01;03
Журнал технической физики, т. 63, в. 10, 1993

АМПЛИТУДЫ КОНВЕКТИВНЫХ ВЕЛИЧИН ПРИ ДОРЭЛЕЕВСКОЙ КОНВЕКЦИИ В ЖИДКИХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ

Е.Д.Эйдельман

В предыдущих работах [1,2] изучались условия возбуждения термической конвекции в жидких полупроводниках (полуметаллах).

Было показано, что в таких средах возможны условия, когда, кроме обычного подъемного механизма, обусловливаемого тепловым расширением (коэффициент β), важен учет действия термоэлектричества (коэффициент γ).

Для этого достаточно было решить задачу в линейном по отклонениям термодинамических (температуры T и давления p), гидродинамических (скорости $\mathbf{v}$) и электрических (напряженности $\mathbf{E}$ и концентрации заряда n) величин. Система уравнений, на основе которой строится теория амплитуд этих величин, представляет собой ту же систему, но с учетом нелинейных слагаемых $(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v}$ и $en_1\mathbf{E}_1/\rho_0$ в уравнении движения и $(\mathbf{v}\nabla)T_1$ в уравнении теплопроводности. Уравнения же неразрывности и электродинамики не изменяются

Как и в задаче о нахождении условий возбуждения, рассматривается модель бесконечного по направлениям x и y слоя, имеющего толщину d. Удобно считать границы ($z = 0$ и $z = d$) "свободными", как показано в [2], постановка граничных условий другого типа на качественные результаты не влияет. Как и при возбуждении обычной, без учета термоэлектричества, конвекции [3], возбуждение происходит стационарно, а зависимость от координат вертикальной компоненты скорости в линейном приближении имеет вид

$$v_z = V\sin(k_z z)\cos(k_x x + k_y y), \tag{1}$$

где $\mathbf{k}(k_x;\ k_y;\ k_z)$ определяет размеры возникающей ячейки $2\pi/\lambda_x$; $2\pi/\lambda_y$; π/d.

Сохраняются в линейном приближении и зависимости от координат величин T_1; v_x; v_y. При учете же термоэлектрического эффекта появляется еще и электрическое поле $\mathbf{E} = \gamma\nabla T$, компоненты которого должны удовлетворять граничным условиям, которые, как известно [4], заключаются в том, что касательные компоненты на поверхности жидкости отсутствуют $E_{1x} = E_{1y} = 0$, а нормальная компонента максимальна $\partial E_{1z}/\partial z = 0$.

Тогда при возбуждении возникают структуры электрических величин

$$en_1 = \mp V\sin(k_z z)\cos(k_x x + k_y y)\frac{\gamma A\varepsilon}{\varkappa}, \tag{2}$$

$$E_{1z} = \pm\frac{k_z V}{k^2}\cos(k_z z)\cos(k_x x + k_y y)\frac{\gamma A\nu}{\varkappa}, \tag{3}$$

$$E_{1x;y} = \mp k_{x,y} \frac{V}{k^2} \sin(k_z z) \sin(k_x x + k_y y) \frac{\gamma A \nu}{\varkappa}, \tag{4}$$

где кроме разъясненных уже обозначений введены ε, ν, $\varkappa$ — коэффициенты соответственно диэлектрической проницаемости, вязкости и температуропроводности жидкости; $A = |\nabla T_0| = (T_h - T_c)/d$ — отношение разности температур (T_h — нагретой, "горячей", и T_c — "холодной") поверхностей к толщине слоя; верхний знак соответствует подогреву снизу, а нижний — подогреву сверху, когда обычная конвекция невозможна.

Видно, что границы структур электрического поля совпадают с границами ячеек конвекции ("структур скорости"), а электрический заряд полностью "вморожен" и зависит от координат как v_z. На поверхности слоя возникает электрический заряд с поверхностной плотностью, зависящей от амплитуды и формы возникающих структур,

$$\sigma_e = \frac{\varepsilon \gamma A V}{\varkappa} \frac{k_z}{k^2} \cos(k_x x + k_y y). \tag{5}$$

Амплитуду V в линейном по отклонениям приближении найти невозможно. Рассмотрим поэтому нелинейную задачу с теми же граничными условиями. Все величины тогда получат дополнительные слагаемые, пропорциональные второй, третьей и т.д. степеням V. Далее, проделывая те же вычисления, что и в [1], получим, что v_z поправки второго порядка не имеет, а температура имеет.

Условия возбуждения во втором порядке малости

$$\mp(R - R_*) - (\varepsilon - \varepsilon_*)k^2 = \mp \frac{P^2 V^2}{8k^2} (R_* \pm \varepsilon_* k^2) \tag{6}$$

позволяет найти амплитуды величин, характеризующих состояние жидкости сразу после возбуждения. Числа Рэлея R и введенное в [1] число, характеризующее действие термоэлектрического механизма возбуждения ε, немного превышают свои значения в момент возбуждения — ε_* и R_*. Напомним, что

$$R = \frac{\beta g A d^4}{\varkappa \nu}, \quad \varepsilon = \frac{\varepsilon \gamma^2 A^2 d^2}{\rho \varkappa \nu} \tag{7}$$

(g — ускорение сил тяжести, ρ— плотность).

Уравнение (6) записано в безразмерном виде с единицами длины d и скорости ν/d, $P = \nu/\varkappa$. Легко вычислить и амплитуды дополнительных слагаемых, но формулы для них громоздки.

При граничных условиях другого типа полученный результат качественно не изменяется, но соответствует общему утверждению о пропорциональности амплитуд возникающих отклонений V корню квадратному из "надкритичности" [5]. Это верно как в "толстых" слоях $d \gg d_*$, подогреваемых снизу, где $V \sim (R - R_*)^{1/2}$, когда предобладает обычный рэлеевский подъемный механизм, так и в"тонких" слоях $d \ll d_*$ или при подогреве сверху с $V \sim (\varepsilon - \varepsilon_*)^{1/2}$, когда причиной является термоэлектричество. Сама величина

$$d_* = a \left(\frac{\varepsilon \gamma^2 \varkappa \nu}{\beta^2 g^2 \rho_0} \right)^{1/6} \tag{8}$$

с числовым множителем $a \simeq 5$ введена в [1]. На форму ячейки возникающее движение и поле влияют лишь в следующих порядках малости, т.е. возникает ячейка с отношением продольных размеров к поперечному около 4 при обычном механизме возбуждения [3] и около 3 при термоэлектрическом механизме. Итак, при преобладании термоэлектричества и неизменной температуре "холодной" поверхности T_c, но некотором превышении T_h ее значения T_h^*, необходимого для возбуждения неустойчивости, амплитуда записывается как

$$V_\varepsilon = 4\pi \frac{\varkappa}{d} \sqrt{\frac{T_h - T_h^*}{T_h^* - T_c}}; \quad V_\varepsilon = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} V_R \simeq 1.63 V_R, \tag{9}$$

где индекс показывает, какой механизм преобладает при возбуждении движения с этой амплитудой.

Таким образом, при одинаковых параметрах жидкости амплитуда, возбуждаемая термоэлектричеством, в 1.63 раз больше. В этих же условиях отношение конвективных величин и величины до возбуждения неустойчивости

$$\frac{|\nabla T_1|}{A} = \frac{E_1}{\gamma A} =$$

$$= 4\sqrt{\frac{T_h - T_h^*}{T_h^* - T_c}} \left[2\sin^2(k_z z)\sin^2(k_x x + k_y y) + \cos^2(k_z z)\cos^2(k_x x + k_y y)\right]. \tag{10}$$

Взаимное влияние термоэлектричества и обычного механизма возбуждения при подогреве снизу определяется формулами

$$V = V_R \left[1 + \frac{1}{1 + b\left(\frac{d}{d_*}\right)^6}\right]^{1/2}, \quad V = V_\varepsilon \left[1 - \frac{1}{2}\frac{1}{1 + c\left(\frac{d}{d_*}\right)^3}\right]^{1/2} \tag{11}$$

при $d > d_*$ и $d < d_*$ соответственно. Числа b и c порядка 1.

При подогреве сверху возбуждение неустойчивости возможно только, если электрические силы преодолевают действие архимедовых. Соответствующий критерий из [1] может быть записан как

$$A > A_* = \frac{\beta g \rho d^2}{2\pi^2 \varepsilon \gamma^2}. \tag{12}$$

Амплитуда возникающих при этом отклонений величины от равновесных имеет вид

$$V = 4\pi \frac{\varkappa}{d} \sqrt{\frac{T_h - T_h^*}{T_h^* - T_c}} \left[1 - \frac{1}{1 - \varepsilon/R}\right]^{1/2}. \tag{13}$$

Оценки, подобные приведенным в [1] (см. также [6,7]), показывают,что, например, в сплаве Te–Si [8] или в системах Fe–C–W [9] такой механизм возможен в достаточно тонких слоях ($d < 1$ мм).

Автор глубоко благодарен И.В.Иоффе, обратившему его внимание на эту проблему и руководившему работой.

Список литературы

[1] *Иоффе И.В., Калинин Т.В., Эйдельман Е.Д.* // Письма ЖТФ. 1976. Т. 2. Вып. 9. С. 395–396.
[2] *Эйдельман Е.Д.* // ЖТФ. 1987. Т. 57. Вып. 6. С 1115–1117.
[3] *Chandrasekhar S.* Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability. Oxford: University press, 1961. 659 p.
[4] *Ландау Л.Д., Лившиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 624 с.
[5] *Ландау Л.Д., Лившиц Е.М.* Гидродинамика. М.: Наука, 1988. 737 с.
[6] Таблицы физических величин. Справочник. М.: Атомиздат, 1976. 1009 с.
[7] *Бункин Ф.В., Трибельский М.И.* // УФН. 1980. Т. 130. С. 193–213.
[8] *Карпов С.Ю., Ковальчук Ю.В., Погорельский Ю.В.* // ФТП. 1986. Т. 20. Вып. 11. С. 1945–1949.
[9] *Рыкалин Н.Н., Углов А.А., Кокора А.Н.* Физ. и хим. обработки материалов. 1972. № 6. С. 15–21.

С.-Петербургский
химико-фармацевтический институт

Поступило в Редакцию
27 января 1993 г.

01;03
Журнал технической физики, т. 63, в. 10, 1993

ВЛИЯНИЕ ВРАЩЕНИЯ ЖИДКОСТИ НА ВОЗНИКНОВЕНИЕ ДОРЭЛЕЕВСКОЙ КОНВЕКЦИИ В ЖИДКИХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ

Е.Д.Эйдельман

Продолжая исследование возникающего из-за действия термоэлектрического эффекта ячеистого движения и структур поля [1–3], рассмотрим влияние вращения на условия возбуждения такой неустойчивости. Методика решения задачи аналогична решению задачи о возбуждении обычной термической конвекции [4] во вращающейся жидкости.

Рассмотрим модель бесконечного в направлениях x и y слоя толщиной d, вращающегося с угловой скоростью Ω, направленной на оси z перпендикулярно слою, поверхности которого поддерживаются при "горячей" T_h и "холодной" T_c температурах. Линеаризованное по отклонениям температуры $T_1 = T - T_0$, скорости $\mathbf{v}$, давления $p_1 = p - p_0$, плотности $\rho_1 = \rho - \rho_0$, концентрации электрического заряда $n_1 = n - n_0$ (заряд носителя e) и напряженности поля $\mathbf{E}_1 = \mathbf{E} - \mathbf{E}_0$ уравнение движения имеет вид

$$(\frac{\partial}{\partial t} - \nu\Delta)\mathbf{v} + 2\mathbf{\Omega} \times v + \beta \mathbf{g} T_1 + \frac{\nabla p_1}{\rho_0} = \frac{e n_1 \mathbf{E}_0}{\rho_0}. \quad (1)$$

В него наряду с вязкой силой (коэффициент ν) входят, во-первых, вызывающая обычную [4] рэлеевскую конвенцию разность архимедовой силы и силы тяжести ($\mathbf{g}$ — ускорение свободного падения), которая имеет место из-за теплового расширения жидкости (β — коэффициент теплового расширения), во-вторых, вызывающая термоэлектрическую конвекцию [1] электрическая сила с зарядом en_1 и полем $E_0 = \gamma \nabla T_0$ имеющимся из-за термоэлектрического эффекта (γ — коэффициент термоэдс),и,