

05.2; 06.2

© 1993

# ТУННЕЛЬНЫЙ ТОК В ГЕТЕРОСТРУКТУРАХ ИЗ МНОГОДОЛИННЫХ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

В.С. Кузнецов

У большинства полупроводниковых материалов, используемых для получения гетероструктур, зависимость энергии носителей тока  $E$  от квазиволнового вектора  $k$  имеет довольно сложный вид; изоэнергетические поверхности не являются сферически симметричными. Как известно, изоэнергетические поверхности свободных электронов в зоне проводимости для германия имеют вид восьми полуэллипсоидов с центром в точках симметрии  $L_1$ , а для кремния — шести эллипсоидов вращения, расположенных на осях симметрии  $\Delta_1$ . Изоэнергетические поверхности для свободных дырок — гофрированные сферы с центром в точке  $k = 0$ . В соединениях  $InSb$ ,  $InAs$ ,  $GaAs$ ,  $GaSb$  и  $InP$  самый низкий минимум зоны проводимости расположен при  $k = 0$ , но в некоторых из них ( $GaSb$ ,  $GaAs$ ) более высокие экстремумы в точках  $X$  и  $L$  настолько близки по энергии к минимуму в  $\Gamma$ , что играют важную роль в явлениях переноса. Как было показано Рашба [1], Шека [2] и Кейном [3] в структуре цинковой обманки экстремумы энергии достигаются не в изолированных точках  $X_1, L_1$ , или в ряде дискретных точек зоны проводимости  $\Delta_1, \Lambda_1$ , а на целых кривых — петлях экстремумов [4].

Отклонение изоэнергетической поверхности от сферически симметричной не позволяет сводить в общем случае задачу о туннелировании частиц в гетероструктурах к одномерному движению. Коэффициент прозрачности структуры будет зависеть как от нормальной к барьеру проекции квазипульса, так и от параллельной.

Ради простоты рассмотрим идеализированную электронную двухбарьерную полупроводниковую гетероструктуру типа  $Ge-Si-Ge-Si-Ge$ , выращенную в направлении  $\{111\}$ . Пусть потенциальные барьеры имеют ширину  $b$  и высоту —  $V$ , ширина квантовой ямы равна  $a$ . Изоэнергетические поверхности свободных электронов как в первой полупроводниковой структуре, так и во второй представляют собой эллипсоиды вращения, центры которых смешены вдоль оси вращения из центра зоны Бриллюэна на величину  $K_1$  или  $K_2$ . Направим ось координат  $OZ$  нормально к гетероструктуре, ось  $OY$  — параллельно одной из главных полусосей эллипсоида, и пусть эллипсоиды повернуты в плоскости  $XOZ$  вокруг этой полусоси на угол  $\alpha_1$  относительно оси  $OZ$  в первой структуре, и на угол  $\alpha_2$  во второй.

Гамильтониан имеет вид

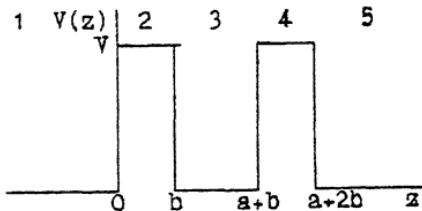


Рис. 1. Потенциальная энергия электрона.

$$\begin{aligned}
 H(x, y, z) = & -\frac{\hbar^2}{2} \left\{ \left[ \sin^2(\alpha_j)/m_{||j}^* + \cos^2(\alpha_j)/m_{\perp j}^* \right] \frac{d^2}{dx^2} + \left( 1/m_{\perp j}^* \right) \frac{d^2}{dy^2} + \right. \\
 & + \left[ \cos^2(\alpha_j)/m_{||j}^* + \sin^2(\alpha_j)/m_{\perp j}^* \right] \frac{d^2}{dz^2} + \sin(2\alpha_j) \left[ 1/m_{||j}^* \right. \\
 & \left. - 1/m_{\perp j}^* \right] \frac{d^2}{dxdz} - 2iK_j \left( \cos(\alpha_j) \frac{d}{dz} + \right. \\
 & \left. + \sin(\alpha_j) \frac{d}{dx} \right) / m_{||j}^* - K_j^2 / m_{||j}^* \left. \right\} + V_j. \tag{1}
 \end{aligned}$$

Здесь  $j = 1$  для первой, третьей и пятой области пространства,  $j = 2$  для второй и четвертой области.  $V_1 = 0$  и  $V_2 = V$ ,  $\hbar$  – постоянная Планка,  $m_{||j}^*$  и  $m_{\perp j}^*$  – продольная и поперечная эффективная масса свободного электрона в зоне проводимости.

Волновая функция электрона в первой подобласти  $z < 0$  имеет вид:

$$\psi_1(x, y, z) = \{ \exp(i(\alpha_1 - \beta_1)z) + A \exp(-i(\alpha_1 + \beta_1)z) \} \exp(i(k_x x + k_y y)). \tag{2}$$

Первое слагаемое в (2) соответствует падающей на барьер электронной волне, а второе слагаемое с множителем  $A$  – отраженной от барьера волне.

Волновая функция электрона в области первого барьера (вторая область) может быть представлена в виде.

$$\psi_2(x, y, z) = \{ B_1 \exp(i\alpha_2 z) + B_2 \exp(-i\alpha_2 z) \} \exp(i(k_x x + k_y y - \beta_2 z)), \tag{3}$$

а в области после барьеров (пятая область) в виде

$$\psi_5(x, y, z) = C \exp(i(k_x x + k_y y + (\alpha_1 - \beta_1)(z - 2b - a))). \tag{4}$$

Здесь

$$\beta_j = \left\{ \sin(\alpha_j) \left[ 1/m_{||j}^* - 1/m_{\perp j}^* \right] k_x - K_j / m_{||j}^* \right\} \mu_j \cos(\alpha_j), \quad (5)$$

$$x_j = \mu_j \left\{ 2(E - V_j') / (\hbar^2 \mu_j) - (k_x - K_j \sin(\alpha_j))^2 / m_{||j}^* m_{\perp j}^* \right\}^{1/2}, \quad (6)$$

$$\mu_j^{-1} = \cos^2(\alpha_j) / m_{||j}^* + \sin^2(\alpha_j) / m_{\perp j}^*, \quad (7)$$

$$V_j' = V_j + \hbar^2 k_y^2 / 2m_{\perp j}^*. \quad (8)$$

Из (2), (5) и (6) следует, что из-за поворотов эллипсоидов относительно нормали ( $\alpha_j \neq \pi/2$ ) и смещения по нормали центров эллипсоидов из центра зоны Бриллюэна ( $K_j \cos(\alpha_j) \neq 0$ ) при одинаковых значениях энергии  $E$  и равных проекциях  $k_x$  и  $k_y$  нормальные проекции квазиволнового вектора  $k_z = (x, -\beta)$  у падающих на барьер электронов и  $x_1, \beta_1$  у отраженных от барьера электронов будут различны. Необходимо отметить также, что в общем случае волновые функции должны быть линейными комбинациями волновых функций типа (3) от всех эллипсоидов [5], что соответствует возможности прохождения электронов через гетероструктуру по нескольким каналам. Однако учет этих эффектов значительно усложняет задачу, хотя не приводит к качественно новым результатам.

Условия сшивания волновых функций на границе раздела структур, например, в точке  $z = 0$ , имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \psi_1(x, y, 0) &= \psi_2(x, y, 0) \\ P\psi_1(x, y, 0) &= P\psi_2(x, y, 0) \end{aligned} \right\}, \quad (9)$$

где  $P\psi_j = \mu_j d\psi_j / dz + \sin(\alpha_j) \cos(\alpha_j) (1/m_{||j}^* - 1/m_{\perp j}^*) d\psi_j / dx - iK_j \cos(\alpha_j) \psi_j / m_{\perp j}^*$ .  
Из условий сшивания волновых функций в точках  $z = 0$ ,  $z = b$ ,  $z = a+b$  и  $z = a+2b$  находим значение  $C$ :

$$C = 4 \left[ 2 \cos(x_2 b) - i(\omega + \omega^{-1}) \sin(x_2 b) \right]^2 \exp(i x_2 a) - (\omega - \omega^{-1})^2 \sin^2(x_2 b) \exp(-i x_2 a) \}^{-1} \exp(-i(\beta_1 a + 2\beta_2 b)), \quad (10)$$

где  $\omega = x_1 \mu_2 / x_2 \mu_1$ .

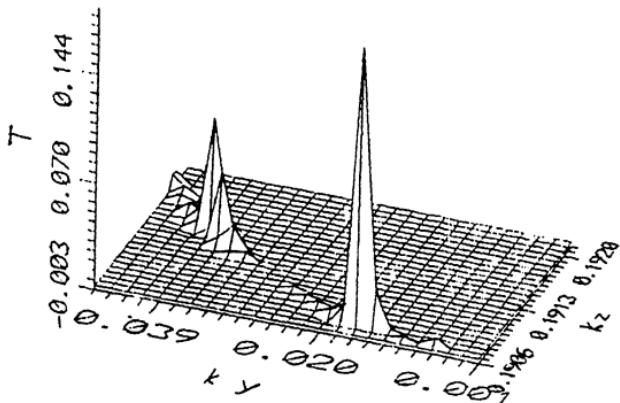


Рис. 2. Зависимость коэффициента прохождения  $T$  от  $k_y$  и  $k_z$  при  $k_x = K_1 \sin(\alpha_1)$ .

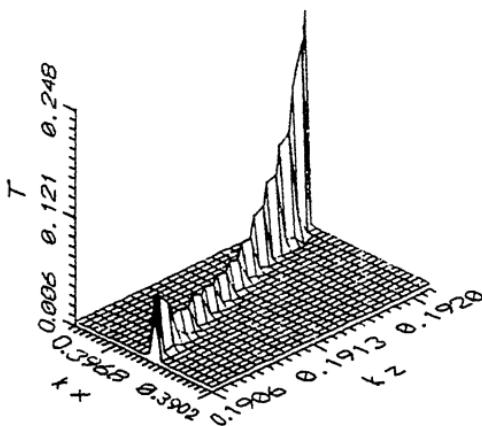


Рис. 3. Зависимость коэффициента прохождения  $T$  от  $k_x$  и  $k_z$  при  $k_y = 0$ .

Поскольку  $\alpha_2$  и  $\omega$  являются функциями от  $k_x, k_y, k_z$ , а  $\chi$  – функция от  $k_x, k_z$ , то коэффициент туннельного прохождения электрона  $T = |C|^2$  зависит от всех проекций квазиволнового вектора. При  $\alpha_2 = \pi n / b$  и при  $\omega = 1$  коэффициент прохождения  $T$  равен единице. Зависимость  $\chi_2$  и  $\omega$  от  $k_y$  определяется изменением эффективной высоты барьера  $V^*$ :

$$V^* = V + \hbar^2 k_y^2 (1/m_{12}^* - 1/m_{11}^*)/2 + \varphi(k_x, k_z),$$

где  $\varphi(k_x, k_z)$  – некоторая функция  $k_x$  и  $k_z$ . При  $m_{11}^* < m_{12}^*$  высота барьера с ростом  $|k_y|$  будет убывать. Вместо барьеров при

$k_y^2 > 2(V+\psi)/(\hbar^2(1/m_{\perp 1}^* - 1/m_{\perp 2}^*))$  возникнут квантовые ямы. На рис. 2 представлена зависимость коэффициента прохождения от  $k_x$  и  $k_z$  для энергий  $E$  меньше высоты барьера  $V$  при  $K_1 = 0.481 \text{ рад/}\text{\AA}$ ,  $K_2 = 0.491 \text{ рад/}\text{\AA}$ ,  $m_{\parallel 1}^* = 1.54m_0$ ,  $m_{\perp 1}^* = 0.082m_0$ ,  $m_{\parallel 2}^* = 0.98m_0$ ,  $m_{\perp 2}^* = 0.19m_0$ ,  $V = 0.2 \text{ эВ}$ ,  $a = 200 \text{ \AA}$ ,  $b = 50 \text{ \AA}$ ,  $\alpha_1 = \arcsin(2\sqrt{2}/3)$ ,  $\alpha_2 = \arcsin(\sqrt{2}/3)$  и  $k_x = K_1 \sin(\alpha_1)$ ,  $m_0$  — масса покоя свободного электрона.

Зависимость  $T$  от  $k_x$  носит более сложный характер, меняется высота эффективного барьера и передаваемый квазимпульс при отражении от барьера. На рис. 3 представлена зависимость коэффициента прохождения  $T$  от  $k_x$  и  $k_z$  при  $k_y = 0$  и при тех же значениях остальных параметров.

#### С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] Шека В.И. // ФТТ. 1960. Т. 2. С. 1211-1219.
- [2] Рашиба Э.И. // ФТТ. 1960. Т. 2. С. 1224-1238.
- [3] Кане Е. Semiconductors and semimetals. V. 1. N.Y.: Akad. Press, 1966. Р. 75-100.
- [4] Цидильковский И.М. Зонная структура полупроводников. М.: Наука, 1978. 328 с.
- [5] Стоухэм Ф.М. Теория дефектов в твердых телах. Т. 1, 2. М.: Мир, 1978. 569, 355 с.

Ярославский государственный  
университет

Поступило в Редакцию  
10 марта 1993 г.