03 *Журнал технической физики, т. 63, в. 4, 1993*

ГАЗОДИНАМИКА ФРАКТАЛЬНОГО КЛУБКА

Б.М.Смирнов

Введение

Фрактальный клубок [1] представляет собой систему перепутанных фрактальных нитей [2]. Этот объект образуется в газе как результат лазерного или электроразрядного воздействия на поверхность. Разлет образуемого при этом слабоионизированного пара, сопровождаемый конденсацией пара на ионах, приводит к образованию твердых частиц, объединяемых далее во фрактальные агрегаты. Те, в свою очередь, под действием внешнего электрического пхоля объединяются далее во фрактальные нити [2,3], из которых и образуются фрактальные клубки.

Одним из физических объектов, имеющих структуру фрактального клубка, является шаровая молния [1,4]. Газодинамика шаровой молнии была подробно изучена Н.И.Гайдуковым [5–10]. Не детализируя структуру шаровой молнии, он считал, что вещество шаровой молнии является связанным[1] подобно жидкости, так что его можно характеризовать поверхностным натяжением. Кроме того, молекулы воздуха не прилипают к нему. На основе этой модели Гайдукову удалось описать целый ряд эффектов, связанных с шаровой молнией: прохождение через малые отверстия и щели, захват шаровой молнии следом самолета или вертолета. На следующей стадии исследований, анализируя рассматриваемые эффекты при наблюдении шаровой моянии, Гайдуков обнаружил [10], что для объяснения наблюдаемых эффектов следует предположить отсутствие вязкого слоя на границе шаровой молнии и воздуха.

Сформулируем этот результат другим способом. Пусть шар радиуса R движется в неподвижном воздухе со скоростью v. Сила сопротивления воздуха шару равна [12]

$$F = C \cdot \pi R^2 \rho_{\text{B}} v^2, \tag{1}$$

где ρ_{B} — массовая плотность воздуха.

Введем число Рейнольдса $\mathrm{Re} = Rv/\nu$, где $\nu = 0.16\,\text{см}^2/\text{с}$ — кинематическая вязкость воздуха. При малых числах Рейнольдса справедлива формула Стокса, что дает $C = 6/\,\mathrm{Re}$. При больших числах Рейнольдса параметр $C \sim 1$ слабо зависит от значения числа Рейнольдса. Вывод Гайдукова на этом языке сводится к тому, что параметр C для шаровой молнии не зависит от числа Рейнольдса и при малых числах Рейнольдса.

В данной работе вычисляется сила сопротивления, испытываемая фрактальным клубком при движении в воздухе. Полученное выражение подтверждает вывод Гайдукова.

---

[1] Это свойство лабораторного аналога шаровой молнии было продемонстрировано Авраменко с сотрудниками [11]. Направляя искусственную шаровую молнию на экран с двумя малыми отверстиями, расстояние между которыми меньше диаметра шаровой молнии, они обнаружили по следу за экраном, что шаровая молния всегда проходит только через одно из отверстий. Это доказывает целостность структуры шаровой молнии.

Сила сопротивления движущегося клубка

Вычислим силу сопротивления при движении фрактального клубка в воздухе. Для фрактального клубка используем модель, которая удобна при рассмотрении фрактальных структур такого рода, — фрактальных агрегатов, аэрогелей. Представим фрактальный клубок в виде набора изолированных шариков радиуса r_0. Плотность таких шариков в пространстве равна n. Далее выразим эти параметры через измеряемые параметры фрактального клубка — среднюю массовую плотность материала клубка $\bar{\rho}$ и удельную площадь его внутренней поверхности S

$$\bar{\rho} = n \cdot (4/3)\pi r_0^3 \rho_0, \qquad S = 3/(r_0 \rho_0), \tag{2}$$

где ρ_0 — массовая плотность материала шаровой молнии.

Подсчитаем силу сопротивления, которая оказывается клубком отдельной молекуле. Придадим молекуле заряд e и поместим в электрическое поле напряженностью E, считая, что молекула движется со средней скоростью v и тормозится за счет столкновения с рассматриваемыми шариками. Тогда сила сопротивления f совпадает с силой eE, действующей на молекулу со стороны электрического поля, а средняя направленная скорость молекул равна $v = KE$, где K — подвижность молекулы, которая связана соотношением Эйнштейна $K = eD/T$ с коэффициентом диффузии молекулы D (T — температура). Таким образом, имеем

$$f = eE = ev/K = vT/D. \tag{2a}$$

Вычислим коэффициент диффузии молекулы в газе шариков, считая, что радиус шарика r_0 значительно превышает атомные размеры, но значительно меньше длины пробега молекулы в воздухе. Тогда сечение рассеяния молекулы на шарике равно πr_0^2, и коэффициент диффузии молекулы в газе шариков в соответствии с формулой Чепмена–Энскога равен [13,14]

$$D = 3v_T / \left(32 n r_0^2\right), \tag{3}$$

где $v_T = \sqrt{8T/\pi m}$ — тепловая скорость молекулы (m — масса молекулы).

Это дает для силы сопротивления, которую испытывает отдельная молекула воздуха

$$f = 32 n r_0^2 v T/(3 v_T).$$

Выясним характер торможения воздуха при прохождении через структуру клубка. Уравнение движения отдельной молекулы имеет вид

$$m dv/dt = -f.$$

Его решение $v = v_0 e^{-t/\tau}$, где

$$1/\tau = f/mv = 4\pi v_T n r_0^2/3 = v_T \bar{\rho} S/3. \tag{4}$$

Далее, при проведении численных оценок с целью понять масштабы получаемых величин будём ориентироваться на параметры средней шаровой молнии [4,15], которые равны: радиус $R = 23 \pm 5$ см, массовая плотность каркаса $\bar{\rho} = 10^{-3.9\pm0.5}$ г/см^3. Используя эти значения и выбрав удельную площадь внутренней поверхности, характерную для аэрогеля двуокиси кремния ($S = 1000\,\text{м}^2/\text{г}$) [16], имеем $\tau = 10^{-7.3\pm0.5}$ с.

Учитывая, что скорость движения много меньше R/τ (R — радиус фрактального клубка), получаем, что струя воздуха, падающая на фрактальный клубок, тормозится в приповерхностном слое конструкции. Скорость потока воздуха на глубине x равна

$$v(x) = v(0) - x/\tau.$$

Отсюда найдем силу сопротивления, которую испытывает фрактальный клубок при движении в воздухе со скоростью v. Эта сила равна

$$F = \pi R^2 N \int f dx = \pi R^2 N \cdot mv^2/2 = \pi R^2 \rho_B v^2/2, \tag{5}$$

где v — направленная скорость воздуха на границе фрактального клубка.

Из формулы (5) следует, что коэффициент C в формуле (1) равен 0.5 при любых значениях числа Рейнольдса. Из вывода формулы можно понять причину этого результата. Поскольку элемент конструкции фрактального клубка (отдельный шарик радиуса r_0) имеет малые размеры по сравнению с длиной свободного пробега, то сила сопротивления этого элемента потоку воздуха пропорциональна площади элемента и не зависит от вязкости воздуха. Соответственно и суммарный результат для всей конструкции также не зависит от вязкости воздуха. Если бы размеры элементов конструкции превышали бы длину свободного пробега молекулы воздуха, то результат определялся бы вязкостью воздуха. Отметим, что формула (5) справедлива для любой формы конструкции, если заменить в ней πR^2 площадью проекции конструкции на плоскость, перпендикулярную направлению движения.

Формула (5) дает возможность определить время торможения шаровой молнии в потоке воздуха. Пусть шаровая молния движется со скоростью v в неподвижном воздухе. Решая уравнение движения для нее, находим, что ее скорость по мере удаления от начальной точки меняется по закону

$$v = v_0 \exp(-x/L), \tag{6}$$

где v_0 — начальная скорость, x — пройденный шаровой молнией путь, и параметр L равен

$$L = 8R\bar{\rho}/3Nm = 8R\bar{\rho}/3\rho_B, \tag{7}$$

где ρ_B — массовая плотность воздуха.

Для средней шаровой молнии этот параметр равен $L = 6 \cdot 10^{\pm 0.6}$ см. На таком расстоянии шаровая молния приобретает скорость струй воздуха, в которых она движется.

Определим скорость, с которой шаровая молния будет падать в неподвижном воздухе. Из соотношения $P = F$, где $P = 4\pi R^3 \bar{\rho} g/3$ — вес шаровой молнии, g — ускорение свободного падения, имеем

$$v = \sqrt{Lg}. \tag{8}$$

Для средней шаровой молнии это дает $v = 10^{1.9 \pm 0.3}$ см/с или примерно 1 м/с.

Заключение

Отметим, что полученное выражение (5) для силы сопротивления фрактального клубка выполняется для любой рыхлой конструкции, размеры элементов которой малы по сравнению с длиной пробега молекул воздуха (при атмосферном давлении 0.1 мкм). В этом случае отсутствует вязкий слой на границе конструкции, так что сила сопротивления не зависит от вязкости воздуха и пропорциональна площади проекции системы и потоку налетающего воздуха. Эту закономерность можно получить из соображений размерности, если считать, что сопротивление системы не зависит от вязкостного параметра газа, ибо рассеяние молекул газа на элементе конструкции происходит в кинетическом режиме. Таким образом, полученное выражение для силы сопротивления обосновывает вывод Гайдукова, полученный из анализа наблюдательных данных по шаровой молнии.

Список литературы

[1] *Смирнов Б.М.* // УФН. 1991. Т. 161. № 8. С. 141–153.
[2] *Lushnikov A.A., Negin A.E., Pakhomov A.V.* // Chem. Phys. Lett. 1990. Vol. 175. P. 138–142.
[3] *Лушников А.А., Негин А.Е., Пахомов А.В., Смирнов Б.М.* // УФН. 1990. Т. 161. № 2. С. 115–127.
[4] *Smirnov B.M.* // Trends in Physics / Ed. J.Kaczer. Prague: Prometheus, 1991. Pt 1. P. 112–134.
[5] *Гайдуков Н.И.* // ЖТФ. 1986. Т. 56. С. 1797–1801.
[6] *Гайдуков Н.И.* // ЖТФ. 1987. Т. 57. С. 1899–1903.
[7] *Гайдуков Н.И.* // ЖТФ. 1989. Т. 59. С. 88–94.
[8] *Гайдуков Н.И.* // ДАН СССР. 1988. Т. 301. С. 1076–1079.
[9] *Гайдуков Н.И.* // Шаровая молния / Под ред. Б.М.Смирнова. М.: ИВТАН, 1990. Т. 1. С. 53. Там же. 1991. Т. 2. С. 94–97,98–104.
[10] *Гайдуков Н.И.* // ЖТФ. 1992. Т. 62. Вып. 2. С. 27–34.
[11] *Авраменко Р.Ф., Бахтин Б.И., Николаева В.И.* и др. // Шаровая молния / Под ред. Б.М.Смирнова. М.: ИВТАН, 1991, Т. 2. С. 53–58.
[12] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. М.: Наука, 1988. 254 с.
[13] *Chapman S., Cowling T.G.* The Mathematical Theory of Non-uniformed Gasses (Cambridge, 1952).
[14] *Ferziger J., Kaper H.G.* Mathematical Theory of Transport Processes in Gases. Amsterdam; London: North Holland, 1972. 554 p.
[15] *Смирнов Б.М.* Проблема шаровой молнии. М.: Наука, 1988. 208 с.
[16] *Aerogels* // Ed. by J.Fricke. Berlin: Springer Verlag, 1985. 206 с.

Институт высоких температур
Москва

Поступило в Редакцию
17 апреля 1992 г.