

01;04;12

©1993 г.

О МИНИМАЛЬНОЙ ПОТРЕБЛЯЕМОЙ МОЩНОСТИ ОБМОТКИ ТОРОИДАЛЬНОГО ПОЛЯ

В.В. Филатов

Рассматриваются вопросы оптимизации резистивных обмоток тороидального поля по потребляемой мощности, приводятся оптимальные распределения тока для обмоток с катушками различной геометрии, а также формулы для расчета их параметров.

Введение

Резистивные электромагнитные системы больших токамаков предназначены для получения сильных магнитных полей в режимах длительных импульсов, близких к стационарным [1,2]. При этом значительная часть потребляемой мощности таких систем приходится на обмотку тороидального поля (ОТП). Задача оптимизации размеров ОТП, состоящей из катушек биттеровского типа, рассмотрена в работе [3].

Данная работа посвящена оптимизации распределения тока и расчету минимальной потребляемой мощности ОТП.

Оптимальное распределение тока в многослойном торе

Рассмотрим ОТП, состоящую из n тороидальных слоев (рис. 1), сплошных в направлении большого обхода тора и не связанных по току. Тороидальное магнитное поле на оси составляет [4]

$$B_0 = k \sum_{i=1}^n I_i,$$

где $k = \mu_0 / (2\pi r_0)$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн, r_0 — большой радиус тора, I_i — ток i -го слоя.

Наименьшая потребляемая мощность обмотки P^* и оптимальные токи в соленоидах определяются при заданном значении B_0 следующими соотношениями [5,6]:

$$P^* = \frac{B_0^2}{k^2 \sum_{i=1}^n 1/R_i}, \quad (1)$$

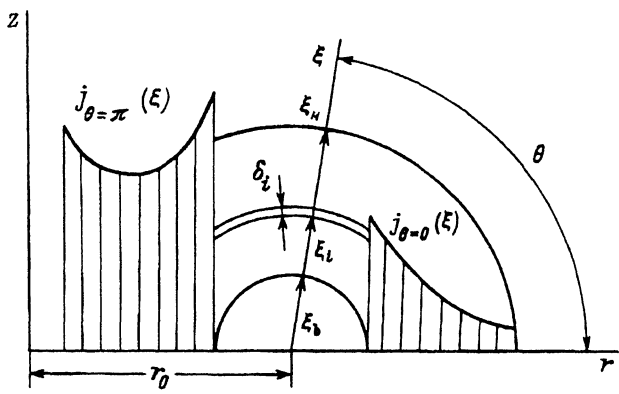


Рис. 1. Многослойный тор и оптимальное распределение тока при $A = 3.5$.

$$I_i^* = \frac{kP^*}{R_i B_0}, \quad (2)$$

где R_i — электрическое сопротивление i -го слоя.

Для тонкого тора, имеющего конечную постоянную толщину δ_i и малый радиус ξ_i , с учетом $r_i = r_0 + \xi_i \cos \theta$ получим

$$R_i = \int_0^{2\pi} \frac{\rho \xi_i d\theta}{2\pi r_i \delta_i \lambda} = \frac{\rho \xi_i}{\lambda \delta_i \sqrt{r_0^2 - \xi_i^2}}, \quad (3)$$

где ρ — удельное электросопротивление проводника, λ — коэффициент заполнения сечения слоя проводником, θ — угловая координата по малому обходу тора.

Геометрия толстого тора с внутренним малым радиусом ξ_b и наружным малым радиусом ξ_n характеризуется безразмерными величинами $a = \xi_n / \xi_b$ и $A = r_0 / \xi_b$, причем $a \leq A$. Переходя к пределу при $\delta_i \rightarrow 0$, $n \rightarrow \infty$ и интегрируя, найдем по формулам (1), (3) минимальную потребляемую мощность такой ОТП

$$P^* = \frac{(2\pi B_0 r_0)^2 \rho}{\mu_0^2 \lambda \xi_b \Psi}, \quad (4)$$

где

$$\Psi = \sqrt{A^2 - a^2} - \sqrt{A^2 - 1} + A \ln \left[a \frac{A + \sqrt{A^2 - 1}}{A + \sqrt{A^2 - a^2}} \right].$$

При этом оптимальное распределение плотности тока с учетом (2)-(4) имеет вид (рис. 1)

$$j^*(\xi, \theta) = \frac{B_0 r_0}{\mu_0 \lambda \xi_b \Psi} \frac{\sqrt{r_0^2 - \xi^2}}{\xi (r_0 + \xi \cos \theta)}. \quad (5)$$

Определим коэффициент энергетической эффективности тороидальной обмотки с распределением тока (5) при фиксированном внутреннем радиусе ξ_b

$$G^* = \frac{B_0}{\sqrt{\frac{P^* \lambda}{\xi_b \rho}}} = \frac{\mu_0}{2\pi A} \sqrt{\Psi}.$$

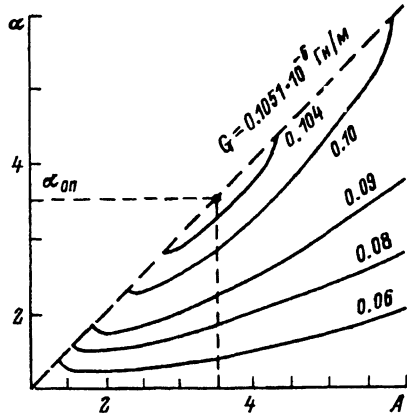


Рис. 2. Зависимость энергетической эффективности $G^*(A, a)$ для тора.

Зависимость $G^*(a, A)$ представлена на рис. 2. Минимальная потребляемая мощность ОТП соответствует наибольшему коэффициенту $G_{\max}^* = 0.1051 \cdot 10^{-6}$ Гн/м при $A_{\text{оп}} = a_{\text{оп}} = 3.5$, а значение минимума мощности для обмотки с оптимальным распределением (5) на 7% меньше, чем для обмотки биттеровского типа с распределением $j(\xi, \theta = \pi) \sim 1/\xi$ [3]. Отметим, что заданное распределение плотности тока может быть обеспечено в конструкциях с послышной намоткой при соответствующем профилировании сечения проводника [7].

Оптимальное распределение тока в ОТП с кольцевыми катушками постоянного прямоугольного сечения

В реальных конструкциях обмотка состоит из N отдельных катушек, равномерно размещенных по большому обходу тора. Приведем оптимальные параметры ОТП, найденные изложенным выше методом.

Известно, что для длинного прямого соленоида, создающего однородное поле, оптимальным является биттеровское распределение тока. Оно

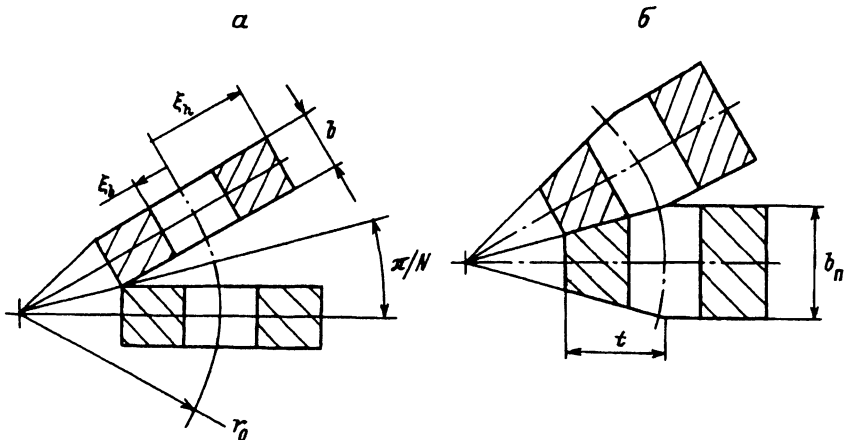


Рис. 3. ОТП с кольцевыми катушками.
 а — постоянного прямоугольного сечения, б — клиновидного сечения.

оказалось оптимальным и для ОТП с кольцевыми катушками постоянно-прямоугольного сечения (рис. 3,а), ширина которого b ,

$$j_1^*(\xi) = \frac{2\pi B_0 r_0}{\mu_0 \lambda b N \ln a} \frac{1}{\xi}. \quad (6)$$

Этому соответствует минимальная мощность всей ОТП

$$P_1^* = \frac{8\pi^3 \rho (B_0 r_0)^2}{\mu_0^2 \lambda b N \ln a}.$$

Минимальное число катушек определяется предельно допустимой неоднородностью тороидального поля. При $N \geq 12$ суммарная ширина катушек $b \cdot N = 2\xi_b (A - a) N \operatorname{tg}(\pi/N)$ и мощность практически не зависят от N , причем $\lim_{N \rightarrow \infty} N \operatorname{tg}(\pi/N) = \pi$. Энергетическая эффективность обмотки составляет

$$G_1^* = \frac{\mu_0}{2\pi A} \sqrt{(A - a) \ln a}.$$

Максимальное значение $G_{1\max}^* = 0.0607 \cdot 10^{-6}$ Гн/м достигается при $A_{1\text{оп}} = 5.4$ и $a_{1\text{оп}} = 2.7$. При этом минимум мощности в 1.9 раз больше, чем для сплошного тора тех же размеров.

Оптимальное распределение тока в ОТП с кольцевыми катушками клиновидного сечения

На практике катушки ОТП выполняют клиновидными для увеличения их поперечного сечения и восприятия центростремительных электромагнитных нагрузок (арочный распор). Для клиновидной кольцевой катушки (рис. 3,б), имеющей длину клина t и полную ширину $b_n = 2(r_0 - \xi_n + t) \operatorname{tg}(\pi/N)$, оптимальное распределение тока имеет вид

$$J_2^*(\xi, \theta = 0) = \frac{2\pi B_0 r_0}{\mu_0 \lambda b_n N J} \frac{1}{\xi \Phi(\xi)},$$

где

$$\Phi(\xi) = \frac{\pi/2 - \omega}{r_0 - \xi_n + t} + \frac{1}{\sqrt{r_0^2 - \xi^2}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{r_0^2 - \xi^2} \operatorname{tg} \omega}{r_0 - \xi},$$

$$J = \int_{\xi_b}^{\xi_n} \frac{d\xi}{\xi \Phi(\xi)}; \quad \omega = 0.5 \arccos[(\xi_n - t)/\xi].$$

Потребляемая мощность ОТП составляет

$$P_2^* = \frac{B_0^2 \rho \xi_b}{\lambda G_2^{*2}},$$

а энергетическая эффективность равна

$$G_2^* = \frac{\mu_0}{2\pi A} \sqrt{\pi J / (2\xi_b)}.$$

Значения оптимальных параметров для катушек клиновидного сечения ($t = 0 - 2\xi_h$) рассчитываются численным интегрированием и находятся в интервалах $A = 3.5 - 5.4$, $a = 3.5 - 2.7$. При увеличении длины клина t потребляемая мощность ОТП быстро снижается, приближаясь при $N \rightarrow \infty$ и $t \rightarrow 2\xi_h$ к значению мощности (4) для многослойного сплошного тора. Так, энергетическая эффективность обмотки из полуклиньев ($t = \xi_h$) при $A = a = 3.5$ составляет $G_2^* = 0.1026 \cdot 10^{-6}$ Гн/м, а ее мощность всего на 5% больше, чем у тора.

Минимальная потребляемая мощность витка со смещенным внутренним отверстием

Потребляемая мощность ОТП снижается при увеличении толщины катушек в наружной части обмотки, что предусмотрено, например, в проекте СИТ [8].

Рассмотрим кольцевую одновитковую катушку со смещенным внутренним отверстием, радиус которого ξ_b и координата центра r_0 (рис. 4). Если ξ_h — наружный радиус кольца, а r_h — координата его центра, то $h = (r_0 - \xi_b) - (r_h - \xi_h)$ — наименьшая толщина катушки во внутренней части ОТП. При фиксированных значениях r_0 , ξ_b , h мощность минимальна при $r_h \rightarrow \infty$, $\xi_h \rightarrow \infty$.

В случае, когда ширина витка $b = 2(r_0 - \xi_b - h) \operatorname{tg}(\pi/N)$ постоянна, естественное распределение тока в витке определяется решением уравнения Лапласа для электрического потенциала φ в плоской геометрии $\partial^2\varphi/\partial r^2 + \partial^2\varphi/\partial z^2 = 0$ при смешанных краевых условиях, когда заданы постоянные значения потенциалов 0 и U на границах разреза в наружной части витка, а другие поверхности электроизолированы ($\partial\varphi/\partial\bar{n} = 0$). В частном случае $r_h = 0.5 [(r_0^2 - \xi_b^2)/(r_0 - \xi_b - h) + (r_0 - \xi_b - h)]$, $\xi_h = 0.5 [(r_0^2 - \xi_b^2)/(r_0 - \xi_b - h) - (r_0 - \xi_b - h)]$ удается получить простое решение. Однако для толстого витка ($h > \xi_b$) этот случай удовлетворяет условиям $r_h \gg \xi_b$, $\xi_h \gg \xi_b$ и соответствует минимальной мощности витка. С помощью конформного отображения

$$\nu + i\eta = f(r + iz) = \ln \frac{r + iz + 1}{r + iz - 1}$$

кольцо со смещенным внутренним отверстием преобразуется в прямоугольник [9,10]. При этом уравнение Лапласа в плоской геометрии сохра-

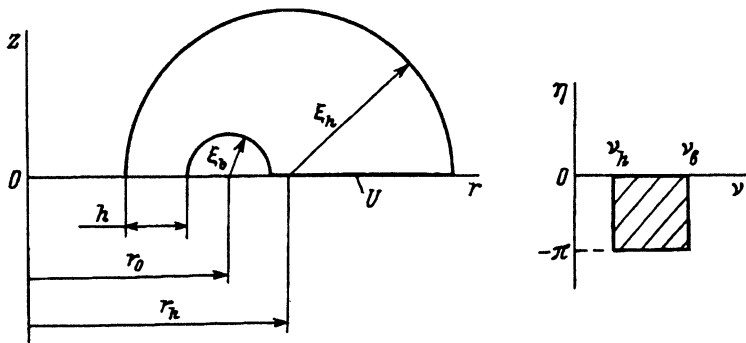


Рис. 4. Виток со смещенным внутренним отверстием.

няет свой вид в новой системе координат (ν, η) . Системы связаны между собой следующими соотношениями:

$$\nu = 0.5 \ln \frac{(r+q)^2 + z^2}{(r-q)^2 + z^2}; \quad r = \frac{q \operatorname{sh} \nu}{\operatorname{ch} \nu + \cos \eta};$$

$$\eta = \operatorname{arctg} \frac{z}{r-q} - \operatorname{arctg} \frac{z}{r+q}; \quad z = \frac{q \sin \eta}{\operatorname{ch} \nu + \cos \eta},$$

где $q = \sqrt{r_0^2 - \xi_B^2}$.

Решение для потенциала не зависят от ν : $\varphi(\eta) = U\eta/(2\pi)$. Линии равного потенциала $\eta = \operatorname{const}$ определяются в координатах (r, z) дугами окружностей, проходящих через точки $(-q, 0)$ и $(q, 0)$, а линии тока $\nu = \operatorname{const}$ — окружностями с центрами в точках $(q \operatorname{cth} \nu, 0)$ и радиусами, равными $q/\operatorname{sh} \nu$. Граничные окружности кольца соответствуют постоянным значениям $\nu_B = \operatorname{arsh}(q/\xi_B)$ и $\nu_h = \operatorname{arsh}(q/\xi_h)$. Ток в витке составляет

$$I = \frac{\lambda b}{\rho} \int_{\nu_h}^{\nu_B} (\partial\varphi/\partial\eta)_{\eta=0} d\nu = \lambda b U (\nu_B - \nu_h) / (2\pi\rho).$$

При заданном значении тороидального поля на оси B_0 нормирование потенциала дает потребляемую мощность ОТП

$$P = IUN = \frac{8\pi^3 \rho (B_0 r_0)^2}{\mu_0^2 \lambda b N [\operatorname{arsh}(q/\xi_B) - \operatorname{arsh}(q/\xi_h)]}.$$

Нарращивание толщины витков в наружной части ОТП при постоянной ширине витков дает в пределе снижение потребляемой мощности на 24% по отношению к минимуму для обмотки с кольцевыми катушками постоянного сечения и распределением тока (6).

В случае тороидальной геометрии витка со смещенным внутренним отверстием уравнение Лапласа имеет специфическое общее решение [11], которое при смешанных краевых условиях не позволяет найти распределение потенциала и тока аналитически. Приближенный метод решения задачи для $A \gg 1$ изложен в работе [12]. Используя этот метод, получим оценку потребляемой мощности для такого тора

$$P^* = \frac{(2\pi B_0 r_0)^2 \rho}{\mu_0^2 \lambda F},$$

где

$$F = q \ln \frac{(q/\xi_B) + \sqrt{(q/\xi_B)^2 + 1}}{(q/\xi_h) + \sqrt{(q/\xi_h)^2 + 1}}; \quad q = \sqrt{r_0^2 - \xi_B^2}.$$

При этом резистивные потери на 29% ниже, чем для обычного тора с битеровским распределением тока.

Относительная потребляемая мощность обмоток, рассмотренных в данной работе, приведена в таблице для $A = 5.4$, $a = 2.7$.

Форма катушек	Распределение тока	Сечение катушек		
		прямоугольное $t = 0$	клиновидное $t = \xi_n$	тор $t = 2\xi_n$
Кольцевая	Биттеровское	1.0		0.566
	Оптимальное	1.0	0.556	0.530
Виток со смещенным отверстием	Естественное растекание	0.760		0.405

ОТП, выполненная в виде тора с избыточной толщиной наружной части, разделенная по линиям тока на слои и оптимизированная по плотности тока, имеет минимально возможную потребляемую мощность.

Заключение

Потребляемая мощность ОТП может быть снижена при увеличении длины клина и полной ширины катушек, при наращивании наружной толщины катушек, а также при оптимизации распределения тока. При разбиении каждой катушки ОТП на несколько слоев по линиям тока, соответствующим растеканию в одновитковой катушке, резистивные потери не возрастают, поскольку в картину растекания тока не вносятся никаких возмущений. Если рассчитать электрические сопротивления слоев, то оптимальный ток в каждом из них определяется выражением (2), а минимальная мощность рассчитывается по формуле (1). Из расчета токов в слоях вытекает оптимальное распределение плотности тока, в соответствии с которым толщины слоев могут быть скорректированы, чтобы обеспечить одинаковый ток в каждом слое при их последовательном соединении. Это общий принцип оптимизации резистивных обмоток заданной конфигурации, работающих в стационарном режиме.

Коэффициент заполнения катушек проводником λ принимался в статье постоянным. Оптимизация заполнения обмотки с учетом ограничений по теплоотводу и механической прочности является отдельной комплексной задачей, требующей большого количества расчетов конкретных конструкций ОТП численными методами [13].

Следует отметить, что с ростом большого радиуса тора r_0 повышается, как правило, и тороидальное поле B_0 , заданное по физическим условиям удержания плазмы. Это также необходимо иметь в виду при оптимизации резистивных ОТП токамаков.

Автор выражает признательность С.Н.Садакову за ценные замечания при подготовке работы.

Список литературы

- [1] Глузик В.А., Моносзон Н.А., Чураков Г.Ф. // Изв. АН СССР. Сер. Энергетика и транспорт. 1975. № 6. С. 18-27.
- [2] Borass K., Soll M. // Proc. of the 9th Symp. on Eng. Problems of Fusion Research. Chicago, 1981. Vol. 1. P. 150-153.
- [3] Альтовский И.В., Григорьев О.В., Григорьян А.А. и др. // Атомная энергия. 1985. Т. 58. № 5. С. 336-341.
- [4] Том Р., Тарр Дж. Магнитные системы МГД генераторов и термоядерных установок. М.: Энергоатомиздат, 1985. 272 с.
- [5] Монтгомери Д. Получение сильных магнитных полей с помощью соленоидов. М.: Мир, 1971.

- [6] *Филатов В.В.* Вопросы атомной науки и техники. Сер. Электрофизическая аппаратура. 1993. Вып. 27. С. 41-49.
- [7] *Streibl B., Mukherjee J. Pohlchen R. et al.* // Proc. of the 9th Int. Conf. on Magnet Technology (MT-9). Zurich, 1985. P. 46-49.
- [8] *Pusateru J.A., Citrolo J.C.* // Proc. of the 13th IEEE Symp. on Fusion Engineering, Knoxville, 1989. Vol. 2. P. 1359-1362.
- [9] *Карслоу Г., Егер Д.* Теплопроводность твердых тел. М.: Наука. 1964. 488 с.
- [10] *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике. М.: Наука. 1984. 832 с.
- [11] *Анго А.* Математика для электро- и радиоинженеров. М.: Наука. 1964. 772 с.
- [12] *Дойников Н.И.* // ЖТФ. 1964. Т. 34. Вып. 4. С. 762-763.
- [13] *Астапкович А.М., Дойников Н.И., Кривченко Ю.М. и др.* // Докл. III Всесоюз. конф. по инженерным проблемам термоядерных реакторов. М., 1984. Т. 2. С. 247-254.

Научно-исследовательский институт
электрофизической аппаратуры
им. Д.В.Ефремова
Санкт-Петербург

Поступило в Редакцию
8 октября 1992 г.
В окончательной редакции
17 мая 1993 г.