Письма в ЖТФ, том 19, вып. 7 12 апреля 1993 г.

01

ОСОБЕННОСТИ ВЛИЯНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА СВЕРХРЕШЕТКИ, СОСТАВЛЕННЫЕ ИЗ РАЗНОГО ЧИСЛА ПЕРИОДОВ

М.М. Врубель

Как известно, сильное электрическое поле, приложенное вдоль сверхрешетки, приводит к локализации собственных состояний и к формированию лестницы Штарка (ряда дискретных уровней энергии, отстоящих друг от друга на $|e|Sd$, где d – период квантовой структуры) в энергетическом спектре сверхрешетки [1, 2]. Цель настоящей работы состоит в том, чтобы выяснить и на конкретных примерах проиллюстрировать различия в характере влияния электрического поля на сверхрешетки с большим числом периодов и сверхрешетки с малым числом периодов, а также проследить процессы локализации собственных состояний и формирования лестницы Штарка с ростом напряженности электрического поля. Задача рассматривается в рамках одномерной модели в приближении эффективной массы для стационарного электрического поля.

Будем решать уравнение Шредингера:

$$-\frac{\hbar^2 d^2\psi(z)}{2m\, dz^2} - (E - |e|Sz - V(z))\psi(z) = 0, \tag{1}$$

где $\psi(z)$ – волновая функция, m – эффективная масса, e – заряд, E – энергия электрона, S – напряженность электрического поля, $V(z)$ – потенциал для сверхрешетки, составленной из N ям и $N-1$ прямоугольного барьера, расположенной симметрично относительно точки $z = 0$ (b – ширина барьера, a – ширина ямы, $d = a+b$, длина всей структуры $L = Nd-b$). Потенциал в барьерных слоях и для области $|z|>L/2$ равен V_B, в слоях между барьерами – $V_A = 0$. Чтобы не усложнять задачу, причем условие $m_A = m_B$. Электрическое поле приложено только в области сверхрешетки. Разрешенная минизона такой структуры состоит из N уровней.

Вид решения уравнения Шредингера в стационарном электрическом поле для каждого из слоев сверхрешетки известен. Это линейная комбинация функций Эйри [3]:

$$\psi_j(z) = a_j Ai(Z) + b_j Bi(Z) \tag{2}$$

с $Z = -(2m/(e\hbar S)^2)^{1/3}(E - |e|Sz - V(z))$. Мы будем исследовать только область дискретного спектра, следовательно, решения уравнения Шредингера для $|z|>L/2$ экспоненциально затухают при $|z|\to\infty$

$$\psi(z) = \begin{cases} c_- \exp(k_- z), & z < -L/2 \\ c_+ \exp(-k_+ z), & z > L/2 \end{cases} \qquad (3)$$

с $k_\mp = \left(2m(V_B \mp |e|SL/2 - E)/\hbar^2\right)^{1/2}$.

Из условий непрерывности волновых функций и их первых производных на границах слоев можно составить систему из $4N$ уравнений, линейную и однородную относительно $4N$ переменных: коэффициентов a_j и b_j (j = 1, ..., $2N-1$), c_-, c_+. Система будет совместной только тогда, когда ее определитель будет равен нулю. Последнее условие позволяет найти собственные значения энергии для разных значений напряженности в различных сверхрешетках.

Введем следующие нормированные величины: $\hat{V}=V/E_0$, $\hat{E}=E/E_0$, $\hat{S}=|e|Sa/E_0$, где $E_0=(\hbar\pi/a)^2/2m$ – энергия первого уровня размерного квантования бесконечно глубокой ямы ширины a. К примеру, при L = 30 Å, m = 0.45 m_0 (m_0 – масса свободного электрона), значению $\hat{S}$ = 0.1 соответствует напряженность электрического поля S = 30.75 кВ/см. Все приведенные в настоящей работе зависимости получены для $\hat{V}$ = 4, a = 4b.

Рис. 1 содержит зависимости плотности вероятности $|\psi(z)|^2$ для сверхрешеток разной длины и для разных значений напряженности электрического поля. Отметим факт, который не мог быть предсказан на основе классической зонной теории: максимум в огибающих плотностей вероятности для всех уровней нижней половины минизоны, кроме состояния дна минизоны, смещается для малых значений напряженности в направлении противоположном тому, в котором смещается максимум огибающей плотности вероятности состояния дна минизоны (рис. 1 (a,e,f)). Этот результат представляется несколько неожиданным: ведь речь идет о частицах с одинаковым зарядом и с эффективной массой одного и того же знака. Аналогичная картина и для состояний верхней части минизоны: максимум огибающих плотностей вероятности для всех состояний, кроме состояния вершины минизоны, в малых полях смещается в направлении, противоположном направлению смещения максимума огибающей плотности вероятности состояния вершины минизоны. Такой же эффект ранее отмечался в числе особенностей влияния электрического поля на периодическую структуру, составленную из конечного числа периодов, описанную в рамках модели Кронинга-Пенни с потенциальными барьерами в виде δ-функций [4]. Дальнейший рост напряженности электрического поля приводит к значительному сужению области локализации частицы (рис. 1 (a–c), (e,f)). Когда область локализации частицы становится меньше длины сверхрешетки L, становится верным условие $|\psi_I(z)|^2=|\psi_{I+1}(z+d)|^2$: сперва для уровней середины минизоны сверхрешеток с достаточно большим числом периодов (рис. 1) (b: 3–5; d: 3–8)), а затем, с ростом напряженности, и для состояний, локализованных ближе к границам (рис. 1 (c,h)). Сравним зависимости, представленные

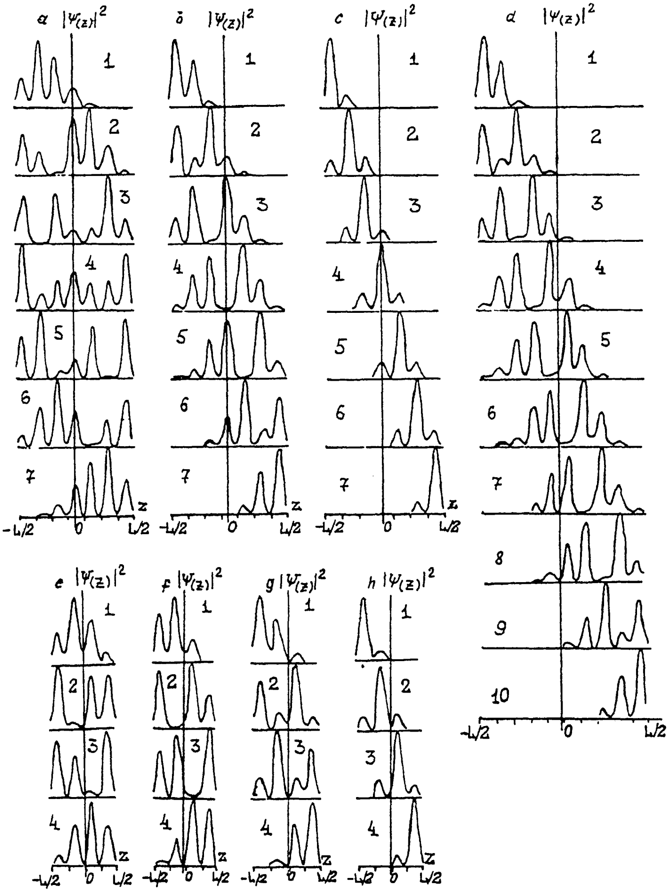

Рис. 1. Нормированная на свое максимальное значение плотность вероятности $|\psi(z)|^2$ для разных $\hat{S}, N$: a-c – $N=7$; d – $N=10$; e-h – $N=4$; a, e – $\hat{S}=0.01$; f – $\hat{S}=0.02$; b, d, g – $\hat{S}=0.04$; c, h – $\hat{S}=0.1$. Цифры на рисунке соответствуют номеру уровня в дискретном ряду энергий (в порядке возрастания, начиная с 1).

на рис. 1 (b, d, g). Как видно на рис. 1 (b, d), область локализации частицы на 1, 2, N, $N-1$ уровнях при заданном значении напряженности практически не превышает размера самой малой из рассматриваемых сверхрешеток – 4-х периодов, и поэтому зависимости $|\psi_I(z)|^2$ для соответствующих уровней $i = 1, 2, N, N-1$ оказываются практически одинаковыми для сверхрешеток с различным числом периодов. Вид зависимостей $|\psi_I(z)|^2$, для которых выполняется условие $|\psi_I(z)|=|\psi_{I+1}(z+d)|$, определяется только значением $\hat{S}$ и не зависит от числа периодов в сверхрешетке (рис. 1 (b: 3–5; d: 3–8)).

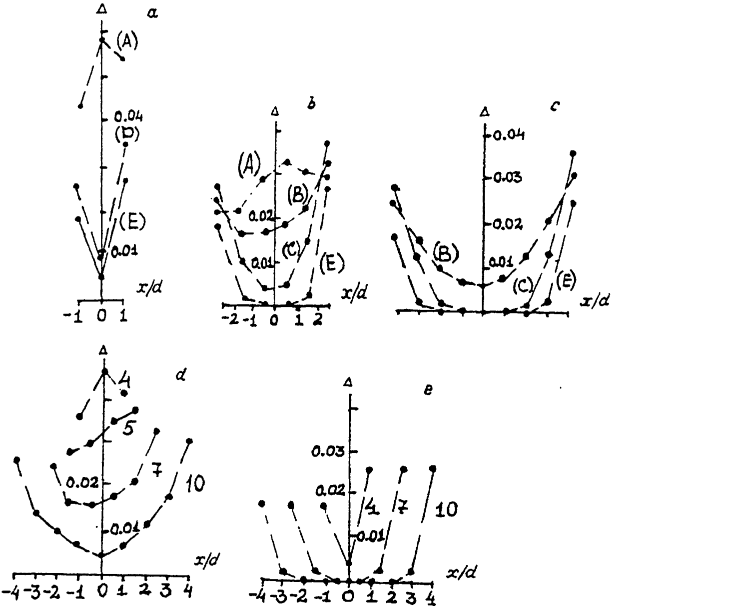

Рис. 2. Зависимость $\Delta=(E_{I+1}-E_I-|e|Sd)/E_0$ от $X=-L/2+id-b/2$ для разных значений N и $\hat{S}$: a – $N=4$; b – $N=7$; c – $N=10$; для рис. $a-c$: $A-\hat{S}=0.01$, $B-\hat{S}=0.02$, $C-\hat{S}=0.04$, $D-\hat{S}=0.06$, $E-\hat{S}=0.1$, $d-\hat{S}=0.02$, $e-\hat{S}=0.1$; на рис. d, e цифры соответствуют числу периодов в структуре – N.

Для более наглядного представления влияния электрического поля на энергетический спектр рассматриваемой структуры введем величины $\Delta=(E_{I+1}-E_I-|e|Sd)/E_0$ и $X=-L/2+id-b/2$ (переменная X выбрана таким образом, чтобы ее значение соответствовало точке, расположенной посередине между центрами i-й и $i+I$-й ям). Под влиянием электрического поля в энергетическом спектре сверхрешетки постепенно формируется штарковская лестница: при малых значениях напряженности Δ становится равной нулю для состояний, локализованных в центральной области сверхрешеток с достаточно большим числом периодов, затем с ростом электрического поля это условие ($\Delta=0$) распространяется в направлении границ структуры, а также на собственные состояния малых сверхрешеток (рис. 2). Сравнивая рис. 1 и рис. 2 отметим, что истинность условия $\Delta(i, i+I)=0$ свидетельствует о том, что зависимости $|\psi_I(z)|^2$ и $|\psi_{I+1}(z)|^2$ сдвинуты друг относительно друга на d, при этом i-е и $i+I$-е состояния не обязательно локализованы в соседних ячейках.

Приведенные зависимости позволяют прояснить некоторые особенности процесса локализации частиц под действием стационарного электрического поля в сверхрешетках конечных размеров. Все выводы настоящей работы могут быть по аналогии со сверхрешетками применены к квантовым ямам больших и малых размеров.

С п и с о к   л и т е р а т у р ы

[1] M e n d e z E.E., A g u l l o-R u e d a F., H o n g J.M. // Phys. Rev. Lett. 1988. V. 60. N 23. P. 2426–2429.
[2] B l e u s e J., B a s t a r d G., V o i s i n P. // Phys. Rev. Lett. 1988. V. 60. N 3. P. 220–223.
[3] Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами / Под ред. М. Абрамовица и И.А. Стигуна. М.: Наука, 1979. 832 с.
[4] В р у б е л ь М.М. // Письма в ЖТФ. 1993. Т. 19. В. 4.

Белорусский государственный
университет

Поступило в Редакцию
13 марта 1993 г.