Письма в ЖТФ, том 19, вып. 9 12 мая 1993 г.

05.4

ВРЕМЯ ПЕРЕХОДА В КРИТИЧЕСКОЕ СОСТОЯНИЕ СВЕРХПРОВОДНИКА ВТОРОГО РОДА

С.Н. Дороговцев

Пусть в начальный момент времени включается постоянное внешнее магнитное поле $H_{c1}<H<H_{c2}$, где H_{c1} и H_{c2} – нижнее и верхнее критические поля сверхпроводника второго рода. За какое время в сверхпроводнике установится критическое распределение проникшего магнитного потока? Каким образом это время связано с параметрами сверхпроводника? Ответу на эти вопросы и посвящено настоящее сообщение. При этом не затрагивается тема крипа [1–3], который происходит на гораздо больших временах, чем обсуждаемая быстрая релаксация.

Для простоты рассматривается сверхпроводник в форме пластины толщиной L, перпендикулярной оси x ($0<x<L$), параллельно поверхности которой включается внешнее магнитное поле $H_z \equiv H$. Пусть плотность критического тока сверхпроводника j_c не зависит от поля. Тогда уравнение, описывающее эволюция магнитной индукции $B_z(x,t) \equiv B(x,t)$ на временах до этапа крипа, имеет вид [4, 5]:

$$\frac{\partial B}{\partial t}=\frac{\Phi_0}{4\pi\eta}\frac{\partial}{\partial x}\left[B\sqrt{\left(\frac{\partial B}{\partial x}\right)^2-\left(\frac{4\pi j_c}{c}\right)^2}\,\mathrm{sign}\,B\,\mathrm{sign}\frac{\partial B}{\partial x}\right]. \qquad (1)$$

Здесь c – скорость света, Φ_0 – квант магнитного потока, η – коэффициент вязкости для магнитных вихрей, который связан с удельным сопротивлением в нормальной фазе известным соотношением [6]:

$$\Phi_0/\eta=\rho_n c^2/H_{c2}.$$

Начальное условие для уравнения (1) – $B(x,t=0)=0$. Граничные условия –– $B(0,t>0)=B(L,t>0)=H$. При этом, как показано в работе [7], в случае рассматриваемой геометрии можно не учитывать поверхностного тока (или скачка поля на поверхности образца), если H существенно превышает H_{c1}.

В безразмерных переменных $\tau=t(4\pi j_c/c)^2(\Phi_0/4\pi H\eta)$, $u=x(4\pi j_c/cH)$, $n=B/H$ с учетом того, что полагается $H>0$, уравнение нелинейной диффузии принимает вид:

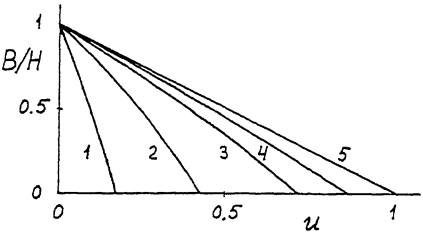

Рис. 1. Эволюция пространственного распределения магнитного потока, проникающего в сверхпроводник второго рода после включения в момент времени t = 0 постоянного магнитного поля H. B – локальная магнитная индукция, $u = x(4\pi j_c/cH)$, $\tau = t(4\pi j_c/c)^2 (\Phi_0/4\pi H\eta)$. Кривая 1 показывает распределение в момент τ_1 = = 0.0052, 2 – τ_2 = 0.035, 3 – τ_3 = 0.11, 4 – τ_4 = 0.18, 5 – $\tau_5 > \tau_c$ = 0.305; $L > L^*$. Профиль, движущийся от второй границы, не показан.

$$\frac{\partial n}{\partial \tau} = -\frac{\partial}{\partial u}\left[n\sqrt{\left(\frac{\partial n}{\partial u}\right)^2 - 1}\right], \tag{2}$$

где на границах n = 1.

Сначала рассмотрим случай $L/2 > L^* = cH/4\pi j_c$, при котором после окончания обсуждаемой релаксации к критическому состоянию в середине пластины остается область сверхпроводника с B = 0. Уравнение (1) (или (2)) можно решить численно (см. рис. 1, 2) или приближенно. В последнем случае оказывается достаточно использовать разложение $n = 1 - au - bu^2 - \ldots$, подставляя которое в (2), в низшем порядке получим:

$$\partial a/\partial \tau = -3a^2\sqrt{a^2-1}, \qquad 2b = a^2 - 1. \tag{3}$$

Таким образом, с учетом начальное условия $a(\tau = 0) = \infty$,

$$a = \left[1 - (3\tau - 1)^2\right]^{-1/2}. \tag{4}$$

Для краткости здесь не приводятся зависимости от времени ряда величин, которые нетрудно вывести из полученных соотношений. Отметим только, что релаксация к критическому состоянию $n = 1 - u$ имеет неэкспоненциальный характер и завершается за конечное время $\tau_c = 1/3$ (см. соотношение (4)) или

$$t_c = \frac{4\pi H\eta}{3\Phi_0}\left(\frac{c}{4\pi j_c}\right)^2 = \frac{1}{12\pi}\,\frac{HH_{c2}}{j_c^2\rho_n}. \tag{5}$$

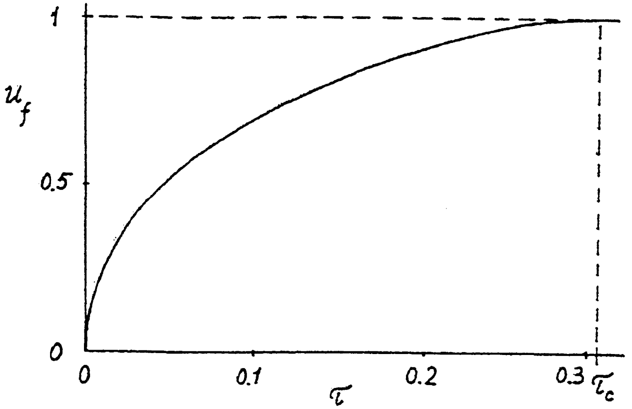

Рис. 2. Зависимость координаты фронта распределения магнитного потока от времени. u_f и τ – обезразмеренные величины (см. текст). $u_f = 1$ при $\tau > \tau_c = 0.305$; $L > L^*$.

Это утверждение совпадает с тем, что получается из численного решения уравнения (1) (см. рис. 2). При этом соотношение (5) дает правильный ответ с восьмипроцентной точностью.

Нетрудно убедиться, что если $L/2 < L^*$ (т.е. в критическом состоянии магнитный поток проникает во весь сверхпроводник), то на заключительной стадии процесса имеет место экспоненциальная релаксация. Простейшая оценка для ее характерного времени t_e получается из (1), если потребовать $L \ll L^*$. Тогда, как легко проверить, можно положить $j_c = 0$, и из линеаризованного вблизи $B=H$ уравнения (1) следует

$$t_e \sim \frac{L^2 \eta}{\Phi_0 H} = \frac{L^2 H_{c2}}{c^2 \rho_n H} \,. \tag{6}$$

Расчет показывает, что численный коэффициент в (6) – около 3/2. При $L \ll L^*$ фронты, движущиеся с обеих сторон пластины, сходятся быстро, и t_e дает основной вклад в полное время перехода в критическое состояние.

Таким образом, при полях $H_{c1} < H < 2\pi j_c L/c$ переход в критическое состояние заканчивается за конечное время $t_c \backsim H$ (5). При $H > 2\pi j_c L/c$ характер релаксации изменяется, и на заключительном этапе она становится экспоненциальной. Характерное время здесь t_e, асимптотика которого на больших полях $t_e \backsim H^{-1}$ (6). Наибольшее время $t_{max} \sim L H_{c2}/6 c j_c \rho_n$ обсуждаемый переход занимает при $H \sim 2\pi j_c L/c$, что соответствует $L \sim L^*$.

Приведем численные оценки для полученных величин. Для $H_{c2} \sim 10$ Тл, $j_c \sim 30$ А/см^2, $\rho_n \sim 10^{-4}$ Ом·см и $H = 100$ э имеем $L^* \sim 2$ см, $t_c \sim 0.2$ с при $L > 2L^*$. При $L \sim 1$ см $t_e \sim 0.02$ с. (Здесь были использованы значения параметров, характерные для не слишком качественных высокотемпературных сверхпроводников).

В итоге, полученные соотношения дают возможность по времени перехода в критическое состояние оценить значения ряда параметров сверхпроводника.

Автор благодарен В.В. Ерыксину за полезные обсуждения.

Список литературы

[1] Yeshurun Y., Malozemoff A.P. // Phys. Rev. Lett. 1988. V. 60. N 18. P. 2202–2206.

[2] Vinokur V.M., Feigel'man M.V., Geshkenbein V.B. // Phys. Rev. Lett. 1991. V. 67. N 7. P. 915–918.

[3] Brandt E.H. // Superconductor Sci. and Technol. 1992. V. 5. N 1S. P. S25–S32.

[4] Brandt E.H. // Z. Phys. B. 1990. V. 80. N 1. P. 167–175.

[5] Брыксин В.В., Дороговцев С.Н. // Письма в ЖЭТФ. 1993. Т. 37. В. 7. С. 439–443.

[6] Абрикосов А.А. Основы теории металлов. М.: Наука, 1987. 520 с.

[7] Брыксин В.В., Дороговцев С.Н. // ЖЭТФ. 1992. Т. 102. В. 3. С. 1025–1039.

Физико-технический
институт им. А.Ф. Иоффе
РАН, С.-Петербург

Поступило в Редакцию
13 апреля 1993 г.