Список литературы

[1] *Иоффе И.В., Калинин Т.В., Эйдельман Е.Д.* // Письма ЖТФ. 1976. Т. 2. Вып. 9. С. 395–396.
[2] *Эйдельман Е.Д.* // ЖТФ. 1987. Т. 57. Вып. 6. С 1115–1117.
[3] *Chandrasekhar S.* Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability. Oxford: University press, 1961. 659 p.
[4] *Ландау Л.Д., Лившиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 624 с.
[5] *Ландау Л.Д., Лившиц Е.М.* Гидродинамика. М.: Наука, 1988. 737 с.
[6] Таблицы физических величин. Справочник. М.: Атомиздат, 1976. 1009 с.
[7] *Бункин Ф.В., Трибельский М.И.* // УФН. 1980. Т. 130. С. 193–213.
[8] *Карпов С.Ю., Ковальчук Ю.В., Погорельский Ю.В.* // ФТП. 1986. Т. 20. Вып. 11. С. 1945–1949.
[9] *Рыкалин Н.Н., Углов А.А., Кокора А.Н.* Физ. и хим. обработки материалов. 1972. № 6. С. 15–21.

С.-Петербургский
химико-фармацевтический институт

Поступило в Редакцию
27 января 1993 г.

01;03

Журнал технической физики, т. 63, в. 10, 1993

ВЛИЯНИЕ ВРАЩЕНИЯ ЖИДКОСТИ НА ВОЗНИКНОВЕНИЕ ДОРЭЛЕЕВСКОЙ КОНВЕКЦИИ В ЖИДКИХ ПОЛУПРОВОДНИКАХ

Е.Д.Эйдельман

Продолжая исследование возникающего из-за действия термоэлектрического эффекта ячеистого движения и структур поля [1–3], рассмотрим влияние вращения на условия возбуждения такой неустойчивости. Методика решения задачи аналогична решению задачи о возбуждении обычной термической конвекции [4] во вращающейся жидкости.

Рассмотрим модель бесконечного в направлениях x и y слоя толщиной d, вращающегося с угловой скоростью Ω, направленной на оси z перпендикулярно слою, поверхности которого поддерживаются при "горячей" T_h и "холодной" T_c температурах. Линеаризованное по отклонениям температуры $T_1 = T - T_0$, скорости $\mathbf{v}$, давления $p_1 = p - p_0$, плотности $\rho_1 = \rho - \rho_0$, концентрации электрического заряда $n_1 = n - n_0$ (заряд носителя e) и напряженности поля $\mathbf{E}_1 = \mathbf{E} - \mathbf{E}_0$ уравнение движения имеет вид

$$(\frac{\partial}{\partial t} - \nu\Delta)\mathbf{v} + 2\mathbf{\Omega} \times v + \beta\mathbf{g}T_1 + \frac{\nabla p_1}{\rho_0} = \frac{en_1\mathbf{E}_0}{\rho_0}. \quad (1)$$

В него наряду с вязкой силой (коэффициент ν) входят, во-первых, вызывающая обычную [4] рэлеевскую конвенцию разность архимедовой силы и силы тяжести ($\mathbf{g}$ — ускорение свободного падения), которая имеет место из-за теплового расширения жидкости (β — коэффициент теплового расширения), во-вторых, вызывающая термоэлектрическую конвекцию [1] электрическая сила с зарядом en_1 и полем $E_0 = \gamma\nabla T_0$ имеющимся из-за термоэлектрического эффекта (γ — коэффициент термоэдс),и, в-третьих, дополнительная кориолисова сила $2\mathbf{\Omega} \times v$, а центробежная сила как потенциальная включена в $\nabla p_1/\rho_0$).

Остальные уравнения неразрывности несжимаемой жидкости $\operatorname{div} \mathbf{v} = 0$, теплопроводности $(\partial/\partial t - \varkappa\Delta)T_1 = -(\mathbf{v}\nabla)T_0$ ($\varkappa$ — коэффициент температуропроводности), неразрывности электрического поля $\operatorname{div}(\mathbf{E}_1 - \gamma\nabla T_1) = 0$ и уравнения электростатики $\varepsilon \operatorname{div} \mathbf{E}_1 = en_1$ (ε — диэлектрическая проницаемость) в рассматриваемом приближении не меняются.

Последовательно исключая операторным методом из записанной выше системы уравнений все величины, кроме вертикальной компоненты скорости, используя, что в модели бесконечного в продольных направлениях слоя в силу трансляционной симметрии, компоненты волнового вектора, соответствующие этим направлениям $k_{x,y} = 2\pi/l_{x,y}$, вещественны, вводя единицы длины d и частоты ν/d^2, получим характеристическое уравнение в безразмерном виде

$$(-i\omega P + k^2)[(-i\omega + k^2)k^2 + k_z^2 Te] + (-i\omega + k^2)k_\perp^2(\mp R - \mathcal{E}k^2) = 0, \quad (2)$$

в которое кроме числа Прандтля $P = \nu/\varkappa$ войдут безразмерные числа, характеризующие действие входящих в уравнение движения сил,

$$R = \frac{\beta g A d^4}{\varkappa\nu}; \quad \mathcal{E} = \frac{\varepsilon\gamma^2 A^2 d^2}{\rho\varkappa\nu}; \quad Te = \frac{4\Omega^2 d^4}{\nu^2}, \quad (3)$$

где $A = |\nabla T_c| = (T_h - T_c)/d$ — действующий на слой нагрев, верхний знак означает подогрев снизу, а нижний — сверху.

Так как граничные условия те же, что и в отсутствие вращения, то, как и в [1], решение двойной задачи на собственные значения (однородные уравнения и однородные граничные условия) можно обойти при "свободных" и "изотермических" границах. Тогда не только $k_\perp^2 = k_x^2 + k_y^2$, но и k_z (компонента волнового вектора в поперечном слою направлении) вещественны и $k_z = \pi$ [5]. Численным исследованием можно показать, что учет более реалистических граничных условий как для обычной конвекции [4], так и для конвекции возбуждаемой действием термоэлектричества [2] не меняет полученных таким образом качественных результатов.

Далее будут исследоваться условия возбуждения ($\operatorname{Im}\omega = 0$), поэтому можно считать, что и частота ω — также вещественное число. Соотношение (2) превращается тогда в условие возбуждения. Как обычно [4] при наличии псевдовектора, уравнение для частоты получилось третьей степени. Поэтому условие возбуждения выполняется в двух случаях (две "ветви"), как при $\omega = 0$ (с апериодическим нарастанием), так и при $\omega \neq 0$ (осциллирующее нарастание), т.е. либо

$$k^6 + k_z^2 Te \mp k_\perp^2 R - k^2 k_\perp^2 \mathcal{E} = 0; \quad \omega = 0, \quad (4)$$

либо

$$k^6 + \frac{P^2}{(1+P)^2}k_z^2 Te \mp k_\perp^2 \frac{R}{2(1+P)} - k_\perp^2 k^2 \frac{\mathcal{E}}{2(1+P)} = 0; \quad (5)$$

$$\omega^2 = k^4 + \frac{k_z^2}{k^2}\frac{1-P}{1+P}Te. \quad (6)$$

Из записанных формул видно, что анализировать обе ветви можно одновременно, если поменять местами числа R и $R(1+P)^{-1}/2$, $\mathcal{E}$ и $\mathcal{E}(1+P)^{-1}/2$, Te и $P^2Te/(1+P)^2$. Так как в лабораторных условиях обычно $P \simeq 1$, то численные различия будут невелики (в астрофизических условиях возможно, что $\nu \ll \varkappa$). Дальнейшие рассуждения проведем на примере апериодического нарастания.

При преобладающем действии термоэлектричества, т.е. в "тонких" слоях толщиной [1]

$$d \leqslant d_* \simeq \left(\frac{\varepsilon\gamma^2\varkappa\nu}{\beta^2 g^2\rho}\right)^{1/6}, \tag{7}$$

находим из (4) число $\mathcal{E}$ как функцию $w = k_\perp^2/k_z^2$ и Te. Минимизируя по параметру ω, задающему соотношение размеров ячейки, получим, что в момент наступления кризиса $l = 2\sqrt{2}d/\sqrt{w}$ и

$$\frac{\mathcal{E}^{\mathrm{rot}}}{\mathcal{E}_*} = \frac{(1+w)^2}{4w} + \frac{Te}{\pi^4}\frac{1}{\mathcal{E}_* w(1+w)}, \tag{8}$$

где в отсутствие вращения значение числа $\mathcal{E} = \mathcal{E}_* = 4\pi^2$.

Отсюда следует, что вращение подавляет конвекцию и размер ячейки в поперечном направлении несколько уменьшается.

При сильном вращении асимптотически $\mathcal{E}^{\mathrm{rot}} \simeq (2Te/\pi^4)^{2/3}2/\pi$ и $w \simeq$ $\simeq (2Te/\pi^4)^{1/3}$ или в размерном виде $T_h - T_c \sim \Omega^{1/3}$, т.е. растет гораздо медленнее, чем при рэлеевской конвекции, где эта величина $\sim \Omega^{4/3}$. Асимптотические же значения продольных размеров в толстых и в тонких слоях уменьшаются одинаково $\sim \Omega^{-1/3}$.

При подогреве снизу оценки показывают, что практически преобладает рэлеевская конвекция, а поправки из-за термоэлектричества хоть и облегчают возбуждение, но малы.

При подогреве сверху, используя очевидную связь $R = (d/d_*)^3\mathcal{E}^{1/2}/2$, найдем, что

$$(\mathcal{E}^{\mathrm{rot}})^{1/2} = \pi\frac{1+w}{w}\left[1 + \frac{4w}{(1+w)^4}\left(\frac{d}{d_*}\right)^6 + \frac{1}{1+w}\frac{Te}{\pi^4}\right]^{1/2} + \frac{1}{1+w}\left(\frac{d}{d_*}\right)^3, \tag{9}$$

где w — определяется условием минимизации.

Отсюда видно, что рэлеевский механизм стабилизирует действие термоэлектрического эффекта, который еще подавляется и вращением. Асимтотические зависимости $\mathcal{E}^{\mathrm{rot}}$ от вращения при подогреве сверху сохраняются, и ими можно пользоваться, начиная с $Te/\pi^4 \simeq 4O$.

Отметим, что проведение опытов, подобных описанным в [6–10] экспериментам по расплавлению поверхностей материалов падающим на них потоком когерентного светового излучения, при вращении образцов может дать гораздо больше информации, например за счет регистрации нового по сравнению с обычной конвекцией фактора — электромагнитного излучения, возникающего из-за осцилляций с частотой ω.

Подобное приведенному выше рассмотрение термоэлектрической конвекции возможно и при нагревании жидкого полупроводника (полуметалла) в магнитном поле.

Список литературы

[1] *Иоффе И.В., Калинин Т.В., Эйдельман Е.Д.* // Письма ЖТФ. 1976. Т. 2. Вып. 9. С. 395–396.
[2] *Эйдельман Е.Д.* // ЖТФ. 1987. Т. 57. Вып. 6. С. 1145–1147.
[3] *Эйдельман Е.Д.* // ЖТФ. 1993. Т. 63. Вып. 10. С. 193–196.
[4] *Chandraseknar S.* Hydrodymanic and Hydromagnetic Stability. Oxford: University Press, 1961. 659 p.
[5] *Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М.* Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 389 с.
[6] *Миркин Л.И.* // ДАН СССР. 1966. Т. 186. № 2. С. 305–308.
[7] *Рыкалин Н.Н., Углов А.А., Кокора А.Н.* // Физ. и хим. обработки материалов. 1972. № 6. С. 14–21.
[8] *Бетанелли А.И., Даниленко Л.П., Лоладзе Т.Н. и др.* // Физ. и хим. обработки материалов. 1972. № 6. С. 22–25.
[9] *Карпов С.П., Ковальчук Ю.В., Погорельский Ю.В.* // ФТП. 1986. Т. 2. Вып. 11. С. 1945–1949.
[10] *Александров Л.Н.* Кинетика кристаллизации и перекристаллизации полупроводниковых пленок. Новосибирск: Наука, 1985. 289 с.

Санкт-Петербургский
химико-фармацевтический
институт

Поступило в Редакцию
27 января 1993 г.

01

Журнал технической физики, т. 63, в. 10, 1993

МОДЕЛИРОВАНИЕ ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ ПЕРВОГО РОДА МЕТОДОМ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В СЛУЧАЕ РАВНОМЕРНО ПЕРЕМЕЩАЮЩЕГОСЯ ПОВЕРХНОСТНОГО ИСТОЧНИКА

С.А.Некрасов

Введение

Существует ряд причин, объясняющих повышенный интерес исследователей к проблеме редукции задачи Стефана к эквивалентному интегральному уравнению минимальной размерности [1–4]. По сравнению с обычными краевыми задачами (КЗ) для параболического уравнения второго порядка задача Стефана отличается наличием так называемой стефановской нелинейности уравнения, имеющей особенность типа дельта-функции. Производная первого порядка от решения задачи Стефана является разрывной функцией.

Перечисленные обстоятельства вызывают дополнительные трудности при решении задачи Стефана конечно-разностными и конечно-элементными методами, предъявляющими определенные требования гладкости к уравнению и его решению [3,4].

В случае многомерной постановки КЗ использование данных методов сопряжено с большими затратами оперативной памяти. От некоторых из этих недостатков свободен метод граничных интегральных уравнений.

В научной литературе достигнут реальный прогресс только для одномерной постановки краевой задачи Стефана.