

01;05;10  
 © 1993 г.

## СРЕДНЕКВАДРАТИЧНЫЙ УГОЛ ОТКЛОНЕНИЯ УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ ЧЕРЕЗ ОРИЕНТИРОВАННЫЕ КРИСТАЛЛЫ

*M.X.Хоконов*

Рассчитаны угловые распределения электронов, прошедших через кристаллы вдоль основных кристаллографических осей методом численного моделирования процесса на ЭВМ. Показано, что среднеквадратичные углы отклонения при этом существенно превышают аналогичную величину в аморфной среде даже для относительно толстых кристаллов. Показано также, что в ряде случаев в легких кристаллах угловые распределения на выходе могут иметь большую полуширину, чем в тяжелых. По угловым распределениям на выходе можно судить о числе электронов, находящихся в канале на данной глубине.

Большое количество теоретических работ, связанных с прохождением ультрарелятивистских электронов через ориентированные кристаллы, посвящено расчету функции деканализования [1–3]. Измеряемой в экспериментах величиной, однако, является не функция деканализования, а угловое распределение частиц на выходе из кристалла. Кроме того, угловые характеристики электромагнитного излучения, возникающего при этом [4], с точностью до фактора  $(1 - v^2/c^2)^{1/2}$  (где  $v$  — скорость электрона) повторяют угловое распределение самих электронов. В данной работе приводятся результаты расчетов угловых распределений методом численного моделирования процесса на ЭВМ.

Хорошо известно, что если пучок быстрых заряженных частиц падает на кристалл под некоторым углом  $\vartheta$  к кристаллографической оси, таким что  $\vartheta > \vartheta_L$  (здесь  $\vartheta_L$  — критический угол Линдхарда), то угловое распределение на выходе имеет форму “колец” (“doughnuts scattering” [5,6]). Теоретический анализ [7–9] показывает, что появление “колец” связано с когерентным рассеянием на атомных цепочках квазиканализированных электронов с сохранением поперечной энергии. Другим механизмом рассеяния, влияющим на эволюцию углового распределения со временем, является некогерентное многократное рассеяние на отдельных атомах кристалла, что приводит к размыванию “колец”.

В настоящей работе мы рассматриваем наиболее важный на практике случай, когда налетающий пучок обладает азимутальной симметрией относительно атомной оси. Тогда эволюция углового распределения со

временем после достижения статистического равновесия определяется только некогерентным рассеянием с изменением поперечной энергии. Как будет показано ниже, и в этом случае влияние непрерывного потенциала атомной цепочки является существенным, даже если толщина кристалла  $z$  значительно превышает характерные глубины деканализирования  $z_d$ . Последняя определяется как глубина, на которой среднеквадратичный угол многократного рассеяния в аморфной среде

$$\vartheta_R^2 = \frac{z}{L} \left( \frac{E_s}{E} \right)^2 \quad (1)$$

сравнивается с квадратом критического угла Линдхарда  $\vartheta_L^2 = 4Ze^2/dE$ . Здесь  $Z$  — атомный номер вещества,  $d$  — расстояние между атомами в цепочке,  $E$  — энергия электрона,  $L$  — радиационная длина,  $E_s \approx 21$  МэВ.

В приближении равномерного распределения электронов по угловым моментам единственным интегралом поперечного движения является поперечная энергия  $\varepsilon$  [10]. Тогда угловое распределение канализированных и надбарьерных частиц определяется формулой [11]

$$\frac{dn}{2\theta d\theta} = \pi E \int \frac{F(\varepsilon = E\theta^2/2 + U(r), z)}{S(\varepsilon = E\theta^2/2 + U(r))} r dr, \quad (2)$$

где  $\vartheta$  — угол относительно атомной цепочки;  $F(\varepsilon, z)$  — распределение электронов по поперечным энергиям на глубине  $z$ ;  $S(\varepsilon)$  — площадь, доступная электрону при поперечном движении;  $U(r)$  — потенциал атомной цепочки.

Для надбарьерных частиц  $S(\varepsilon) = S_0$  — площадь, приходящаяся на одну цепочку.

Согласно формуле (2), угловое распределение в тонком кристалле, где многократным рассеянием можно пренебречь, определяется непрерывным потенциалом цепочки  $U(r)$ . Так, пучок, параллельный атомной оси, по выходе из тонкого кристалла будет иметь расходимость порядка критического угла канализирования  $\delta\theta \sim \vartheta_L$ . Таким образом, в относительно тонких кристаллах  $z < z_d$  полуширина углового распределения на выходе ориентированного кристалла будет существенно превышать аналогичную величину в аморфной среде.

Численное моделирование процесса многократного рассеяния электронов в аксиальном канале проводилось нами по схеме, аналогичной в работах [12–14]. Сечения некогерентного рассеяния на отдельных атомах вычислялись в первом борновском приближении. Сечение неупругого рассеяния в канале превышает ту же величину в аморфной среде в  $S_0/S(\varepsilon)$  раз.

На рис. 1 показано угловое распределение электронов с энергией 10 ГэВ, прошедших через кристаллы кремния толщиной 400 и 800 мкм вдоль оси (111). Кривая 1 показывает вклад канализированных частиц, кривая 2 соответствует надбарьерным электронам с поперечными энергиями  $0 < \varepsilon < 0.5U_m$ , где  $U_m$  — глубина потенциального барьера. Суммарный потенциал от многих атомных цепочек имеет сложную топологию, поэтому общепринятое определение канализированных электронов как частиц с отрицательной поперечной энергией не однозначно. Имеет смысл считать канализированными те частицы, доступная поперечная область для которых  $S(\varepsilon)$  меньше, чем площадь, приходящаяся на

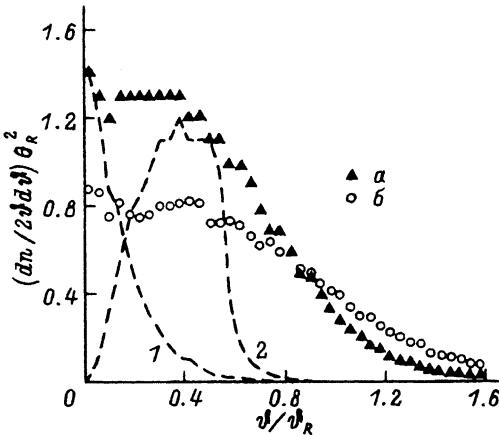


Рис. 1. Угловые распределения электронов с энергией 10 ГэВ, прошедших через кристалл кремния (111) толщиной 400 (а) и 800 мкм (б). 1 — вклад от канализированных электронов с  $\epsilon < 0$ , 2 — вклад от надбарьерных электронов с поперечными энергиями  $0 < \epsilon < 0.5 \cdot U_m$ ,  $U_m$  — глубина потенциальной ямы. Углы даются в единицах среднего угла многократного рассеяния в аморфной среде (1), вычисленного для 800 мкм:  $\vartheta_R = 1.8 \cdot 10^{-4}$  рад. Начальная расходимость пучка  $0.2 \cdot \vartheta_L$ .

одну цепочку  $S_0$ . Характерной особенностью угловых распределений аксиально-канализированных частиц является наличие линейного участка в области относительно малых углов  $\vartheta < \vartheta_L$  и экспоненциального спада при  $\vartheta > \vartheta_L$ .

Число частиц в канале на данной глубине  $N_{ch}(z)$  не является непосредственно измеряемой величиной. На рис. 2 показана зависимость числа электронов с энергией 1 ГэВ, вылетающих из кристалла алмаза (110) с определенными углами относительно атомной цепочки. Кривая 1 показывает число электронов, вылетающих из кристалла с углами, меньшими критического угла Линдхарда  $\vartheta < \vartheta_L$ . Из рис. 2 видно, что для алмаза число электронов в канале примерно равно числу электронов, вылетающих из кристалла с углами, меньшими половины угла Линдхарда  $\vartheta < 0.5 \cdot \vartheta_L$ . Из того же рисунка следует, что примерно 60% электронов с  $\vartheta < 0.5 \cdot \vartheta_L$  находятся в канале (кривая 2 на рис. 2).

В кристалле кремния число электронов с энергией 1 ГэВ и находящихся в канале составляет примерно половину от числа электронов с углами вылета  $\vartheta < 0.5 \cdot \vartheta_L$  (рис. 3), причем, как это следует из рис. 4, это соотношение не меняется с изменением энергии пучка. С увеличением

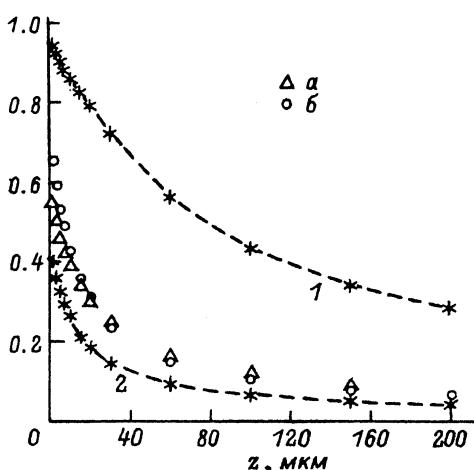


Рис. 2.

Число электронов с энергией 1 ГэВ и с углами вылета из кристалла меньшими критического угла Линдхарда  $\vartheta < \vartheta_L$  в зависимости от толщины  $z$  для алмаза (110). 2 — число электронов с  $\vartheta < 0.5 \cdot \vartheta_L$  и одновременно находящихся в канале. Начальная угловая расходимость пучка  $0.2 \cdot \vartheta_L$ . а — число электронов на выходе с углами  $\vartheta < 0.5 \cdot \vartheta_L$ , б — число электронов в канале на данной глубине.

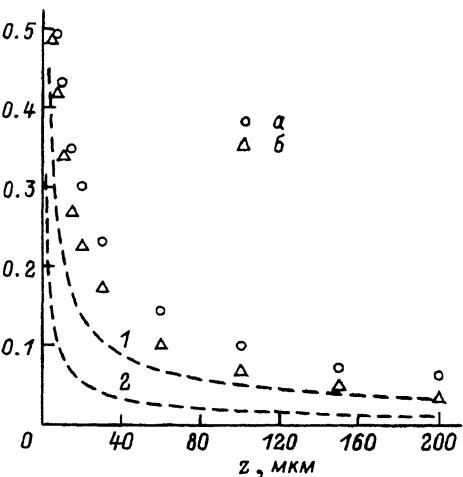


Рис. 3. Зависимость числа электронов с энергией 1 ГэВ в канале от глубины.

1 — кремний (111), 2 — германий (110); а — число электронов с углами вылета  $\varphi < 0.5 \cdot \vartheta_L$  для кремния, б — для германия. Расходимость пучка на входе  $0.2 \cdot \vartheta_L$ .

нием атомного номера кристалла отношение числа электронов в канале к числу электронов с углами вылета, меньшими половины угла Линдхарда, уменьшается. Так, в германии (рис. 3) это отношение составляет примерно  $\sim 0.25$ .

Среднеквадратичный угол отклонения электронов в результате прохождения через кристалл есть

$$\langle \vartheta^2(z) \rangle = \int \vartheta^2 n(\vartheta, z) 2\vartheta d\vartheta, \quad (3)$$

где

$$n(\vartheta, z) = \frac{dn}{2\vartheta d\vartheta}$$

можно вычислить по формуле (2) или определить путем численного моделирования на ЭВМ.

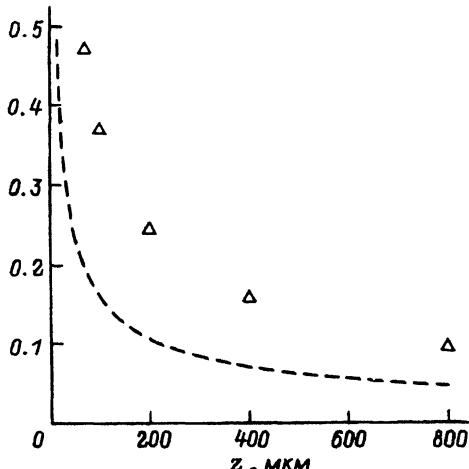


Рис. 4.

Штриховая линия — число электронов с энергией 10 ГэВ в канале (111) кремния, значки — число электронов с углами вылета  $\vartheta < 0.5 \cdot \vartheta_L$  на данной толщине. Начальная угловая расходимость пучка  $0.2 \cdot \vartheta_L$ .

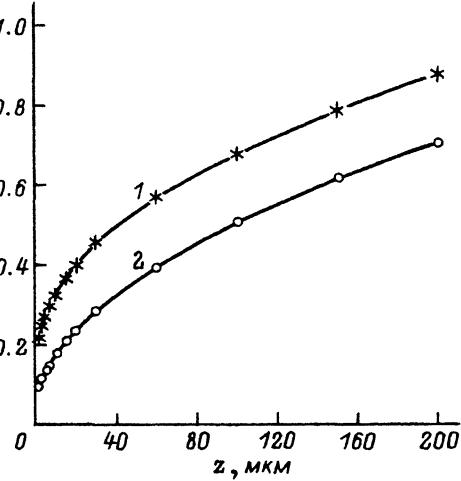


Рис. 5. Зависимость корня квадратного из среднеквадратичного угла отклонения на выходе от толщины кристалла для электронов с энергией 1 ГэВ, прошедших через кремний.

1 — вдоль оси  $\langle 111 \rangle$ , 2 — случай разориентированного кристалла. Углы даются в мрад. Угловая расходимость пучка  $0.2 \cdot \vartheta_L$ .

Сравнение результатов расчета корня квадратного из среднеквадратичного отклонения электронов при вылете из ориентированного кристалла с аналогичной величиной в аморфной среде (в последнем случае это есть средний угол многократного рассеяния в аморфной среде) показано на рис. 5. Видно существенное превышение этой величины для ориентированного кристалла по сравнению со случаем аморфной среды, особенно для тонких мишней. Однако вид зависимости от толщины мишени для обоих случаев один и тот же  $\langle \vartheta^2 \rangle \sim z$ . Обе кривые на рис. 5 получены нами численным моделированием на ЭВМ.

Результаты расчетов зависимости среднеквадратичного угла отклонения от глубины проникновения для различных кристаллов показаны на рис. 6. Средний угол отклонения  $\langle \vartheta^2 \rangle^{1/2}$  дается в абсолютных единицах. Интересным является то обстоятельство, что в кристаллах с меньшим атомным номером средний угол отклонения в ряде случаев может быть больше (ср. кривые 2 и 3 на рис. 6), тогда как в аморфной среде с точностью до логарифмического фактора  $\langle \vartheta^2 \rangle \sim Z^2$ .

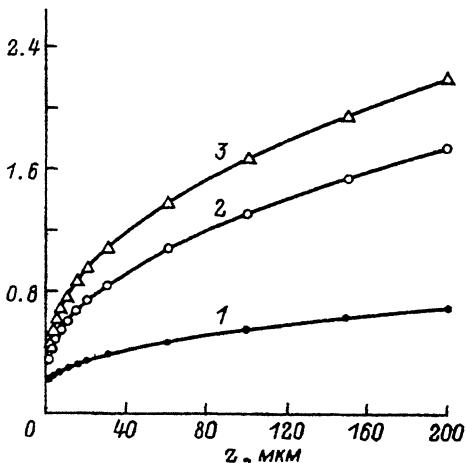


Рис. 6. Зависимость корня квадратного из среднеквадратичного угла отклонения (мрад) на выходе от толщины кристалла для электронов с энергией 1 ГэВ.

1 — для алмаза  $\langle 110 \rangle$ , 2 — германий  $\langle 110 \rangle$ , 3 — никель  $\langle 110 \rangle$ . Начальная расходимость пучка во всех случаях  $0.2 \cdot \vartheta_L$ .

## Выводы

Если первоначальный пучок электронов с малой угловой расходимостью  $\delta\vartheta < \vartheta_L$  падает на кристалл вдоль кристаллографической оси, то полуширина углового распределения на выходе превышает эту же величину для аморфной среды. В тонких кристаллах  $z \ll z_d$  превышение составляет  $\sim 2$  и уменьшается по мере увеличения толщины мишени; характерной особенностью в угловых распределениях является наличие линейного участка в области углов  $\vartheta < \vartheta_L$  и экспоненциального спада при  $\vartheta > \vartheta_L$ ; в ряде случаев полуширина углового распределения в более тяжелых кристаллах с заданной толщиной может быть меньше, чем в легких; угловое распределение канализированной части пучка имеет резкий максимум при  $\vartheta = 0$  с полушириной  $\delta\vartheta \sim 0.25 \cdot \vartheta_L$ ; измеряя число электронов с углами вылета меньшими половины критического угла Линдхарда  $N(\vartheta < 0.5 \cdot \vartheta_L) \equiv N_1$ , можно судить о числе электронов в канале  $N_{ch}$ , для алмаза  $N_{ch} \cong N_1$ , для кремния  $N_{ch} \cong 0.5 \cdot N_1$ , для германия  $N_{ch} \cong 0.25 \cdot N_1$ .

## Список литературы

- [1] Белошицкий В.В., Кумахов М.А. // ЖЭТФ. 1982. Т. 82. Вып. 2. С. 462–472.
- [2] Телегин В.И., Хоконов М.Х. // ЖЭТФ. 1982. Т. 83. Вып. 1 (7). С. 260–274.
- [3] Khokonov M.Kh., Nitta H. // Phys. Stat. Sol. 1990. Vol. B159. P. 589–595.
- [4] Kumakhov M.A. // Phys. Lett. 1976. Vol. A57. P. 17–18.
- [5] Kudrin V.V., Vorobiev S.A. // Rad. Eff. 1975. Vol. 25. P. 119–125.
- [6] Andersen S.K., Fich O., Nielson H. et.al. // Nucl. Phys. 1980. Vol. B167. P. 1–23.
- [7] Белошицкий В.В., Кумахов М.А. // ФТТ. 1973. Т. 15. С. 1688–1692.
- [8] Golouchenko I.A. // Phys. Rev. 1976. Vol. B13. P. 4672–4677.
- [9] Телегин В.И., Канлоев А.М., Кунгуров Ф.Р. // ЖТФ. 1991. Т. 61. Вып. 1. С. 117–123.
- [10] Хоконов М.Х., Тугуз Ф.К. // ЖТФ. 1989. Т. 59. Вып. 1. С. 77–79.
- [11] Хоконов А.Х., Хоконов М.Х. // ЖТФ. 1989. Т. 59. Вып. 1. С. 163–165.
- [12] Kononets Yu.V., Ryabov V.A. // Nucl. Inst. Meth. 1990. Vol. B48. P. 269–273.
- [13] Kononets Yu.V., Ryabov V.A. // Nucl. Inst. Meth. 1990. Vol. B48. P. 274–277.
- [14] Хоконов М.Х., Тугуз Ф.К. // ЖТФ. 1993. Т. 63. Вып. 4. С. 14–20.

Кабардино-Балкарский университет  
Нальчик

Поступило в Редакцию  
28 сентября 1992 г.