

01;10

©1993 г.

ПОПЕРЕЧНАЯ ДИНАМИКА КОРОТКОИМПУЛЬСНОГО ПУЧКА В СЕКЦИОНИРОВАННОМ РЕЗОНАНСНОМ ЛУЭ

Е.В.Буляк, В.И.Курилко, Л.А.Махненко, А.Н.Опанасенко, П.М.Рябка

Изложены и сопоставлены результаты теоретического моделирования и экспериментального исследования поперечной динамики интенсивного короткоимпульсного пучка электронов, ускоряемого в секционированном ускорителе ЛУЭ-300 (ХФТИ, г.Харьков) в режиме запасенной энергии. Показано, в частности, что в условиях эксперимента именно поперечная неустойчивость ограничивает сверху величину ускоренного заряда в импульсе.

Введение

Возможности практического использования короткоимпульсных источников нейтронов на базе резонансных ЛУЭ определяются предельными параметрами пучка ускоряемых электронов, а именно минимальной длительностью токового импульса $\tau_{\text{и}}$ (нс), полной запасенной энергией каждого импульса ускоренных электронов $W_{\text{и}}$ (Дж), а также частотой посылок F (1/с), определяющей среднюю мощность пучка $P_B = FW_{\text{и}}$.

При этом на практике длительность токового импульса $\tau_{\text{и}}$ и частота посылок F ограничены технологическими возможностями производственной базы, в то время как максимальная запасенная энергия ускоренного пучка в импульсе (энергия макросгустка) $W_{\text{и}}$ определяется физическими процессами коллективного радиационного взаимодействия этого пучка с ускоряющей структурой [1-3]. До последнего времени основное внимание в теоретических исследованиях данного направления (прогнозирование предельной энергии импульса электронов, ускоряемых в режиме запасенной энергии) уделялось эффекту токовой нагрузки, обусловленному когерентным излучением частиц ускоряемого пучка на частоте поля ускоряющей волны. В то же время, как показывают результаты теории и эксперимента [4-6], при определенных условиях предельная энергия ускоряемого импульса тока (макросгустка) ограничивается эффектом коллективного радиационного взаимодействия ускоряемого пучка с дефокусирующими аксиально-несимметричными типами колебаний ускоряющей структуры. Специфика количественных закономерностей поперечной динамики пучка, ускоряемого в режиме запасенной энергии, обусловлена двумя факторами, а именно малостью длительности токового импульса

по сравнению с характерным временем установления продольных гармоник собственных дефокусирующих колебаний секций (несогласованных на частоте этих колебаний), а также спадом темпа ускорения от сгустка к сгустку (в пределах каждого импульса тока) вследствие выноса энергии ускоряющего поля предшествующими сгустками (микробанчами).

Ниже мы покажем, что учет этой специфики позволяет реализовать полномасштабное численно-аналитическое моделирование указанной динамики и на этой основе, а также с использованием данных эксперимента установить зависимость максимальной запасенной энергии ускоряемого макросгустка (каждого импульса) W_n от внешних параметров системы.

1. Постановка задачи

Итак, рассмотрим секционированный линейный резонансный ускоритель электронов, состоящий из N идентичных секций длиной L . Будем считать, что каждая из этих секций состоит из $N \equiv L/D$ идентичных слабо связанных резонаторов с периодом D , групповой скоростью ускоряющего поля $v_g^{(0,1)} > 0$ ($v_g^{(0,1)} \ll c$) и затуханием его амплитуды $\alpha \equiv \omega_0/2Q_{0_1}v_g^{0,1}$. Выход каждой из этих секций считаем согласованным на частоте поля ускоряющей волны $f_{0_1} = \omega_0/2\pi$, а вход — возбуждаемым от индивидуального источника СВЧ мощности с заданной входной амплитудой поля $E_0(z=0, t)$. Пучок электронов представляет собой пуч из $M \gg 1$ идентичных заряженных точечных сгустков с зарядом $q = Ze$ в каждом из них (Z — число электронов в сгустке; $[Z] = 1$), которые следуют друг за другом на расстоянии, равном длине волны ускоряющего поля $\lambda_{0_1} = c/f_{0_1}$ (c — скорость света). Начальная энергия пучка на входе в первую секцию равна $\mathcal{E}_0 = m_0c^2(\gamma_0 - 1)$; инжекция пучка в ускоряющую структуру происходит после установления в ней стационарного режима на частоте f_{0_1} .

Требуется найти энергетический спектр и поперечный эмиттанс пучка на выходе ускоряющей структуры как функции ускоряемого тока, а также внешних параметров системы (темп ускорения, число секций, их длина и т.п.) и определить зависимость от этих параметров величины предельной запасенной энергии ускоренных частиц в каждом импульсе (макросгустке) W_n .

Ниже мы опишем поперечную (раздел 2) и продольную (раздел 3) динамику пучка в рассматриваемой структуре аналитически, а затем приведем результаты аналитического и численного решений полученной упрощенной системы разностных уравнений поперечной динамики пучка для конкретных значений параметров ускоряющей структуры и ускоряемого пучка (раздел 4).

2. Поперечная динамика пучка

а) Исходные упрощающие предположения метода. Существо и конечная цель этого метода заключается в сведении самосогласованной системы уравнений рассматриваемой задачи (уравнение Максвелла и уравнение поперечного движения сгустков) к системе разностных уравнений рекуррентного типа, определяющих приращение поперечной координаты

и поперечного импульса каждого густка в каждой секции по соответствующим параметрам траекторий предшествующих густков в той же секции. Ниже мы изложим этот метод с аргументацией необходимых упрощающих предположений. Эти предположения учитывают количественно отмеченную выше специфику коллективного радиационного взаимодействия густков с дефокусирующими полями ускоряющей структуры. Действительно, характерное время формирования дефокусирующих колебаний в каждой ячейке (резонаторе) ускоряющей секции по порядку величины сравнимо с периодом этих колебаний $T_{11} = f_{11}^{-1}$ и является малым по сравнению со временем пролета секции густками $T_0 \equiv L/V_0$ и длительностью импульса $\tau_{\text{и}} (T_{11} \ll T_0 \ll \tau_{\text{и}})$. Последнюю мы считаем в свою очередь не превосходящей времена заполнения секции на частотах основного и дефокусирующего колебаний ячеек $\tau_3^{(m,1)} \equiv L/v_g^{(m,1)}$, где m — индекс азимутальной симметрии этих колебаний. Таким образом, характерная шкала времени в рассматриваемой модели определена неравенствами

$$T_{11} < T_{01} \ll T_0 \ll \tau_{\text{и}} < \tau_3^{(m,1)}.$$

Физически ясно, что продольные пространственные гармоники спектра собственных колебаний секции, не согласованной на частоте f_{11} , могут сформироваться только за несколько периодов циркуляции дефокусирующего поля в секции $T_{\text{и}}^{11} = 2\tau_3^{(11)}$. Поэтому при выполнении неравенства $\tau_{\text{и}} < \tau_3^{(11)}$ указанные колебания не успевают установиться. В этих условиях ускоряемые густки не только возбуждают дефокусирующие колебания каждой ячейки секции своим переходным излучением, но и синхронизируют фазы этих колебаний таким образом, что результирующее поле имеет вид волны, бегущей вдоль секции с фазовой скоростью, равной скорости частиц пучка $V_{\phi}^{(11)} = \Omega_{11}/h_{11} = V_0$.

б) Дефокусирующее поле. Учитывая вышеизложенное, продольную составляющую $E_z^{(n)}$ поля дефокусирующей волны, возбуждаемой пучком в секции с номером n , можно искать в следующем виде:

$$E_z^{(n)} = (r, \varphi, z, t) = A_n(t)R(r) \cdot [\cos \varphi] \exp[ih_{11}z], \quad (1)$$

где $A_n(t)$ — неизвестная амплитуда этой волны (зависящая от эйлерова времени t); $R(r)$ — радиальный профиль поля этой волны, удовлетворяющий условиям $R'(0) = \text{const}$; $R(b) = 0$, где b — внутренний радиус кожуха секции.

Амплитуду $A_n(t)$ можно найти из уравнений Максвелла для поля $E_z^{(n)}$ и

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_z^{(n)}}{\partial t^2} - \Delta E_z^{(n)} = -\frac{4\pi q V_0}{c^2} \sum_l \delta[x - X_l^{(n)}] \delta(y) \delta[z - Z_l^{(n)}], \quad (2a)$$

в котором вынуждающая сила однозначно определена током пролетающих через секцию густков пучка, отклоняемых излучаемым ими полем в плоскости $\varphi = 0$ на расстояния $X_l^n(t - t_l^{(n)})$ от оси секции, где l — номер густка ($1 \leq l \leq M$), $t_l^{(n)} = (n-1)L/V_0 + (l-1)/f_{01}$ — момент влета этого густка в секцию с номером n .

Подставляя (1) в (2а) и интегрируя обе части последнего уравнения с весом

$$\Psi^*(r, \varphi, z) = R(r)[\cos \varphi] \cdot \exp(-ih_1 z),$$

получаем уравнение в полных производных второго порядка для $A_n(t)$

$$\left(\frac{d^2}{dt^2} + \Omega_{1_1}^2 \right) A_n(t) = -\frac{4\pi q V_0}{W_{1_1}} \times \\ \times \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \sum_l R \left[X_l^{(n)}(t - t_l^{(n)}) \right] \exp \left[-ih_{1_1} V_0(t - t_l^{(n)}) \right] \right\}, \quad (2б)$$

в котором введено следующее обозначение для нормы поля дефокусирующей волны W_{1_1} :

$$W_{1_1} = \int_{-\pi}^{+\pi} d\varphi \cos^2 \varphi \int_0^L dz \int_0^b r dr R^2(r) = \pi L \int_0^b r dr R^2(r).$$

Интегрируя (2б) методом функции Грина, получаем явный вид $A_n(t)$ и

$$A_n(t) = -\frac{4\pi q V_0}{W_{1_1}} \int_{t_1^n}^t dt' [\cos \Omega_{1_1}(t - t')] \times \\ \times \sum_l R \left[X_l^{(n)}(t' - t_l^{(n)}) \right] \exp \left[-ih_{1_1} V_0(t' - t_l^{(n)}) \right]. \quad (2в)$$

Учитывая малость изменения функции $X_l^{(n)}(t - t_l^{(n)})$ за период T_{1_1} , пренебрежем в правой части последней формулы слагаемым, осциллирующим во времени с частотой $2\Omega_{1_1}$. Меняя затем порядок интегрирования по t' и суммирования по l , окончательно найдем $A_n(t)$ в следующем виде:

$$A_n(t) = -\frac{2\pi q V_0}{W_{1_1}} \sum_l \int_0^{T_0} d\vartheta R[X_l^{(n)}(\vartheta)] \exp \left[-\Omega_{1_1} i(t - t_l^{(n)}) \right]. \quad (2г)$$

в) Уравнения поперечного движения. Радиальная дефокусирующая сила, действующая на сгусток с номером m в течение времени его пролета через секцию с номером n , однозначно определена приведенными выше формулами (1) и (2г)

$$F_r^{(n)} = q \left(E_r^{(n)} - \beta_0 H_\varphi^{(n)} \right) = -\text{Re} \left[\frac{iq}{h_{1_1}} \frac{\partial E_z^{(n)}}{\partial r} \right]. \quad (3а)$$

Исключая из правой части последней формулы поле $E_z^{(n)}$ с помощью (1) и (2г), получим явную зависимость указанной силы от траекторий предшествующих сгустков в данной секции

$$F_r^n(\mathbf{r} = \mathbf{R}_m) = \frac{2\pi q^2 V_0}{h_{1_1} W_{1_1}} R'^2(0) \times \sum_{l=1}^{m-1} \left[\int_0^{T_0} d\vartheta X_l^{(n)}(\nu) \right] \sin \Psi(m-l);$$

$$\Psi \equiv 2\pi \lambda_{0_1} / \lambda_{1_1}. \quad (3б)$$

Соответствующая самосогласованная система уравнений поперечно-го движения этих сгустков принимает следующий вид:

$$\frac{d}{d\tau} \left[\gamma_m^{(n)}(\tau) \frac{dX_m^{(n)}}{d\tau} \right] = \varepsilon \sum_{l=1}^{m-1} P_l^{(n)} \sin \Psi(m-l), \quad (3в)$$

где введены следующие безразмерные параметры и переменные:

$$\varepsilon \equiv \frac{2\pi r_0 Z R'^2(0)}{h_{1_1}^4 W_{1_1}}$$

— безразмерный заряд сгустка; $\gamma_m^{(n)}$ — релятивистский фактор сгустка с номером m в секции с номером n , определяемый динамикой продольного движения сгустков в ускоряющей структуре (см. раздел 3);

$\tau \equiv \Omega_{1_1}(t - t_m^{(n)})$ — безразмерное лагранжево время; $P_l^{(n)} \equiv \int_0^{\mathcal{L}_0} d\tau X_l^{(n)}(\tau)$ — нулевой член разложения траектории $X_l^{(n)}(\tau)$ в ряд по полиномам Лежандра на интервале $0 \leq \tau \leq \mathcal{L}_0 \equiv \Omega_{1_1} L / V_0 [Z]$.

г) Сведение уравнений (3в) к системе разностных уравнений. Отсутствие явных зависимостей правых частей (3в) от лагранжева времени τ , вытекающее из описанной выше (см. раздел 2а) специфики радиационного взаимодействия ускоренных сгустков с ускоряющей структурой в рассматриваемых условиях, не только обосновывает отмеченную выше процедуру пренебрежения быстрым осциллирующим слагаемым в правой части (2в) при выводе формулы (2г), но и позволяет дважды проинтегрировать эти уравнения по времени в пределах каждой секции

$$X_m'^{(n)}(\tau) = \left\{ \gamma_m^{(n)}(0) X_m'^{(n)}(0) + \varepsilon \tau \sum_{l=1}^{m-1} P_l^{(n)} \sin \Psi(m-l) \right\} \cdot \left[\gamma_m^{(n)}(\tau) \right]^{-1}, \quad (4а)$$

$$X_m^{(n)}(\tau) = X_m^{(n)}(0) + \int_0^\tau \frac{d\tau'}{\gamma_m^{(n)}(\tau')} \left\{ \gamma_m^{(n)}(0) X_m'^{(n)}(0) + \varepsilon \tau' \sum_{l=1}^{m-1} P_l^{(n)} \sin \Psi(m-l) \right\}. \quad (4б)$$

Интегрирование обеих частей последнего уравнения по τ от 0 до \mathcal{L}_0 дает систему уравнений для моментов $P_l^{(n)}$ в виде рекуррентных соотношений, определяющих момент каждого последующего сгустка через моменты предыдущих,

$$P_m^{(n)} = X_m^{(n)}(0)\mathcal{L}_0 + \int_0^{\mathcal{L}_0} d\tau \int_0^\tau d\tau' \cdot [\gamma_m^{(n)}(\tau')]^{-1} \times \\ \times \left\{ \gamma_m^{(n)}(0)X_m^{(n)}(0) + \varepsilon\tau' \sum_{l=1}^{m-1} P_l^{(n)} \sin \Psi(m-l) \right\}. \quad (4в)$$

В наиболее интересном для приложений случае линейного роста энергии каждого сгустка со временем в каждой секции (см. раздел 3)

$$\gamma_m^{(n)}(\tau) = \gamma_m^{(n)}(0) + \gamma_m' \tau \quad (5)$$

интегралы в правых частях (5) можно вычислить в явном виде. Полагая затем $\tau = \mathcal{L}_0$ в левых и правых частях (4а) и (4б), получим окончательную искомую систему разностных уравнений, определяющих приращение поперечного импульса и поперечных координат каждого сгустка в каждой секции через моменты траекторий предшествующих сгустков в той же секции,

$$X_m^{(n+1)}(0) = \left\{ \gamma_m^{(n)}(0)X_m^{(n)}(0) + \frac{J_m \mathcal{L}_0}{S_m^{(n+1)}} \times \right. \\ \left. \times \sum_{l=1}^{m-1} P_l^{(n)} [\sin \Psi(m-l)] \exp[-\varkappa_{11}^{(n)}(m-l)] \right\} \frac{1}{\gamma_m^{(n+1)}(0)}, \quad (5а)$$

$$X_m^{(n+1)}(0) = X_m^{(n)}(0) + X_m^{(n)}(0)\Lambda_m^{(n)} + J_m[\mathcal{L}_0 - \Lambda_m^{(n)}] \times \\ \times \sum_{l=1}^{m-1} P_l^{(n)} \cdot [\sin \Psi(m-l)] \cdot \exp[-\varkappa_{11}^{(n)}(m-l)], \quad (5б)$$

а также соответствующую систему уравнений для моментов $P_l^{(n)}$

$$P_m^{(n)} = \mathcal{L}_0 X_m^{(n)}(0) + \left\{ \left[\frac{\mathcal{L}_0}{S_m^{(n)}} - 1 \right] \Lambda_m^{(n)} - \mathcal{L}_0 \right\} X_m^{(n)}(0) + \\ + J_m \left\{ \frac{1}{2} \mathcal{L}_0^2 - [\mathcal{L}_0 - S_m^{(n)}] \Lambda_m^{(n)} + \mathcal{L}_0 S_m^{(n)} \sum_{l=1}^{m-1} P_l^{(n)} [\sin \Psi(m-l)] \exp[-\varkappa_{11}^{(n)}(m-l)] \right\}. \quad (5в)$$

Здесь введены следующие обозначения безразмерных параметров J_m , $S_m^{(n)}$ и $\Lambda_m^{(n)}$: $J_m \equiv \varepsilon/\gamma_m'$; $S_m^{(n)} \equiv \gamma_m^{(n)}(0)/\gamma_m'$; $\Lambda_m^{(n)} \equiv S_m^{(n)} \ln[\gamma_m^{(n+1)}(0)/\gamma_m^{(n)}(0)]$. Кроме того, под знаками сумм в правых частях формул (5а)–(5в) мы учли затухание дефокусирующей волны $\varkappa_{11}^{(n)} \equiv \Psi/2Q_{11}^{(n)}$, которое можно получить введением соответствующего диссипативного члена в левой части (2б) (ср. [1,7,8]).

3. Продольная динамика пучка

а) Постановка задачи. Для отыскания параметра γ'_m в правой части формулы (5) необходимо учесть эффект выноса энергии поля пучком из каждой ячейки ускоряющей структуры, а также эффект подпитки этой структуры СВЧ полем за время токового импульса. В данном разделе мы рассмотрим этот вопрос аналитическим и численным методами на конкретном примере одной ускоряющей подсекции. Учитывая относительную малость интенсивности токовой нагрузки, при аналитическом моделировании этих процессов в короткоимпульсном режиме (см. раздел 3б) мы будем пренебрегать влиянием поля излучения на основной волне на начальную амплитуду ускоряющего поля на входе в секцию E_0 . Кроме того, для простоты расчета будем считать, как и прежде (см. раздел 2), форму токового импульса прямоугольной.

Итак, пусть дан отрезок волновода длиной L , в котором в момент инжекции токового импульса была возбуждена ускоряющая волна с фазовой скоростью, равной скорости света c , и амплитудой $E_z = E_0 e^{-\alpha z}$, где $\alpha \equiv \omega_0 / 2v_g^{(0,1)} Q_{01}$. Релятивистский пучок инжектируется в эту секцию с энергией $\mathcal{E}_0^{(n)}$ и имеет вид периодической последовательности точечных заряженных сгустков. Требуется найти зависимость приращения энергии каждого сгустка в данной секции от его номера m .

б) Аналитическое решение. Такое решение может быть получено в явном виде в условиях, когда время пролета сгустка через секцию T_0 мало по сравнению со временем заполнения секции $\tau_3^{(0,1)}$ (см. раздел 2) $T_0 \ll \tau_3^{(0,1)}$.

Действительно, динамика пространственно-временного распределения ускоряющего поля в этих условиях определяется уравнением

$$\frac{\partial U}{\partial t} + 2\kappa_0 U + v_g^{(0,1)} \frac{\partial U}{\partial z} = -I_0 E(z, t), \quad (6)$$

где $U \equiv E^2 S_*/8\pi$ — погонная плотность энергии поля в волноводе, S_* — эффективное поперечное сечение волновода, $E(z, t)$ — амплитуда ускоряющего поля, I_0 — амплитуда импульсного тока.

Переходя в (6) к переменной $E(z, t)$ и используя затем преобразование Лапласа во времени t , получим следующее распределение амплитуды ускоряющего поля:

$$E(z, t) = E_0 e^{-\alpha z} + \frac{4\pi I_0}{S_* \kappa_0} \left\{ [\exp(-\alpha z) - \exp(-\kappa_0 t)] \times \right. \\ \left. \times \theta(t - z/v_g^{(0,1)}) - [1 - \exp(-\kappa_0 t)] \cdot \theta(t) \right\}, \quad (7)$$

где $\theta(x)$ — единичная функция Хэвисайда ($\theta(x \leq 0) = 0$; $\theta(x \geq 0) = 1$).

Соответствующее данному распределению поля приращение энергии сгустка как функция момента влета этого сгустка в подсекцию $t_m \equiv t_{0m}^{(n)}$ имеет вид

$$\Delta \mathcal{E} = \Delta \mathcal{E}|_{\max} - \frac{4\pi |e| I_0 L}{S_* \kappa_0} \left\{ (1 - e^{-\kappa_0 t_m}) - \frac{1}{\alpha L} [1 - e^{-\kappa_0 t_m} + \kappa_0 t_m e^{-\kappa_0 t_m}] \right\}. \quad (8)$$

Первое слагаемое в правой части данной формулы описывает максимальное приращение энергии первого сгустка

$$\Delta\mathcal{E}|_{\max} = |e|E_0L \frac{1 - e^{-\alpha L}}{\alpha L}. \quad (8a)$$

Второе слагаемое учитывает и описывает эффекты токовой нагрузки (круглая скобка) и конечной скорости распространения энергии СВЧ поля от внешнего генератора (квадратная скобка). В рассматриваемых нами условиях, когда длительность токового импульса $\tau_{\text{и}}$ мала по сравнению с характерным временем релаксации поля $\tau_{\text{рел}}^{(01)} = 2Q_{01}/f_{01}$, в правой части последней формулы можно ограничиться удержанием линейного и квадратичного по параметру $\tau_{\text{и}}/\tau_{\text{рел}}$ слагаемых. В результате получим следующую аналитическую асимптотику (8):

$$(\Delta\mathcal{E})_m = (\Delta\mathcal{E})_{\max} \cdot \left[1 - \zeta \frac{m}{M} \left(1 - \eta \frac{m}{M} \right) \right], \quad (8б)$$

где

$$\zeta \equiv \frac{4\pi I_0 M}{S_* f_{01}} \frac{\alpha L}{E_0(1 - e^{-\alpha L})} = \frac{Q}{Q_*(\eta = 0)}$$

— отношение полного заряда в импульсе $Q \equiv I_0 \tau_{\text{и}}$ к предельному заряду рассматриваемой структуры в короткоимпульсном режиме

$$Q_*(\eta = 0) = \frac{E_0 S_*}{4\pi} \frac{1 - e^{-\alpha L}}{\alpha L} = \frac{2}{v_g^{(0,1)}} \sqrt{\frac{P_0}{R_{\text{п}}}} \left(\frac{1 - e^{-\alpha L}}{\alpha L} \right),$$

а $\eta \equiv v_g^{(0,1)} \tau_{\text{и}}/2L$ — отношение длительности токового импульса $\tau_{\text{и}}$ к удвоенному времени заполнения подсекции.

Как и следовало ожидать из физического содержания рассматриваемого процесса, темп ускорения сгустка с номером m $\gamma'_m \mathcal{L}_0 \equiv (\Delta\mathcal{E})_m/m_0 c^2$ не зависит от номера секции и спадает с номером сгустка тем быстрее, чем больше величина ускоряемого заряда Q . Однако этот спад несколько замедляется по мере роста длительности импульса $\tau_{\text{и}}$ за счет частичной компенсации пучковой нагрузки секции полем стороннего источника СВЧ мощности.

Следует отметить, что формула (8б) определяет зависимость энергии микробанча от его номера. В то же время в эксперименте обычно измеряется зависимость числа микробанча от их энергии, т.е. функция распределения частиц пучка по энергиям $f(\gamma)$. Эту функцию можно рассчитать непосредственно из (8б)

$$f(\gamma) \equiv \zeta \left(\frac{dm}{d\gamma} \right) = \frac{M}{\gamma_{\max}} \left[1 - \frac{4\eta}{\zeta} (1 - \gamma/\gamma_{\max}) \right]^{-1/2}. \quad (8в)$$

Как следует из этой формулы, при фиксированном заряде макросгустка ζ число ускоренных электронов в каждом импульсе возрастает по мере уменьшения энергии (длительности импульса) вплоть до минимальной $\gamma_{\min} = \gamma_{\max} [1 - \zeta(1 - \eta)]$. При этом в точке $\gamma = \gamma_{\min}$ функция $f(\gamma)$ оказывается в $(1 - 2\eta)^{-1}$ раз большей, чем в точке $\gamma = \gamma_{\max}$.

4. Решение системы (6)

При известной зависимости темпа ускорения сгустка от его номера m , определяемой формулой (8б), можно найти аналитические и численные решения системы (5), которые мы приведем в данном разделе.

а) Аналитические асимптотики. Легко показать, что в рамках упрощающих предположений, использованных в предшествующих работах данного направления при теоретическом моделировании поперечной неустойчивости, из системы (5) следуют уравнения и решения этих уравнений, полученные ранее в [1,2,7,8]. В самом деле, пусть импульсный ток пучка будет настолько малым, что поперечное смещение сгустка слабо меняется на каждой секции. При этом развитие поперечной неустойчивости происходит за счет взаимодействия ускоряемого пучка с достаточно большим числом секций ($N \gg 1$). В данном предельном случае приращение энергии пучка на одиночной секции $\Delta\gamma = \gamma' \mathcal{L}_0$ можно считать малым по сравнению с его энергией $\gamma_m^{(n)}$ на значительной части структуры, так что параметр $\Lambda_m^{(n)}$ в (5) при этом оказывается равным \mathcal{L}_0 с точностью до поправок порядка $\gamma'/\gamma_m^{(n)} \ll 1$. Учитывая это, можно пренебречь последним слагаемым в правой части (5в), а также ограничиться первым слагаемым в правой части (5а). В результате получим

$$X_m^{(n)}(0) = \frac{1}{\mathcal{L}_0} \left[\dot{X}_m^{(n+1)}(0) - X_m^{(n)}(0) \right], \quad (9a)$$

$$P_m^{(n)} = \mathcal{L}_0 X_m^{(n)}(0) = \mathcal{L}_0 X_m(n). \quad (9б)$$

Подставляя эти выражения в (5а), после замены приращений координат и импульсов их производными по номеру секции получим хорошо известную систему самосогласованных уравнений динамики поперечной неустойчивости в многосекционном ускорителе [1,2]

$$\frac{d}{an} \left[\gamma(n) \frac{dX_m}{an} \right] = \varepsilon \mathcal{L}_0^3 \sum_{l=1}^m X_l(n) [\sin \Psi(m-l)] e^{-\kappa_{11}(m-l)}. \quad (9в)$$

Асимптотическое решение этого уравнения, вынужденное начальным отношением первого сгустка $X_1^{(1)}(0)$, в предельном случае $N \gg (\xi M)^{1/3}$ имеет вид [1,2,7,8]

$$\left| X_M^{(n)}(0) \right| = X_1^{(1)}(0) \frac{\xi^{1/6}}{\sqrt{6\pi} M^{5/6}} \exp \left[\frac{3\sqrt{3}}{4} (\xi M)^{1/3} \right],$$

$$\xi \equiv \frac{4\varepsilon \mathcal{L}_0^3}{[\sqrt{\gamma_0} + \sqrt{\gamma^{(N)}}]^2}, \quad \kappa_{11} M \ll 1. \quad (10)$$

б) Численные решения. Такие решения системы (5) относительно просто и быстро могут быть получены для конкретных значений параметров ускоряющей структуры и ускоряемого пучка. Ниже мы будем использовать в численном моделировании поперечной динамики интенсивного

короткоимпульсного пучка набор таких параметров, соответствующий планируемому эксперименту на ускорителе ЛУЭ-300 ХФТИ: $\tau_n = 150$ нс ($M = 420$), $L = 4.4$ м, $N = 8$, $\lambda_{10} = 10.7$ см, $\lambda_{11} = 7.65$ см, $I_n = 0.5$ А ($Z = 10^9$, $\zeta = 0.35$), $\gamma_{\min} = 11$, $\gamma_{\max} = 550$, $Q_{11}^{(n)} = 10^3$ для $n = 1 \dots 4$ и $Q_{11}^{(n)} = 10^4$ для $n = 4 \dots 8$.¹

Результаты проведенных расчетов представлены на рис. 1 в виде кривых, соответствующих постоянным уровням плотности ускоренных частиц (на выходе ускорителя) в фазовой плоскости поперечного движения (центральный рисунок), а также распределения этих частиц по относительным поперечным смещениям (верхняя кривая) и безразмерным поперечным скоростям (правая кривая). Как видно из этого рисунка, при выбранных нами конкретных значениях импульсного тока ($I_n = 0.5$ А), длительности импульса ($\tau_n = 150$ нс) и темпа ускорения среднеквадратичные поперечные размеры пучка за счет развития поперечной неустойчивости возрастают более чем на порядок. Следует при этом отметить, что начальное распределение смещений микробанчей ускоряемого сгустка в плоскости $Y = 0$ мы выбирали в виде псевдослучайной функции с гауссовским профилем и единичной дисперсией: именно такое распределение соответствует “протуберанцам” в изображении пучка на флюоресциру-

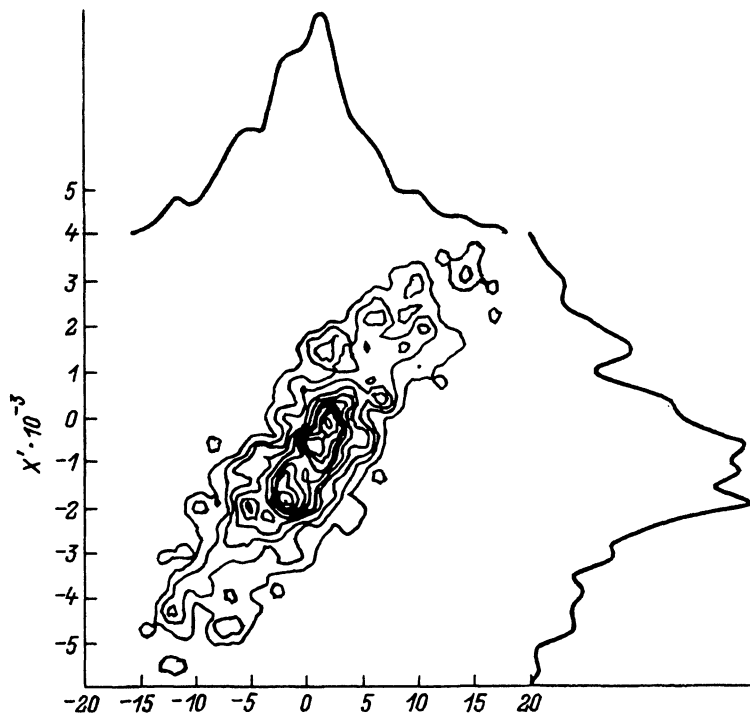


Рис. 1. Поверхности уровня поперечного эмиттанса макросгустка.

$M = 420$, $I_0 = 0.5$ А, $Q_{11}^{(n)} = 10^3$ для $n = 1 \dots 4$, $Q_{11}^{(n)} = 10^4$ для $n = 5 \dots 8$, $\gamma_0 = 11$, $\gamma_{\max} = 550$.

¹ Радиальные разрезы диафрагм ускоряющих секций, понижающие на порядок добротность дефокусирующей колебаний, нанесены только на первых четырех секциях ЛУЭ-300.

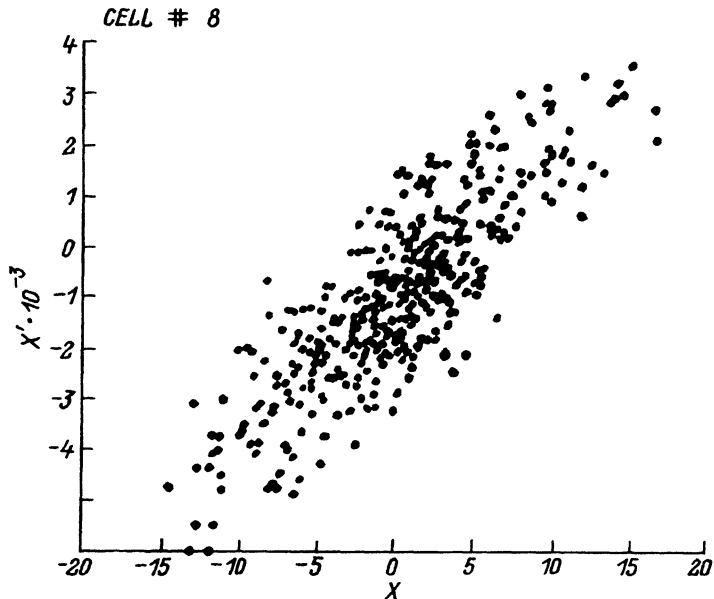


Рис. 2. Фазовый портрет микробанчей макрострукта.
 Параметры те же, что и на рис. 1.

ющем экране, наблюдаемым вблизи начала обрыва импульса тока из-за развития поперечной неустойчивости [9]. Одна из соответствующих реализаций фазового портрета токового импульса приведена на рис. 2.

5. Эксперимент

Экспериментальная модель ускорения короткоимпульсного пучка в секционированном ЛУЭ в режиме запасенной энергии была реализована нами на основном тракте ускорителя ЛУЭ-300 ХФТИ. Этот тракт состоит из инжекторной секции, обеспечивающей на входе в первую секцию ЛУЭ-300 энергию пучка $\mathcal{E}_0 \simeq 5$ МэВ ($\gamma_0 \simeq 11$), и восьми основных секций ускоряющего тракта. На вход каждой секции подавалась импульсная мощность $P_0 \simeq 12$ МВт, что обеспечивало приращение энергии на всей длине основного тракта ускорителя $\Delta\mathcal{E} = \mathcal{E}_{\max} - \mathcal{E}_0 = 270$ МэВ. Поперечные размеры пучка в ходе эксперимента контролировались по его изображению на флуоресцирующем экране. При этом в области токов, меньших порогового, диаметр пучка на этом экране достигал 5 мм. Начало развития неустойчивости определялось появлением на указанном экране характерных для порога рассматриваемой неустойчивости спорадически возникающих выбросов частиц пучка в азимутальных плоскостях ($\varphi = \text{const}$), положения которых случайно изменялись со временем. Эти выбросы, называемые также “протуберанцами”, не сопровождалось укорочением токового импульса.² При этом максимальная амплитуда та-

² Впервые такие “протуберанцы” были обнаружены на ЛУЭ-300 ХФТИ, однако при этом они интерпретировались как проявление несовершенства системы транспортировки пучка. Только после обнаружения эффекта укорочения токового импульса на ЛУЭ-2000 ХФТИ [9] стало ясно, что эти “протуберанцы” являются предвестниками поперечной неустойчивости.

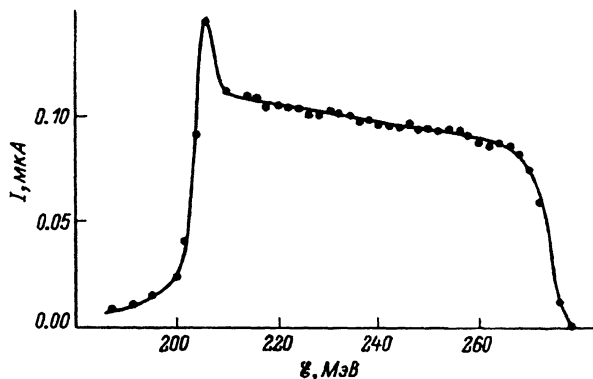


Рис. 3. Функция распределения микробанчей пучка по энергиям на выходе ЛУЭ-300.

ких “протуберанцев” ограничивалась диаметром отверстий в диафрагме ускоряющей структуры ($2a = 30$ мм). В ходе эксперимента были проведены измерения среднего тока пучка (цилиндром Фарадея), а также функции распределения частиц ускоренного пучка по энергиям на выходе ускорителя (магнитным анализатором). Кроме того, указанным цилиндром регистрировались амплитуда и форма токового импульса.

Проведенные эксперименты показали, что пороговое значение среднего тока пучка (соответствующее появлению “протуберанцев”) равно 3.8 мкА. При частоте посылок $F = 50$ Гц этому току соответствует значение порогового заряда $Q_{\text{пор}}^{(e)} = 76$ нКл. Измеренная при этом токе функция распределения ускоренного пучка по энергиям представлена на рис. 3. Как видно, число ускоренных частиц возрастает по мере уменьшения энергии, что соответствует приведенной выше формуле (8в). Однако относительная величина полной энергии, выносимой при этом пучком из ускоряющей структуры, оказывается не слишком большой (не более 40% [1]), о чем свидетельствует сравнительно малая разность максимальной и минимальной энергий ускоренных частиц $\varepsilon_{\text{min}} \simeq 206$ МэВ. Появление при этом “протуберанцев” свидетельствует о том, что именно возбуждение дефокусирующих колебаний, а не величина запасенной энергии ограничивает в нашем эксперименте предельный заряд ускоренного пучка в импульсе.

Амплитуду предельного заряда $Q_{\text{пор}}^{(e)}$, рассчитанную выше по данным измерений среднего тока пучка, можно сравнить с той, которая следует из приведенных на рис. 3 данных измерений функции распределения частиц ускоренного пучка по энергиям. Действительно, как следует из формулы (8а), отношение ζ заряда в импульсе к предельному заряду ускоряющей структуры в короткоимпульсном режиме (при $\eta = 0$) Q_* выражается через отношение граничных энергий спектра ускоренных электронов и параметр η : $\zeta_e = (1 - \varepsilon_{\text{min}}/\varepsilon_{\text{max}})/(1 - \eta)$. В условиях нашего эксперимента ($\beta_g^{(0,1)} = 4 \cdot 10^{-2}$, $\tau_n \simeq 140$ нс, $L = 4.4$ м) параметр η оказывается равным 0.19, а соответствующее значение ζ_e , согласно данным рис. 3 равно 0.31 ($\varepsilon_{\text{min}} = 206$ МэВ, $\varepsilon_{\text{max}} = 275$ МэВ). С другой стороны, теоретическая оценка $Q_*^{(T)}(\eta = 0)$ по формуле (8б) дает $Q_*^{(T)}(\eta = 0) = 60$ нКл ($P_0 = 12$ МВт, $R_n = 625$ Ом/см², $\alpha L = 0.4$). Поэтому пороговый заряд в на-

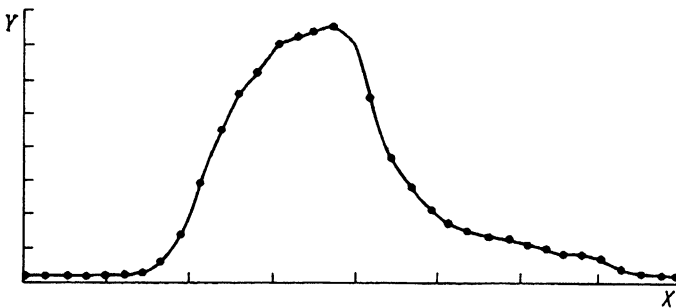


Рис. 4. Форма импульса тока пучка, измеренная цилиндром Фарадея. $\tau_{цф} < 6$ нс, $I_{\max} = 0.47$ А, $Y = I(t)$, $X = t$, метки времени нанесены через 14 нс.

шем эксперименте, рассчитанный по измерениям функции распределения, при $\eta = 0.19$ должен быть равным $Q_{\text{пор}}^{\mathcal{E}} = \zeta_{\ominus} \cdot Q_*^{(T)}(\eta = 0)/(1 - \eta) \simeq 74$ нКл. Такое совпадение последней оценки с полученной выше из данных измерений среднего тока ($Q_{\text{пор}}^{(\ominus)} = 76$ нКл) следует считать удовлетворительным, особенно ввиду отличия реальной формы импульса от прямоугольной, для которой нами были получены формулы (8а) и (8б). О колоколообразной форме токового импульса свидетельствуют, в частности, прямые измерения этой формы цилиндром Фарадея (с постоянной времени не более 6 нс). Как следует из результатов этих измерений приведенных на рис. 4, длительность импульса на половине его максимальной высоты ($\tau_{\text{н}} \sim 140$ нс) оказывается при этом меньшей эффективной длительности, рассчитанной по заданной величине среднего тока ($\bar{I} = 3.8$ мкА) и измеренной тем же током амплитуды тока ($I_{\text{н}} \simeq 0.47$ А): $\tau_{\text{эфф}} \simeq 160$ нс. Основным источником этого отличия является “пьедастал” на заднем фронте импульса (рис. 4), который отражается также и в появлении резкого максимума функции распределения по энергиям вблизи $\mathcal{E} \simeq \mathcal{E}_{\min}$ (рис. 3), не предсказываемого формулой (8в).

Заключение

Суммируя материалы изложенного выше анализа, его основные результаты можно сформулировать следующим образом: проведено полномасштабное комплексное (аналитическое и численное) теоретическое моделирование поперечной и продольной динамики интенсивности пучка электронов, ускоряемого в секционированном ЛУЭ в режиме запасенной энергии; выполнены экспериментальные измерения параметров и характеристик короткоимпульсного пучка электронов, ускоряемого в том же режиме в ускорителе ЛУЭ-300 ХФТИ при значении заряда пучка в импульсе, соответствующем порогу развития поперечной неустойчивости; на основе сопоставления данных эксперимента с результатами теоретических расчетов установлено наличие удовлетворительного качественного и количественного согласия между ними.

Главный вывод из анализа совокупности перечисленных результатов сводится к утверждению, что в условиях проведенного нами эксперимента предельный заряд ускоряемого макросгустка (в каждом импульсе)

ограничен выбросом пучка на стенки ускоряющей структуры за счет развития поперечной неустойчивости. Поэтому для повышения величины этого заряда необходимо использовать ускоряющие структуры, обеспечивающие подавление аксиально-несимметричных колебаний, дефокусирующих пучок. К их числу относятся, как известно, классическая структура с постоянным градиентом типа применяемых в Стэнфорде, структура со ступенчато-однородным профилем коэффициента нагружения, разработанные для ЛУЭ-2000 ХФТИ [10], а также структура с набегом фазы поля на ячейку $\Psi_{01} \simeq 4\pi/3$ [11], обеспечивающая не только повышение запасенной энергии, но поперечную фокусировку пучка.

Список литературы

- [1] *Буриштейн Э.Л., Воскресенский Г.В.* Линейные ускорители электронов с интенсивными пучками. М.: Атомиздат, 1970.
- [2] *Lapostolle P.M., Septier A.L.* Linear Accelerators. Amsterdam: N-H-Publ. Comp., 1970.
- [3] *Лебедев А.Н., Шальнов А.В.* Основы физики и техники ускорителей. М.: Энергоатомиздат, 1991.
- [4] *Балакин В.Е., Кооп Н.А., Новохатский А.В., Смирнов В.Н.* // Динамика пучка ВЛЭПП. Тр. VI Всесоюз. совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1979. Т. 1. С. 143–145.
- [5] *Ажиппо В.А., Айзацкий Н.И., Гончар В.П. и др.* // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Техника физ. эксперимента. Харьков, 1985. Вып. 2(23). С. 54–55.
- [6] *Neri F., Glückstern R.L.* // Proc. of the 1989 IEEE Part. Accel. Conf. Vol. 2. P. 812–814.
- [7] *Буляк Е.В., Курилко В.И., Мондрус И.Н., Папкович В.Г.* // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Ядерно-физ. иссл. (теория и эксперимент). Харьков, 1991. Вып. 3(21). С. 45–48.
- [8] *Glückstern R.L., Cooper R.K.* // Part. Accel. 1985. Vol. 16. N 3. P. 125–128.
- [9] *Вишняков В.А., Гришаев И.А., Зыков А.И.* // ЖТФ. 1966. Т. 36. Вып. 11. С. 2091–2093.
- [10] *Биллер Е.З., Вишняков В.А., Довбня А.Н.* // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Техника физ. эксперимента. М., 1988. Вып. 1(36). С. 3–7.
- [11] *Айзацкий Н.И., Биллер Е.З., Волобуев В.В. и др.* // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Ядерно-физ. иссл. (теория и эксперимент). Харьков, 1991. Вып. 3(21). С. 16–18.

Харьковский физико-технический институт

Поступило в Редакцию
3 августа 1992 г.
В окончательной редакции
3 декабря 1992 г.