

О ВЛИЯНИИ ФОРМЫ ЧАСТИЦ ДИА- И ПАРАМАГНЕТИКОВ НА ИХ ФОКУСИРОВКУ ПОСТОЯННЫМИ МАГНИТНЫМИ ПОЛЯМИ В ВАКУУМЕ

Н.И.Штена

Преобразования и фокусировки сильными магнитными полями пучков частиц магнетиков сферической формы рассмотрены в работах [1-4]. В действительности частицы могут существенно отличаться от сферических.

В настоящей работе по аналогии с [5] рассматривается влияние формы мелких ($10^{-1}-10^{-4}$ см) частиц диа- и парамагнетиков, имеющих форму вытянутого эллипсоида вращения с эксцентриситетом

$$e = \sqrt{1 - \frac{b_0^2}{a_0^2}} \quad (1)$$

(a_0, b_0, c_0 — полуоси эллипсоида, $a_0 > b_0 = c_0$), на их движение в осесимметричных, плоских, трансаксиальных и квадрупольных постоянных магнитных полях в вакууме.

При движении такой частицы в сильном магнитном поле вследствие намагниченности она стремится расположиться большей полуосью в случае парамагнетиков вдоль напряженности \mathbf{H} поля и диамагнетиков — перпендикулярна \mathbf{H} . Упрощая картину, считаем, что большая полуось всегда направлена по \mathbf{H} для парамагнетиков и перпендикулярно \mathbf{H} для диамагнетиков.¹

Силу F_m , действующую на частицу вследствие ее намагниченности полем в предположении квазистационарности напряженности на протяжении частицы, выразим [6]

$$\mathbf{F}_M = [\mathbf{M}\nabla]\mathbf{H}, \quad (2)$$

где \mathbf{M} — магнитный момент частицы,

$$\mathbf{M} = \frac{a_0 b_0^2}{3} \frac{\mu - 1}{1 + (\mu - 1)n} \mathbf{H}, \quad (3)$$

μ — магнитная проницаемость частицы, n — коэффициент формы, для парамагнетиков

$$n = \frac{1 - e^2}{2e^3} \left(\ln \frac{1 + e}{1 - e} - 2e \right), \quad (4)$$

для диамагнетиков

$$n = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1 - e^2}{2e^3} \left(\ln \frac{1 + e}{1 - e} - 2e \right) \right) \quad (5)$$

¹ При движении эта ось совершает колебания относительно указанных направлений, усредненный эффект которых эквивалентен уменьшению эксцентриситета.

(в частности, для сферической частицы $n = 1/3$).

Сила

$$\mathbf{F}_M = \frac{a_0 b_0^2}{3} \frac{\mu - 1}{1 + (\mu - 1)n} [\mathbf{H}\nabla]\mathbf{H}, \quad (6)$$

действующая на эллипсоидальную частицу, отличается от

$$\mathbf{F}_M = R^3 \frac{\mu - 1}{\mu + 2} [\mathbf{H}\nabla]\mathbf{H}, \quad (7)$$

действующей на сферическую частицу радиуса R , только постоянным множителем. Поэтому вместо параметра

$$a = \frac{3}{4\pi} \frac{\mu - 1}{1 + (\mu - 1)n} \frac{1}{\rho} \quad (8)$$

(ρ — плотность частицы), справедливого для сферических частиц [1-4], в дифференциальные уравнения движения эллипсоидальной частицы следует поставить

$$a = \frac{1}{4\pi} \frac{\mu - 1}{1 + (\mu - 1)n} \frac{1}{\rho}. \quad (9)$$

С учетом того что μ отличается от 1 только после третьего знака, а коэффициент формы удовлетворяет условно $0 < n < 1/3$ для парамагнетиков и $1/3 < n < 1/2$ для диамагнетиков, относительное изменение a при переходе от сферических частиц к эллипсоидальным

$$\frac{\Delta a}{a} \simeq \frac{1}{3}(1 - \mu)(1 - 3n) \quad (10)$$

и будет

$$\left| \frac{\Delta a}{a} \right| < 10^{-3}.$$

Это значит, что дифференциальные уравнения траекторий эллипсоидальных частиц диа- и парамагнетиков в вакууме под действием постоянных магнитных полей останутся такими же, как и для сферических частиц, но с параметром a , соответствующим (9). Например, дифференциальное уравнение парааксиальной траектории сферической частицы в осесимметричном поле [1] в комплексной форме

$$u'' + a H H' \frac{u'}{\dot{z}^2} + \frac{a}{2} \left(H H' - \frac{H''}{2} \right) \frac{u}{\dot{z}^2} = 0, \quad (11)$$

где $u = r e^{i\vartheta}$; r , ϑ , z — цилиндрические координаты, $H = H(z)$ — распределение напряженности магнитного поля вдоль оси симметрии; штрихами обозначены производимые по z (останутся справедливыми и для эллипсоидальных частиц, но с параметром a , соответствующим (9)). Фокусное расстояние f короткой слабой магнитной линзы, как и в [1],

$$f = -4/3 \frac{v_0^2}{aQ}, \quad (12)$$

где v_0 — начальная осевая скорость частицы,

$$Q = \int_{z_1}^{z_2} H'^2 dz, \quad (13)$$

z_1, z_2 — область поля линзы вдоль оси z .

Из (12) следует, что короткая слабая магнитная линза обладает рассеивающим действием ($f < 0$) для эллипсоидальных частиц парамагнетиков и собирательным ($f > 0$) для диамагнетиков. Относительное изменение f при переходе от сферических частиц к эллипсоидным

$$\frac{\Delta f}{f} = -\frac{\Delta a}{a}$$

и будет

$$\left| \frac{\Delta f}{f} \right| < 10^{-3}.$$

Подобные замечания касаются и особенностей фокусировок эллипсоидальных частиц плоскими [2], трансаксиальными [3] и квадрупольными [4] магнитными полями.

Таким образом, замена сферических частиц эллипсоидальными не изменяет характера их фокусировок магнитными полями, а только относительно слабо влияет на величины параметров этих фокусировок.

В заключение отметим, что проведенный анализ показывает, что параметры фокусировок постоянными магнитными полями частиц диа- и парамагнетиков мало зависят от формы частиц.

Список литературы

- [1] Штена Н.И. //ЖТФ. 1979. Т. 49. Вып. 9. С. 1839–1845.
- [2] Штена Н.И. //ЖТФ. 1982. № 52. Вып. 4. С. 729–734.
- [3] Штена Н.И. //ЖТФ. 1986. Т. 56. Вып. 10. С. 1967–1972.
- [4] Штена Н.И. //ЖТФ. 1988. Т. 58. Вып. 7. С. 1393–1398.
- [5] Штена Н.И. //ЖТФ. 1977. Т. 47. Вып. 2. С. 432–434.
- [6] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. // Электродинамика сплошных сред. М., 1959. С. 42–100.

Черниговский педагогический институт им. Т.Г.Шевченко

Поступило в Редакцию
12 марта 1992 г.