $k_\nu = k_\nu(\zeta, t)$ . Сравнивая (12), (13), получаем

$$I = I_L \exp \left[ - \int_0^{\zeta_0} \frac{4}{c} \left( \frac{\partial n}{\partial t} - \frac{k_\nu c^2}{4\omega^2 n_0} \frac{\partial k_\nu}{\partial t} \right) d\zeta \right]. \quad (14)$$

Пусть  $k_\nu = 0$ , а изменение  $n$  происходит, например, вследствие стрикции. Тогда при  $\partial n / \partial t < 0$   $I > I_L$ , а при  $\partial n / \partial t > 0$   $I < I_L$ .

Пусть теперь

$$\frac{4}{c} \frac{\partial n}{\partial t} \ll \frac{k_\nu c}{\omega^2 n_0} \frac{\partial k_\nu}{\partial t}.$$

В поглощающей среде  $k_\nu > 0$ , а  $\partial k_\nu / \partial t < 0$ , поэтому  $I < I_L$ , т.е. происходит дополнительное по сравнению с законом Ламберта-Берра ослабление излучения. Для усиливающей среды  $k_\nu < 0$ ,  $\partial k_\nu / \partial t > 0$  и опять  $I < I_L$ . В общем случае соотношение между  $I$  и  $I_L$  определяется величиной подынтегрального выражения в (14).

Рассмотрим на конкретных примерах, при каких условиях и к каким погрешностям может привести пренебрежение изменением мнимой и действительной частей  $\varepsilon$  во времени. Будем рассматривать импульсы, длительность которых  $\tau_n$  удовлетворяет условию  $\tau, \tau_T \ll \tau_n \ll \tau_\lambda, \tau_D, \tau_k$ , где  $\tau$  — время релаксации поляризации;  $\tau_T$  — время поступательной релаксации;  $\tau_\lambda, \tau_D, \tau_k$  — времена теплопроводности, диффузии и конвекции. Анализ проведем для трех случаев, характерных при взаимодействии ИК излучения с газовой средой: излучение не поглощается газом ( $k_\nu = 0$ ), излучение поглощается на чисто вращательном переходе основного колебательного состояния молекулы и излучение поглощается на колебательно-вращательном переходе основного электронного состояния, при этом время индуцированных переходов  $\tau_I$  существенно больше времени вращательно-поступательного  $\tau_R$  и внутримодового колебательно-колебательного обмена. Для всех случаев  $I \ll I_n$ ,  $I_n$  — интенсивность, при которой возникает пробой среды.

Изменение  $n$  и  $k_\nu$  при взаимодействии ИК излучения с газовой средой определяется при данных допущениях соотношениями [10]

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial n_\rho}{\partial t} + \frac{\partial n_\nu}{\partial t} + \frac{\partial n_R}{\partial t}, \quad \frac{\partial k_\nu}{\partial t} = \sigma_{mn} H(x, a) \frac{\partial S_{mn}}{\partial t}, \quad (15)$$

$$\frac{\partial n_\rho}{\partial t} = (n_0 - 1) \frac{\partial \rho'}{\partial t}, \quad \frac{\partial n_R}{\partial t} = \frac{\sigma_{mn} n_0 c}{2\pi^2 b_D} J(x, a) \frac{\partial S_{mn}}{\partial t}, \quad (16)$$

$$\frac{\partial n_\nu}{\partial t} = 2\pi N_0 \sum_i \sum_j \frac{g_j}{h\nu_j a_j^2} (K_j + 3L_j + 2L_j \varepsilon_j) \frac{\partial \varepsilon_j}{\partial t} \gamma_i, \quad (17)$$

$$\sigma_{mn} = \frac{\lambda_{mn}}{4\pi b_D} \sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} A_{mn}, \quad S_{mn} = \frac{g_n}{g_m} N_m - N_n,$$

$$H(x, a) = \frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-y^2) dy}{(x-y)^2 + a^2}, \quad J(x, a) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x-y) \exp(-y^2) dy}{(x-y)^2 + a^2},$$

$$a = \frac{b_c}{b_D} \sqrt{\ln 2}, \quad x = \frac{\nu_{mn} - \nu_I}{b_D} \sqrt{\ln 2}, \quad \rho' = \frac{\delta \rho}{\rho_0},$$

$$\delta \rho = \rho - \rho_0, \quad \varepsilon_j = g_j \left[ \exp\left(\frac{h\nu_j}{kT_j}\right) - 1 \right]^{-1}, \quad a_j = 2\pi \sqrt{\frac{m_j \nu_j}{h}}, \quad (18)$$

где  $\rho$  — плотность газа;  $b_c$  и  $b_D$  — столкновительная и доплеровская ширина спектральной линии поглощения на полувысоте;  $\nu_{mn}$  — частота, соответствующая центру линии перехода  $m \rightarrow n$ ;  $A_{mn}$  — коэффициент Эйнштейна для этого перехода;  $\lambda_{mn} = c/\nu_{mn}$ ;  $\nu_I = \omega/2\pi$ ;  $g_q$  ( $q = m, n$ ) — кратность вырождения состояния  $q$ ;  $N_q$  — плотность молекул в этом состоянии;  $N_0$  — полное число частиц в единице объема;  $\nu_j$  — нормальная частота  $j$ -го колебания;  $g_j$  — его кратность вырождения;  $m_j$  — приведенная масса  $j$ -го осциллятора;  $T_j$  — его колебательная температура;  $K_j$ ,  $L_j$  — некоторые коэффициенты;  $\gamma_i$  — молярная доля  $i$ -го компонента в смеси;  $h$  — постоянная Планка;  $k$  — постоянная Больцмана.

Будем рассматривать случаи с осевой симметрией, когда изменение плотности вследствие тепловыделения из внутренних степеней свободы молекул или действия стрикции удовлетворяет условию  $\delta \rho \ll \rho_0$  и, кроме того,  $R_a \ll k_\nu^{-1}$  ( $R_a$  — характерный радиус пучка). При этом для определения  $\rho'$  в большинстве практически интересных случаев можно использовать уравнение [11]

$$\kappa \left[ \frac{\partial^2}{\partial t_a^2} - \left( \frac{\tau_n}{\tau_a} \right)^2 \Delta'_\perp \right] \rho' = \left( \frac{\tau_n}{\tau_a} \right)^2 \Delta_\perp \left[ \frac{\tau_n Q_\nu}{\rho_0 T_0 C_\nu} - \frac{n_0^2 - 1}{2cn_0 p_0} \right],$$

$$\Delta'_\perp = \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial r'} \left( r' \frac{\partial}{\partial r'} \right), \quad \tau_a = \frac{R_a}{a_0}, \quad a_0 = \sqrt{\kappa \frac{p_0}{\rho_0}},$$

$$\kappa = 1 + \frac{R}{\mu C_\nu}, \quad Q_\nu = k_\nu I - \frac{dl_{in}}{dt}, \quad l_{in} = l_\nu + l_\tau,$$

$$t_n = t/\tau_n, \quad r' = \frac{r}{R_a}. \quad (19)$$

Здесь  $p$  — давление,  $T$  — температура среды,  $R$  — универсальная газовая постоянная,  $\mu$  — молекулярная масса смеси,  $C_\nu$  — удельная теплоемкость

газа при постоянном объеме,  $l_v$  и  $l_r$  — колебательная и вращательная энергии молекул смеси в единице объема.

Рассмотрим сначала два предельных для (19) случая. Пусть  $\tau_n \ll \tau_a$  ( $R_a \gg \tau_n a_0$  — “бесконечно” широкие пучки). При этом  $\rho' = 0$  и  $\partial \rho' / \partial t = 0$ , изменение показателя преломления происходит только вследствие изменения  $n_R$  и  $n_v$ . Если  $\tau_n \gg \tau_a$  ( $R_a \ll \tau_n a_0$  — “бесконечно” узкие пучки), то

$$\rho' = \frac{n_0 - 1}{\kappa \rho_0} I - \frac{\tau_n Q_v}{\rho_0 T_0 \kappa C_v}. \quad (20)$$

Производная  $\partial \rho' / \partial t$  определяется скоростью изменения  $I(t)$  и  $Q_v(t)$ .

Для пучков конечного размера ( $R_a \sim \tau_n a_0$ ) решение (19) можно найти, используя преобразование Ханкеля,

$$\rho' = \frac{n_0 - 1}{\kappa \rho_0} \left[ I(r, t) - \int_0^\infty \lambda J(\lambda, t) \cos(\lambda a_0 t) J_0(\lambda r) d\lambda \right] - \frac{1}{\rho_0 \kappa C_v T_0} \left[ Q_v(r, t) + \int_0^\infty \lambda Q_v(\lambda, t) \cos(\lambda a_0 t) J_0(\lambda r) d\lambda \right]. \quad (21)$$

Здесь  $\Psi(\lambda, t) = \int_0^\infty r \Psi(r, t) J_0(\lambda r) dr$ ;  $\Psi = J, Q_v$ ;  $J_0(\lambda r)$  — функция Бесселя первого рода нулевого порядка;  $\Psi(\lambda, t)$  — фурье-трансформанта преобразования Ханкеля функции  $\Psi(r, t)$ . Конкретный анализ проведем для пучков с гауссовым распределением интенсивности по радиусу  $I = I_0 \varphi(t) f(r)$ ,  $f(r) = \exp(-r^2/R_a^2)$ ,  $\varphi(t)$  определяет форму импульса во времени.

1. Положим  $k_v = 0$  (свет распространяется в среде без поглощения). Изменение состояния первоначально покоящегося равновесного газа происходит только вследствие действия на газ стрикционной силы. Здесь  $Q_v = 0$ ,  $\partial S_{mn} / \partial t = 0$  и  $\partial \varepsilon_j / \partial t = 0$ .

Для “бесконечно” широких пучков  $\partial n / \partial t = 0$  и  $I = I_L \equiv I_0$ .

Для “бесконечно” узких пучков

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{(n_0 - 1)^2}{\kappa \rho_0} \frac{\partial I}{\partial t}. \quad (22)$$

Учитывая (22), из (12) при  $r = 0$  получаем

$$I = I_0 \exp \left[ -\frac{4(n_0 - 1)^2 I_0 \zeta_0}{c^2 \kappa \rho_0} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right]. \quad (23)$$

При нарастании импульса  $\varphi(t) = 1 - \exp(-\tau_n t_n / \tau_f)$ , а при затухании  $\varphi(t) = \{1 - \exp[-(t_n - 1)\tau_n / \tau_f]\} e / (e - 1)$ , где  $\tau_f$  — характерное время изменения  $I(t)$  (для лазеров  $\tau_f = 10^{-9}$  с). Интенсивность излучения в этих случаях в соответствии с (21) равна

$$I(t) = I_0 \exp \left[ -4p_I \frac{\tau_n}{\tau_f} \exp \left( -\frac{\tau_n t_n}{\tau_f} \right) \right], \quad (24)$$

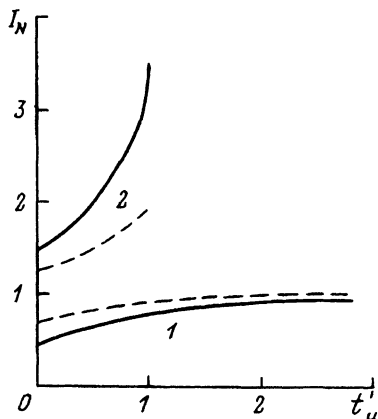


Рис. 1.

$$I(t) = I_0 \exp \left\{ 4p_I \frac{\tau_n}{\tau_f} \frac{e}{e-1} \exp \left[ \frac{\tau_n}{\tau_f} (t_n - 1) \right] \right\},$$

$$p_I = \frac{(n_0 - 1)^2 I_0 \zeta_0}{\kappa c^2 p_0 \tau_n}. \quad (25)$$

Из (24), (25) следует, что при  $p_I \ll p_{гр}$   $I(t) = I_L \equiv I_0$ . В случае нарастания импульса  $p_{гр} = 0.25\tau_f/\tau_n$ , а в случае затухания  $p_{гр} = 0.25(e-1)\tau_f/e\tau_n$ . При  $\tau_n = 10^{-5}$  с и  $\zeta_0 = 100$  км значения  $I_0$ , соответствующие  $p_{гр}$ , равны 46 (при нарастании) и 29 ГВт/см<sup>2</sup> (при затухании).

На рис. 1 показано изменение  $I_N = I/I_L$ ,  $I_L = I_0$  во времени  $t'_u$  при  $p_I = 0.1\tau_f/\tau_n$  и  $0.2\tau_f/\tau_n$  (штриховые и сплошные линии) для нарастающего ( $t'_u = t'/\tau_f$ ) и затухающего ( $t'_u = (t' - \tau_n)/\tau_f$ ) импульса (кривые 1, 2 соответственно). Видно, что как при нарастании, так и при затухании импульса отличие  $I$  от  $I_L$  может быть весьма значительно. Для пучков конечного размера с учетом того, что

$$J(\lambda, t) = \frac{R_a^2}{2} I_0 \varphi(t) \exp \left( -\frac{\lambda^2 R_a^2}{4} \right),$$

из (12), (21) получаем

$$I_N = \exp \left\{ 4p_I \tau_n \left[ \frac{\partial \varphi}{\partial t} \exp \left( -\frac{r^2}{R_a^2} \right) - \frac{R_a^2}{2} \int_0^\infty \lambda J_0(\lambda r) \times \right. \right.$$

$$\left. \times \exp \left( -\frac{\lambda^2 R_a^2}{4} \right) \left[ \frac{\partial \varphi}{\partial t} \cos(\lambda a_0 t) + a_0 \lambda \varphi(t) \sin(\lambda a_0 t) \right] d\lambda \right\}. \quad (26)$$

При  $r = 0$  и  $t > \tau_a$  из (26) имеем

$$I_N = \exp \left\{ 4p_I \tau_n \left[ \frac{\partial \varphi}{\partial t} \left( 1 + \frac{\tau_a^2}{2t^2} \right) - \frac{\tau_a^2}{t^3} \varphi(t) \right] \right\}. \quad (27)$$

Если  $t \gg \tau_a$ , то (27) переходит в (23).

2. Пусть теперь  $k_\nu \neq 0$ , а поглощение излучения происходит на чисто вращательном переходе  $m([j']) \rightarrow n([j''])$ . В этом случае  $\partial n_\nu / \partial t = 0$ ,  $Q_\nu = k_\nu I - de_r / dt$ . Здесь и далее  $\varphi(t) = 1$ ,  $0 \leq t \leq \tau_u$  и  $\varphi(t) = 0$  при  $t > \tau_u$ . Изменение  $n$  происходит вследствие изменения  $\rho'$  и  $S_{mn}$  при насыщении поглощающего перехода. Для определения динамики изменения  $N_m$  и  $N_n$ , а следовательно, и  $S_{mn}$  воспользуемся двухуровневой моделью релаксации. В рамках этой модели зависимости  $N_m(t)$  и  $N_n(t)$  определяются соотношениями [11]

$$N_m = \frac{B}{A} + \left( N_m^0 - \frac{B}{A} \right) \exp(-At_R), \quad (28)$$

$$N_n = N_n^0 + \left( N_m^0 - \frac{B}{A} \right) [1 - \exp(-At_R)],$$

$$A = G_{mn} \frac{\tau_R}{\tau_I} + 1 + \frac{g_n}{g_m} \exp\left(-\frac{\Delta E_j}{kT}\right),$$

$$B = (N_m^0 + N_n^0) \left( 1 + \frac{\tau_R}{\tau_I} \right), \quad \tau_I^{-1} = \frac{\sigma_{mn} H(x, a) I}{h\nu_I}, \quad G = 1 + \frac{g_n}{g_m}. \quad (29)$$

Здесь  $N_a^0 = N_a(t=0)$ ,  $t_R = t/\tau_R$ ,  $\tau_R$  — время вращательно-поступательной релаксации,  $\Delta E_j = E_{j''} - E_{j'}$ ,  $E_j$  — вращательная энергия молекулы в состоянии  $[j]$  ( $[j]$  определяет набор вращательных квантовых чисел). Уравнения (14)–(19) совместно с (28), (29) составляют замкнутую систему, позволяющую определить  $I_N(t)$ .

Рассмотрим сначала случай, когда  $R_a \gg \tau_u a_0$ . Изменение  $n$  и  $k_\nu$  во времени определяется здесь только изменением  $S_{mn}$ . Решение для  $I_N(t)$  будем искать методом последовательных приближений, полагая в качестве нулевого приближения  $I^{(0)}(t) = I_0$ . Как показывает анализ, уже первое приближение для  $I_N$  дает достаточную точность

$$I_N^{(1)}(t_R) = \exp\left\{ \frac{G_{mn} k_\nu^0 \zeta_0}{\pi^2 H(x, a) \tau_R \tau_I} \left[ \frac{2J(x, a)}{\nu_{mn}} - \frac{ck_\nu^0 H(x, a)}{4\nu_I^2} \right] \times \right. \\ \left. \times \left[ 1 - \frac{G_{mn} \tau_R}{A \tau_I} (1 - \exp(-At_R)) \right] \right\} \exp(-At_R). \quad (30)$$

Из (30) видно, что  $I_N$  существенно зависит от параметра  $\tau_R/\tau_I$ , который определяет скорость изменения  $n$  и  $k_\nu$  при поглощении излучения, и параметра  $k_\nu^0 \zeta_0$ , определяющего соотношение между длиной поглощения и длиной трассы. При  $At_R \ll 1$  (или  $t_R \rightarrow 0$ ) из (30) имеем

$$I_N^{(1)} = \exp\left\{ \frac{G_{mn} \sigma_{mn} I_0}{\pi^2 h\nu_I} k_\nu^0 \zeta_0 \left[ \frac{2J(x, a)}{\nu_{mn}} - \frac{ck_\nu^0}{4\nu_I^2} H(x, a) \right] \right\}. \quad (31)$$

Из (31) сразу следует условие на значения  $I_0$ , при которых  $I_N = 1$  ( $I = I_L$ ,  $I_L \neq I_0$  и членами  $\partial n / \partial t$  и  $\partial k_\nu / \partial t$  в (14) можно пренебрегать)

$$I_0 \ll I_0^F = \min(D_R, D_k),$$



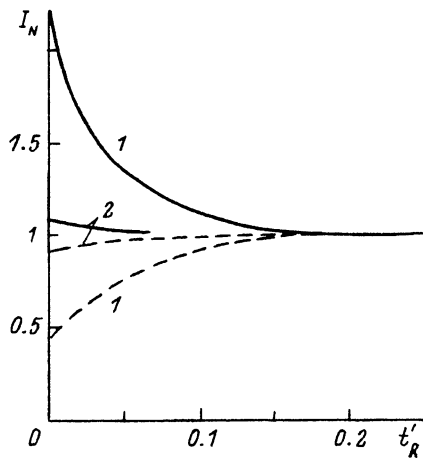


Рис. 2.

$$D_R = \frac{h\nu_I \nu_{mn} \pi^2}{2G_{mn} \sigma_{mn} J(x, a) k_\nu^0 \zeta_0}, \quad D_k = \frac{4\pi^2 h \nu_I^3}{\sigma_{mn} k_\nu^0 G_{mn} H(x, a) c k_\nu^0 \zeta_0}.$$

Если  $D_k \gg D_R$ , то членом с  $\partial k_\nu / \partial t$  в (14) можно пренебрегать при любых  $t_R$ . Если же  $D_R \gg D_k$ , то при  $t_R \leq A^{-1}$  можно пренебрегать членом с  $\partial n / \partial t$ , а при  $t_R > A^{-1}$  и членом с  $\partial k_\nu / \partial t$ . С учетом того, что  $\nu_I = \nu_{mn} + \Delta\nu$  ( $\Delta\nu$  — расстройка,  $\nu_{mn} = (E_{j''} - E_{j'})/h$  и  $\Delta\nu \ll \nu_{mn}$ ),

$$\frac{D_R}{D_k} = \frac{k_\nu^0 \nu_I c J(x, a)}{8H(x, a)}.$$

При  $D_R \ll D_k$ , что имеет место, например, при поглощении излучения  $\text{CO}_2$  лазера на вращательных переходах молекулы  $\text{H}_2\text{O}$ , соотношение между  $I$  и  $I_L$  определяется знаком и величиной  $\Delta\nu$ . При  $\Delta\nu > 0$   $I < I_L$ , а при  $\Delta\nu < 0$   $I > I_L$ . При  $\Delta\nu = 0$   $J(x, a) = 0$  и  $I = I_L$ .

На рис. 2 представлены зависимости  $I_N^{(1)}(t_R)$  при  $r = 0$ , полученные при расчете взаимодействия излучения  $\text{CO}_2$  лазера с  $\nu_I = 929.017$  и  $947.742 \text{ см}^{-1}$  с переходами  $13_{6,7} \rightarrow 14_{9,8}$  ( $\Delta\nu = 0.0314 \text{ см}^{-1}$ ) и  $11_{0,11} \rightarrow 12_{5,8}$  ( $\Delta\nu = -0.521 \text{ см}^{-1}$ ) молекулы  $\text{H}_2\text{O}$  (штриховые и сплошные линии) на трассах с  $k_\nu^0 \zeta_0 = 10^3$  и  $10^2$  (1,2) в среде, близкой по составу к влажной атмосфере  $\text{H}_2\text{O}:\text{N}_2:\text{O}_2 = 0.01:0.79:0.2$ , с  $p_0 = 0.1 \text{ МПа}$ ,  $T_0 = 300 \text{ К}$  ( $\tau_R = 10^{-9} \text{ с}$ ) при  $\tau_I/\tau_R = 0.1$  ( $I_0 = 7.4 \text{ МВт/см}^2$  для излучения с  $\nu_I = 929.017 \text{ см}^{-1}$  и  $I_0 = 32 \text{ ГВт/см}^2$  для излучения с  $\nu_I = 947.742 \text{ см}^{-1}$ ). Необходимые для расчетов соотношения и молекулярные постоянные были взяты из [11]. При малых  $t'_R$  ( $t'_R < 0.1$ ) отличие  $I_N$  от 1 весьма существенно как для излучения с  $\Delta\nu > 0$ , так и при  $\Delta\nu < 0$ . Это отличие резко уменьшается с ростом  $t'_R$ . При больших значениях  $\tau_I/\tau_R$  скорость изменения  $n$  и  $k_\nu$  уменьшается, и при малых  $t'_R$  отличие  $I_N$  от 1 не столь велико. Вследствие более медленного насыщения поглощающего перехода в этом случае уменьшение  $I_N$  во времени имеет более плавный характер. Пусть

теперь  $R_a \ll at_n$ . Здесь

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial n_R}{\partial t} + \frac{\partial n_\rho}{\partial t}, \quad \frac{\partial n_\rho}{\partial t} = -\frac{(n_0 - 1)Q_v}{\kappa\rho_0 T_0 C_v}. \quad (32)$$

С учетом (28), (29) выражение для  $Q_v$  можно представить в виде

$$Q_v = k_\nu^0 I \left[ 1 - \frac{G_{mn} \tau_R}{A \tau_I} + \left( \frac{\tau_R G_{mn}}{\tau_I A} - \frac{\nu_{mn}}{\nu_I} \right) \exp(-At_R) \right].$$

На коротких временах  $\tau_a < t \ll A^{-1}t_R$   $Q_v = k_\nu^0 I \Delta\nu/\nu_I$  и

$$I_N^{(1)} = \exp \left\{ I_0 k_\nu^0 \zeta_0 \left[ \frac{\sigma_{mn} G_{mn\nu}}{\pi^2 \hbar \nu_I} \left( \frac{2J(x, a)}{\nu_{mn}} - \frac{ck_\nu^0}{4\nu_I^2} H(x, a) + \frac{\hbar \Delta\nu}{c\rho_0 \kappa C_v T_0 \nu_I} \right) \right] \right\}.$$

Отличие  $I$  от  $I_L$  будет меньше, чем в предыдущем случае, поскольку производные  $\partial n_R/\partial t$  и  $\partial n_\rho/\partial t$  при одинаковых  $\Delta\nu$  имеют разные знаки. Для большинства практически интересных случаев на коротких временах  $|\partial n_R/\partial t| \gg |\partial n_\rho/\partial t|$ , и поэтому указанное изменение невелико.

В более поздние времена  $t \gg A^{-1}\tau_R$  и при  $\tau_I/\tau_R \ll 1$  ("сильное поле")  $Q_v$  стремится к своему максимальному значению

$$Q_v^{\max} = \frac{\hbar \nu_I}{\tau_R G_{mn}} S_{mn}^0 \left[ 1 + \frac{g_n}{g_m} \exp \left( -\frac{\Delta E_{nm}}{kT_0} \right) \right]. \quad (33)$$

С учетом (33) из (16), (21) в случае пучков с  $R_a \sim \tau_n a_0$  для  $\partial n_\rho/\partial t$  при  $t = 0$  получаем

$$\frac{\partial n_\rho}{\partial t} = -\frac{(n_0 - 1)\hbar \nu_I}{\rho_0 \kappa C_v T_0 \tau_R} \frac{S_{mn}^0}{G_{mn}} \left[ 1 + \frac{g_n}{g_m} \exp \left( -\frac{\Delta E_{mn}}{kT_0} \right) \right] \cdot \left( 1 - \frac{\tau_a^2}{2t^2} \right). \quad (34)$$

Выражение для  $I_N^{(1)}$  получается в этом случае добавлением в подэкспоненциальную функцию в (30) члена  $D_\rho = 4\zeta_0 c^{-1} \partial n_\rho/\partial t$ .

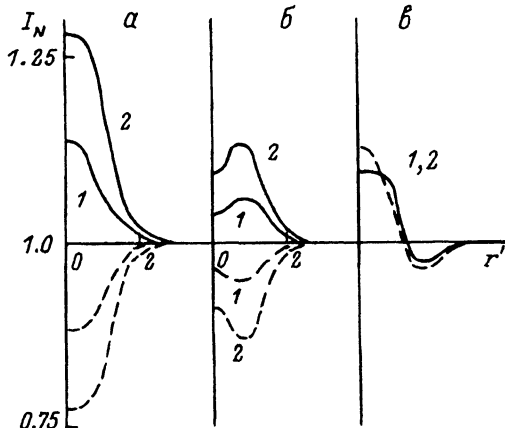


Рис. 3.

На рис. 3, а-в показано изменение  $I_N^{(1)}(r')$  в различные моменты времени ( $t = 0.5\tau_I$ ,  $\tau_I$ ,  $\tau_a$  соответственно) для пучка с  $R_a = 0.5$  см при поглощении излучения с  $\nu_I = 929.017$  и  $947.742$  см $^{-1}$  (штриховые и сплошные линии) в среде  $\text{H}_2\text{O}:\text{N}_2:\text{O}_2 = 0.01:0.79:0.2$  с  $p_0 = 0.1$  МПа,  $T_0 = 300$  К при  $\tau_I/\tau_R = 0.2, 0.1$  (кривые 1, 2). Масштаб для  $I_N^{(1)}$  при  $t = \tau_a$  увеличен в 10 раз при  $\nu_I = 929.017$  см $^{-1}$  и в  $10^4$  раз при  $\nu_I = 947.742$  см $^{-1}$ . При рассматриваемых параметрах  $\tau_a = 1.49 \cdot 10^{-5}$  с,  $\tau_R = 10^{-9}$  с, т.е.  $\tau_a \gg \tau_R > \tau_I$ . Поэтому при  $t = \tau_I$  отличие  $I$  от  $I_L$  определяется величиной  $\partial n_R/\partial t$ . В связи с очень быстрым насыщением перехода на оси пучка при  $t = \tau_I$  максимум в распределении  $I_N^{(1)}(r)$  достигается уже не на оси пучка, а при  $r' = [\ln G_{mn}t/\tau_I]^{0.5}$  и при  $t > \tau_I$  смещается к периферии пучка. При  $t = \tau_a$   $\partial n_R/\partial t = 0$ , а отличие  $I$  от  $I_L$  определяется значением  $\partial n_\rho/\partial t$ .

Поскольку  $|\partial n_\rho/\partial t| \ll |\partial n_R/\partial t|$ , то и величина  $I_N^{(1)}$  при  $t = \tau_a$  существенно меньше отличается от 1, чем при  $t = \tau_I$ .

3. Поглощение излучения происходит на колебательно-вращательном переходе  $m([V'], [j']) \rightarrow n([V''], [j''])$ , где  $[V]$  определяет набор колебательных, а  $[j]$ , как и прежде, — вращательных квантовых чисел. Здесь  $Q_\nu = k_\nu I - de_r/dt - de_\nu/dt$ .

Для простоты анализа будем описывать релаксацию колебательной энергии возбужденной моды одним временем релаксации  $\tau_j$ . При этом

$$\frac{d\varepsilon_j}{dt} = \frac{1}{\tau_I} \frac{k_\nu I}{k_\nu^0 I_0} - \frac{\varepsilon_j - \varepsilon_{j0}}{\tau_j}. \quad (35)$$

Здесь

$$\tau_I = \frac{h\nu_I N_0 \gamma_k}{k_\nu^0 I_0},$$

$\varepsilon_{j0} = \varepsilon_j(T_0)$ ,  $\gamma_k$  — молярная доля поглощающего излучение компонента. Величина  $k_\nu$  в этом случае представима в виде

$$k_\nu = k_\nu^0 \frac{1 - \varepsilon_j \exp\left(-\frac{\Delta E_j}{kT_0}\right)}{1 - \varepsilon_{j0} \exp\left(-\frac{\Delta E_j}{kT_0}\right)}. \quad (36)$$

При этом величину  $\partial n_R/\partial t$  удобно определить по соотношению

$$\frac{\partial n_R}{\partial t} = \frac{n_0 c J(x, a)}{2\pi^2 b_D H(x, a)} \frac{\partial k_\nu}{\partial t}. \quad (37)$$

Совместное решение (14)–(19) и (35)–(37) позволяет определить в этом случае  $I_N$ . Воспользуемся для этого, как и ранее, методом последовательных приближений.

При  $R_a \gg \tau_n a_0$  для  $I_N^{(1)}$  имеем

$$I_N^{(1)} = \exp\left\{ \frac{k_\nu^0 \zeta_0 I_0}{4\pi^2 c h \nu_I N_0 \gamma_k} \exp b_j t_j \left[ \frac{A_I (k_\nu^0 c \nu_I)^2}{\varepsilon_{j0} (A_I + 1)^2} \times \right. \right.$$

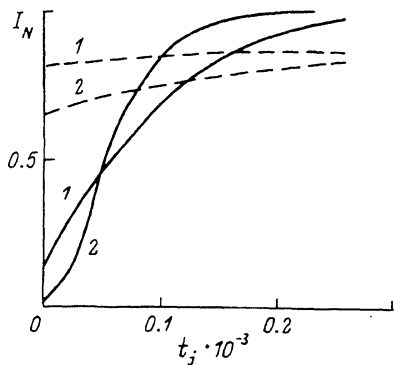


Рис. 4.

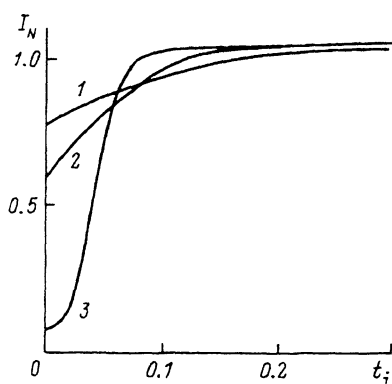


Рис. 5.

$$\times \left[ b_j - \frac{C_j}{A_I} + (C_j + b_j) A_I \exp b_j t_j - \sigma_{mn} S_{mn}^0 J(x, a) \right] - \frac{8\pi N_0 \gamma_k}{m_j \nu_j^2} \left( k_j + 3L_j + 2L_j \varepsilon_{j0} \left( \frac{C_j + b_j}{b_j} \exp b_j t_j - \frac{C_j}{b_j} \right) \right) \Bigg\},$$

$$A_I = - \exp \left( - \frac{\Delta E_j}{k T_0} \right) \varepsilon_{j0}, \quad b_j = A_I d_j - 1,$$

$$C_j = d_j + 1, \quad d_j = \left[ (A_I + 1) \varepsilon_{j0} \frac{\tau_j}{\tau_j} \right]^{-1}, \quad t_j = \frac{t}{\tau_j}. \quad (38)$$

Величины  $D_R$  и  $D_k$  (выражения для них следуют из (38) при  $t_j = 0$ ), определяющие  $I_0^0$ , в этом случае имеют вид

$$D_R = \frac{\pi c h \nu_I m_j \nu_j^2}{k_\nu^0 \zeta_0 g_j (K_j + 3L_j + 2L_j \varepsilon_{j0})} + \frac{4\pi^2 c h \nu_I N_0 \gamma_k (A_I + 1) \varepsilon_{j0}}{k_\nu^0 \zeta_0 A_I \sigma_{mn} S_{mn}^0 J(x, a)},$$

$$D_k = \frac{4\pi^2 c h \nu_I N_0 \gamma_k}{k_\nu^0 \zeta_0 A_I (k_\nu c \nu_I)^2}.$$

На рис. 4 представлены зависимости  $I_N^{(1)}(t_j)$ , полученные при расчете (необходимые данные взяты из [12,13] резонансного поглощения излучения с  $\nu_I = 2108.237 \text{ см}^{-1}$  на колебательно-вращательном переходе ( $V'_e = 0, j' = 9$ )  $\rightarrow$  ( $V'' = 1, j'' = 8$ ) молекулы СО при  $T_0 = 300 \text{ К}$  и  $p_0 = 10 \text{ кПа}$  (масштаб по времени увеличен в 10 раз) и 0.1 МПа (сплошные и штриховые линии) на трассе с  $k_\nu^0 \zeta_0 = 3 \cdot 10^9$  ( $\zeta_0 = 30 \text{ км}$ ) с  $I_0 = 300, 600 \text{ Вт/см}^2$  (1,2). При рассматриваемых параметрах  $D_R \gg D_k$  (при  $p_0 = 0.1 \text{ МПа}$ ,  $D_R = 192 \text{ кВт/см}^2$ ,  $D_k = 1.47 \text{ кВт/см}^2$ ,  $\tau_j = 2.3 \cdot 10^{-3} \text{ с}$ ).

При  $R_a \ll \tau_n a_0$  и  $\tau_a < t < b_j^{-1} \tau_j$  выражение для  $I_N^{(1)}$  получается из (38) добавлением в подэкспоненциальную функцию члена  $D_\rho$

$$D_\rho = \frac{4(n_0 - 1)I}{c \rho_0 \kappa C_\nu T_0 \nu_I} (\nu_I - g_j \nu_j) k_\nu^0 \zeta_0.$$

При  $t > b_j^{-1} \tau_j$  в случае "сильного поля"  $Q_v = Q_v^{\max}$  и

$$D_\rho = -\frac{4(n_0 - 1)h\nu_I N_0 \gamma_k \zeta_0 (A_I - 1) \varepsilon_{j0}}{c\rho_0 \kappa C_V T_0 \tau_j A_I}.$$

На рис. 5 представлены зависимости  $I_N^{(1)}(t_j)$ , полученные при расчете (необходимые данные взяты из [12,14]) поглощения излучения CO<sub>2</sub> лазера с  $\nu_I = 1066.037 \text{ см}^{-1}$  на колебательно-вращательном переходе  $000[10_{3,8}] \rightarrow 010[9_{0,9}]$  молекулы H<sub>2</sub>O в среде H<sub>2</sub>O:N<sub>2</sub>:O<sub>2</sub> = 0.01:0.79:0.2 с  $p_0 = 0.1 \text{ МПа}$ ,  $T_0 = 300 \text{ К}$  при  $k_\nu^0 \zeta_0 = 10^4$  ( $\zeta_0 = 1094 \text{ км}$ ) и  $I_0 = 0.5, 1, 5 \text{ ГВт/см}^2$  (1-3). Отметим, что отличие  $I$  от  $I_L$  определяется здесь величиной  $D_\rho$ . Видно, что значение  $D_\rho$  здесь тем больше, чем больше  $I_0$ , а следовательно, и  $\tau_j/\tau_I$ , которое в данном случае и характеризует скорость изменения  $n_\rho$  во времени.

В случае  $R_a \sim \tau_{ia} a_0$  характер изменения  $\partial n_\rho/\partial t$ , а следовательно, и  $I_N$  во времени определяется аналогично (34) и существенным образом зависит от  $\tau_a$ . Поэтому величина  $I_N$  здесь мало отличается от единицы.

В заключение отметим, что отличие  $I$  от  $I_L$ , обусловленное нестационарным изменением  $\varepsilon$ , может иметь место при взаимодействии излучения не только с газами, но и с плазмой, жидкими и твердыми средами.

#### Список литературы

- [1] Азманов С.А., Сухоруков А.П., Хохлов Р.В. // УФН. 1967. Т. 93. № 1. С. 19-70.
- [2] Gebhardt F.G. // Appl. Opt. 1976. Vol. 15. N 6. P. 1479-1493.
- [3] Стробен Д. Распространение лазерного пучка в атмосфере. М.: Мир, 1981.
- [4] Апанасевич П.А. Основы теории взаимодействия света с веществом. Минск: Наука и техника, 1977.
- [5] Левин В.А., Сорокин А.А., Старик А.М. // ДАН СССР. 1987. Т. 293. № 6. С. 1364-1368.
- [6] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 620 с.
- [7] Луговой В.П., Прохоров А.М. // УФН. 1973. Т. 111. Вып. 2. С. 203-247.
- [8] Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. Теория волн. М.: Наука, 1979.
- [9] Веденов А.А., Маркин О.А. // ЖЭТФ. 1979. Т. 76. Вып. 4. С. 1198-1211.
- [10] Журавлев В.В., Сорокин А.А., Старик А.М. // Квантовая электрон. 1990. Т. 17. № 4. С. 258-307.
- [11] Левин В.А., Старик А.М., Таранов О.В. // Изв. АН СССР. МЖГ. 1992. № 2. С. 125-134.
- [12] Pandey P.K.K., Santry D.P. // J. Chem. Phys. 1980. Vol. 73. N 6. P. 2900-2902.
- [13] Кулагин Ю.А. // Тр. ФИАН. 1979. Т. 107. С. 110-178.
- [14] Левин В.А., Сорокин А.А., Старик А.М. // Квантовая электрон. 1986. Т. 13. № 3. С. 551-558.

Московский университет им.М.В.Ломоносова  
Научно-исследовательский институт механики

Поступило в Редакцию  
6 мая 1992 г.  
В окончательной редакции  
24 декабря 1992 г.